

Didattica inclusiva: strategie, esempi e consigli pratici

a cura di *Roberta Donini* e *Federica Brembati**

■ Quando i numeri non tornano: studenti con difficoltà di apprendimento in matematica

Per conoscere il testo completo, Fantozzi fu costretto a trangugiare otto porzioni di quella miscela esplosiva, e finalmente conobbe le sue istruzioni.

(tratto da *Fantozzi - Il ritorno*, 1996)

E se gli ingredienti della miscela esplosiva fossero le difficoltà scolastiche e l'insegnamento della matematica alle scuole superiori?

Probabilmente sarebbe vero: provando otto o più volte la propria competenza in matematica si potrebbe trarne duraturo giovamento. I nostri ragazzi, però, che si sentono poco abili in matematica e, probabilmente, ancor meno appassionati alla stessa, accetterebbero di provare le nostre proposte otto o più volte, di essere «assaggiatori» attivi e di credere nella possibilità di migliorare e di cambiare il proprio rapporto con una disciplina tanto temuta?

Ancora oltre, la domanda vera, forse, è: quali strumenti, metodologie e modalità mettiamo in atto affinché i nostri ragazzi possano fruire di «otto tentativi» che siano funzionali a rispondere alle loro difficoltà e potenzialità, e a favorire la comprensione di un argomento?

Stiamo vivendo un momento nel quale si parla, giustamente, sempre più di disturbi dell'apprendimento, dell'attenzione, di difficoltà scolastiche di diverso tipo ed entità. Gli insegnanti sono chiamati a stendere un Piano Didattico Personalizzato (PDP) che metta lo studente nelle condizioni di poter affrontare lo studio senza essere penalizzato dalle proprie specifiche difficoltà.

Il rischio diventa, però, che nel pensare al nostro ragazzo si pensi di fatto solo al suo disturbo e che, nel chiedersi quale proposta didattica proporgli, ci si focalizzi su cosa e come dispensare e compensare, piuttosto che su cosa richiedere che apprenda. È come se la difficoltà, allora, togliesse energia alla sfida educativa, che permette a ogni ragazzo di mettersi alla prova, e colorasse di patologico anche ciò che di fatto rientra nella realtà scolastica che tutti abbiamo vissuto, fatta di argomenti facilmente affrontabili e di ostacoli da superare, di sforzi, soddisfazioni e delusioni.

Lo studente, in equilibrio precario fra le proprie risorse e difficoltà, e la matematica sono, infatti due universi spesso paralleli, che come tali, «matematicamente» parlando, hanno ottime probabilità di non incontrarsi; l'insegnante può rendere possibile l'incontro, fornendo le coordinate necessarie.

* Roberta Donini e Federica Brembati sono psicologhe e psicoterapeute, specialiste in psicopatologia dell'apprendimento. Presso il centro Abilmente collaborano da anni nel campo dei disturbi dell'apprendimento e delle difficoltà scolastiche.

Il luogo di questo appuntamento (a volte «al buio», tanto la materia è oscura per molti studenti) non si trova su una via semplice da percorrere. Non solo, infatti, la matematica è di per sé una disciplina che mette particolarmente in difficoltà i ragazzi, ma la scuola secondaria di secondo grado presenta ulteriori criticità:

- eredita studenti che hanno già ben radicato un rapporto più o meno felice con la matematica, l'hanno studiata con strumenti e semplificazioni che possono far sì che arrivino a settembre a scuola senza avere acquisito delle conoscenze ritenute basilari e senza portare con sé un bagaglio di proprie strategie di fronteggiamento;
- deve riuscire, in breve tempo, a farsi un quadro chiaro sulla scelta scolastica fatta dai propri studenti e sull'eventuale opportunità di ri-orientamento.

Ci occupiamo di diagnosi e riabilitazione dei disturbi specifici dell'apprendimento e delle difficoltà scolastiche; riteniamo fondamentale perciò il rapporto di collaborazione tra la scuola, la famiglia e il ragazzo, al fine di individuare, in stretta interazione, ognuno con il proprio ruolo, un percorso che sia veramente personalizzato e «cucito su misura». Prerequisito fondamentale per poter aiutare i nostri ragazzi è infatti il riconoscimento e il rispetto delle differenze individuali.

L'aumentata attenzione nei confronti delle difficoltà di apprendimento non deve portare all'omologazione delle stesse e alla distribuzione generalizzata e indifferenziata di un prontuario di strumenti compensativi. Ogni ragazzo ha esigenze diverse; fortunatamente, però, la personalizzazione è il regno dei docenti che, con le competenze disciplinari e metodologiche loro peculiari, hanno la possibilità di osservare quotidianamente il proprio studente, rendersi conto dei momenti di *impasse*, sperimentare l'efficacia di strategie, aggiornare il piano didattico e fare in modo di facilitarlo nella giusta misura.

Incominciamo con il rispondere a possibili domande che sottendono l'insidia della indifferenziazione: questo ci permetterà di disambiguare alcuni luoghi comuni e fornire qualche precisazione fondamentale.

■ Domande e risposte

Le domande che seguono sono paradigmatiche e, come tali, un po' «esasperate» nella loro formulazione. Desiderano porre la riflessione sul fatto che molteplici sono le difficoltà che un ragazzo può incontrare nello studio della matematica e che esse devono essere affrontate con altrettanto molteplici strumenti.

1. L'insegnante di matematica è chiamato a inserire nel PDP indicazioni specifiche relative alla sua materia solo per gli alunni discalculici?

No, perché non solo gli alunni discalculici hanno difficoltà in matematica. La discalculia è un disturbo legato al calcolo e alla conoscenza numerica. Lo studente incontra difficoltà, che possono essere di diversa entità, in numerosi ambiti: nel calcolo orale, negli algoritmi e nelle procedure esecutive delle operazioni, nella lettura e nella scrittura dei numeri, nel conteggio. Può invece essere competente nel *problem solving* e nella logica, nel disegno geometrico, nella memorizzazione di definizioni e nelle altre abilità e componenti cognitive che lo studio della matematica attiva. L'equazione «diffi-

coltà in matematica = discalculia» ridurrebbe la matematica, materia complessa che implica molteplici abilità cognitive, a un insieme afinalistico di calcoli.

Chi dunque, oltre al discalculico, potrebbe incontrare problemi? Il dislessico, che può essere poco abile nella lettura del testo di un problema e nella memorizzazione delle definizioni; lo studente con difficoltà visuo-spaziali, nell'affrontare geometria e ogni rappresentazione grafica; il disgrafico, che fatica a incolonnare, a rileggere i numeri, a scrivere correttamente e a rileggere i diversi simboli matematici; chi ha una fragilità cognitiva nel ragionamento; il disattento che perde la procedura risolutiva ecc.

2. Un alunno che ha diagnosi di DSA ha sicuramente capacità cognitive adeguate se non superiori?

No, perché, nonostante idee naïf associno dislessia, e disturbo specifico in genere, addirittura alla genialità, i profili cognitivi dei ragazzi con DSA sono in realtà molto diversi fra loro. La diagnosi di disturbo specifico, infatti, si riferisce a soggetti che hanno un livello cognitivo non patologico, cioè non ascrivibile a un quadro di insufficienza mentale; il livello dei ragazzi è molto eterogeneo e può comportare difficoltà più o meno significative, così come modalità differenti di approcciarsi all'apprendimento.

3. Esiste un elenco prefissato di strumenti compensativi e misure dispensative che sia funzionale a ogni alunno?

No, in quanto ogni studente ha bisogno di strategie che si riferiscano al suo profilo di difficoltà e punti di forza. Anche a parità di diagnosi, ciò che è stato sperimentato con successo con un alunno non necessariamente ne aiuta un altro.

Si tratta di un punto cruciale, perché non c'è niente di più demoralizzante per un ragazzo che avere un professore disponibile che gli fornisca un facilitatore, il quale non solo non lo aiuti, ma gli renda più complesso il compito. Il ragazzo potrebbe sentirsi veramente senza possibilità di miglioramento.

4. Leggere un esercizio a un alunno dislessico è sempre sufficiente ad arginare le sue difficoltà?

No. Si potrebbe pensare che, a fronte di una difficoltà nella lettura in quanto decodifica del testo, possa essere sufficiente proporre allo studente l'ascolto del testo. Di fatto, innanzitutto un ragazzo dislessico può presentare altre difficoltà; secondariamente, la comprensione su ascolto della matematica è estremamente complessa, dunque va esercitata e non data per scontata. La lettura da parte dell'insegnante o di un lettore può essere, quindi, uno strumento utile, ma non necessariamente esaustivo.

5. È necessario fornire fotocopie ingrandite di una verifica per facilitarne la lettura e la comprensione?

No. A meno che non ci siano chiare indicazioni di problemi visivi, il foglio più grande non è consigliabile per due motivi:

- il primo di ordine emotivo, perché un «sano adolescente» può sentirsi mortificato di fronte a un foglio di dimensioni maggiori, una sorta di «lenzuolo», considerato più adatto a uno studente di età inferiore;

- il secondo di ordine oggettivo, poiché molti ragazzi con DSA faticano nel procedere da sinistra a destra sul foglio in modo efficace, rapido e corretto, così che la lettura di una riga più lunga e dilatata può essere addirittura più faticosa di una più compatta.

6. Accordare più tempo per lo svolgimento di una verifica è sempre consigliabile?

No. Questa strategia deve essere sempre valutata attentamente e condivisa con lo studente.

Infatti, fruire positivamente di tempo aggiuntivo implica da parte dello studente competenza metacognitiva, sensibilità al compito e consapevolezza delle proprie capacità. Significa, in altre parole, avere buona autostima nei confronti della materia ed essere consapevoli di riuscire a svolgere il compito se si ha a disposizione del tempo supplementare, ma anche avere buone capacità attentive, non risentire dello sforzo prolungato e accettare che i compagni svolgano nel contempo altro. Si tratta cioè di una strategia molto avanzata, con forti implicazioni emotive.

7. Si devono fornire sempre schemi e mappe concettuali per permettere la comprensione dell'argomento?

No, perché, *in primis*, la presentazione di alcuni argomenti non è facilitata da schemi e mappe. La semplicità deve essere garantita a tutti gli studenti, a maggior ragione se hanno difficoltà.

Ciò implica anche l'importanza di consentire agli studenti strategie flessibili, modalità diverse e personalizzate di organizzare schematizzazioni a seconda delle caratteristiche del compito stesso.

Inoltre, ragazzi con problemi legati agli aspetti visuo-spaziali, al recupero veloce di parole-chiave e alla memorizzazione di definizioni possono, al contrario, trovarsi in difficoltà anziché essere aiutati dalla presenza di mappe.

8. Una riduzione del programma è sempre necessaria?

No. Innanzitutto, per uno studente inquadrato come BES o certificato DSA viene predisposto un PDP (Piano Didattico Personalizzato), che indica modalità differenti di presentare il programma, non un programma differenziato da quello della classe. Quest'ultimo caso può essere previsto, invece, nel PEI (Piano Educativo Individualizzato) rivolto ai ragazzi certificati dalla legge 104/92, che fruiscono dell'insegnante di sostegno.

Secondariamente, solo alcuni studenti, non tutti, necessitano di una riduzione del programma: obiettivi minimi, per esempio, per chi ha una fragilità cognitiva; riduzione quantitativa, per chi è lento o fatica significativamente nella lettura; una suddivisione in più parti, per chi manifesta una difficoltà attentiva; o ancora, riduzione nella complessità di numeri per i discalculici o dei termini da memorizzare per chi fatica nel recupero lessicale.

Infine, soprattutto nella scuola secondaria di secondo grado, molti ragazzi hanno ben compensato le difficoltà, elaborato efficaci strategie e possono affrontare serenamente il programma di matematica senza alcuna riduzione o variazione.

Le domande hanno suggerito temi e ambiti di riflessione, ai quali cercheremo di dare corpo e ordine, rispondendo ai seguenti tre quesiti:

- Chi sono i ragazzi inquadrabili come BES e, all'interno dei BES, come DSA?
- Quali difficoltà specifiche possono incontrare in matematica?
- Quali aspetti metodologici possono essere considerati e quali strategie messe in atto?

■ Chi sono gli studenti inquadrabili come BES e DSA?

Coloro che si occupano di apprendimento, insegnanti e specialisti, si trovano a confrontarsi quotidianamente con termini quali BES, DSA, ADHD, PEI, PDP, 170, 104/92 ecc.

Chi si nasconde dietro queste sigle e numeri? Ci sono persone, bambine e bambini, ragazzi e ragazze, che nel loro percorso scolastico hanno incontrato e incontrano ostacoli di diverso tipo, che hanno faticato a superare. Ognuno di loro, al di là dell'etichetta, porta con sé una propria storia personale, fatta di difficoltà e di strategie che sono state messe in atto per affrontarle.

Per orientare in questo complesso panorama, cercheremo di delineare brevemente le caratteristiche cliniche delle difficoltà di apprendimento con le quali gli insegnanti si confrontano quotidianamente, leggendo una diagnosi, predisponendo un piano personalizzato, osservando i propri alunni e valutando l'opportunità di approfondimenti.

Con la sigla BES (Bisogni Educativi Speciali) ci si riferisce a una macrocategoria, che comprende gli alunni con disabilità, con DSA (Disturbo Specifico dell'Apprendimento), con difficoltà di diverso tipo, comprese quelle socio-ambientali, rilevate da diagnosi clinica o individuate dalla scuola.

In sintesi: «Il bisogno educativo speciale è qualsiasi difficoltà evolutiva, in ambito educativo/apprenditivo, che consiste in un funzionamento problematico anche per il soggetto, in termini di ostacolo o stigma sociale, indipendentemente dall'eziologia, e che necessita di un'educazione speciale individualizzata»¹.

Le difficoltà possono essere permanenti o temporanee, globali o specifiche, di entità più o meno grave. All'interno dei BES sono tutelati dalla legge 104/92 del 1992 gli studenti con certificazione di disabilità e dalla legge 170 del 2010 gli studenti con DSA, per i quali la scuola è chiamata alla stesura di un PDP, che indichi le strategie, le misure dispensative e gli strumenti compensativi che devono accompagnarli nel loro percorso formativo.

Prendiamo in considerazione proprio i disturbi specifici dell'apprendimento e le difficoltà visuo-spaziali, attentive e cognitive, esplicitando le ricadute nell'area della matematica ed esemplificando i possibili profili attraverso il racconto di casi clinici².

¹ D. Ianes, S. Cramerotti (a cura di), *Alunni con BES, Indicazioni operative per promuovere l'inclusione scolastica sulla base del DM 27/12/2012 e della CM n.8 6/3/2013, 2013, Erickson.*

² Nelle storie raccontate, ovviamente, i nomi e i riferimenti che potrebbero permettere l'identificazione sono stati modificati.

■ Disturbi Specifici dell'Apprendimento

La sigla DSA (Disturbo Specifico dell'Apprendimento) si riferisce a un gruppo eterogeneo di disturbi, che si manifestano con significative difficoltà in un dominio di abilità specifico, relativo all'acquisizione della lettura (dislessia), della scrittura (disturbo della compitazione, distinto in disortografia per la competenza ortografica, disgrafia per il tratto grafico) o del calcolo (discalculia).

Le difficoltà non devono derivare da situazioni di svantaggio socio-culturale o da un livello di istruzione ricevuto inadeguato.

Il disturbo può presentarsi isolato o in compresenza con gli altri disturbi: molti ragazzi dislessici sono anche disortografici o discalcolici, e così via. Quando è presente un disturbo sia nella lettura-scrittura sia nel calcolo, viene posta la diagnosi *disturbo misto delle capacità scolastiche*. Inoltre, un ragazzo può avere DSA e anche difficoltà visuo-spaziali, attentive o una fragilità cognitiva.

I ragazzi con diagnosi di DSA non presentano un quadro di insufficienza mentale, ma un livello cognitivo non patologico (indicativamente, la fascia di norma del quoziente intellettivo va da 85 a 115; sotto il punteggio di 70, invece, il livello cognitivo si configura ascrivibile a un quadro di insufficienza mentale). Ne deriva, anche intuitivamente, che i profili cognitivi dei soggetti con DSA sono molto diversi fra loro e diverse le competenze e le esigenze.

Possiamo, quindi, pensare a strategie identiche per un ragazzo discalcolico con capacità superiori alla norma e per uno con difficoltà cognitive? Possiamo illuderci che fornendo la calcolatrice a quest'ultimo come unico strumento sia tranquillamente in grado di risolvere un problema di fisica o una disequazione?

Queste differenze richiamano l'importanza che l'insegnante legga la relazione diagnostica del proprio studente redatta dallo specialista e i diversi risultati nelle prove somministrate, per rendersi conto delle competenze nelle diverse aree.

Nelle seguenti tabelle sono presentate le caratteristiche di ogni disturbo, le difficoltà in matematica e gli strumenti che potrebbero essere utili.

Dislessia

DISLESSIA	
CARATTERISTICA PRINCIPALE	Difficoltà a effettuare una lettura fluente e/o corretta
POSSIBILI DIFFICOLTÀ IN MATEMATICA	Essendo la lettura una competenza trasversale, le difficoltà di decodifica del testo possono incidere negativamente sulla comprensione delle consegne e degli esercizi. I ragazzi spesso mettono in atto strategie per compensare la dislessia, che comportano una lettura a salto del testo, con omissione delle parole complesse, delle preposizioni, degli avverbi e degli articoli. Ovviamente, in matematica questa modalità porta a evidenti errori di comprensione. Sono da considerare attentamente, inoltre, le seguenti possibili ricadute: <ul style="list-style-type: none"> • difficoltà di recupero lessicale e memorizzazione di definizioni, termini e formule; • lentezza esecutiva e nel calcolo automatico; • errori di lettura e trascrizione dei numeri.
STRUMENTI E STRATEGIE CHE POSSONO ESSERE UTILI	<ul style="list-style-type: none"> • Selezione del lessico e delle definizioni da memorizzare • Eventuale riduzione quantitativa delle verifiche • Recupero orale delle verifiche • Eventuale lettura del testo • Privilegiare le interrogazioni programmate • Utilizzo della calcolatrice e del formulario • Utilizzo di semplici schemi durante le interrogazioni

La storia di Giulio

Giulio è un ragazzo con buone capacità cognitive, dislessico e disortografico, con significative difficoltà nel recupero del lessico. È estremamente lento nella lettura e presenta scarso senso di autoefficacia nello studio e nell'approccio ai compiti in genere.

Al termine della scuola secondaria di primo grado, decide di iscriversi al liceo scientifico, dati l'interesse, la propensione e le buone competenze in matematica e fisica. L'ingresso a scuola è, però, assolutamente in salita. I professori dichiarano di non aver mai avuto un dislessico in classe e pongono seri dubbi sul fatto che ce la possa fare.

Giulio non è discalcolico, ma è lento e discontinuo in matematica. La dislessia incide ancora fortemente: di fronte a testi lunghi tende a saltare pezzi, fatica a memorizzare le definizioni e non sempre riesce a terminare le verifiche nei tempi stabiliti. I risultati sono pertanto altalenanti, gli errori commessi spesso banali e i primi tentativi di aiuto da parte dei professori non sembrano essere accettati da Giulio, che si assenta il giorno delle interrogazioni programmate appositamente per lui e non si attiene alle indicazioni di facilitazione fornite durante le verifiche. Questi atteggiamenti vengono percepiti come manipolatori e oppositivi. Giulio si sente accusato di sfruttare la diagnosi per avere sconti e benefici.

Prima di sventolare bandiera bianca e pensare a un ri-orientamento, che sarebbe vissuto da Giulio come conferma della sua inadeguatezza, la scuola cerca di capire perché due strategie, in teoria efficaci per Giulio, lo trovino, invece, resistente. Si scopre allora che non è la strategia, ma la modalità con la quale viene messa in atto a non ottenere i risultati sperati. La facilitazione data nelle verifiche consisteva nella riduzione della stessa; indipendentemente dal profilo individuale, tutti gli alunni segnalati come DSA o BES avevano la possibilità di svolgere solo la prima parte della verifica, che era progressivamente più difficile: la prima parte era molto mnemonica e strumentale, la seconda implicava un ragionamento più complesso. Giulio non ha alcun problema nel ragionamento matematico, ma fa molta fatica a memorizzare le definizioni, quindi svolgeva la parte facoltativa e non quella obbligatoria. Paradossalmente, però, la parte facoltativa

non entrava a far parte della valutazione se la prima parte della verifica non era sufficiente!

Per quanto concerne le interrogazioni programmate, invece, il problema era emotivo-relazionale: Giulio era estremamente in ansia, perché i compagni erano ostili e ritenevano ingiusto che potesse fruire di una calendarizzazione delle interrogazioni.

Il PDP viene aggiornato, prevedendo:

- la possibilità per Giulio di scegliere le parti di verifica da svolgere e il recupero orale delle parti non svolte;
- la costruzione di un formulario personalizzato con definizioni e formule particolarmente difficili;
- l'interrogazione periodica sulle definizioni e formule delle quali si riteneva, invece, fondamentale la memorizzazione;
- l'utilizzo della calcolatrice;
- un colloquio con la classe, alla quale spiegare cosa sia la dislessia.

Durante il biennio Giulio fa molta fatica a dimostrare di poter appartenere alla classe; dalla terza il percorso è, invece, in discesa. Giulio si è diplomato a giugno riportando la votazione di 85/100 e si è iscritto alla facoltà di ingegneria.

Per i ragazzi come Giulio è estremamente importante considerare il potenziale, al di là dei risultati ottenuti. L'analisi qualitativa delle verifiche, delle interrogazioni e degli interventi in classe dimostrava, infatti, che Giulio aveva compreso concettualmente gli argomenti, aveva una buona capacità di trasferire le sue conoscenze a compiti nuovi, poneva quesiti contestualizzati e, non raramente, giungeva intuitivamente a soluzioni di problemi complessi. Queste competenze nei processi alti facevano propendere per la possibilità di frequentare un liceo scientifico, mentre i suoi risultati e il suo atteggiamento no! A questo punto, quindi, è stato fondamentale valutare criticamente gli aiuti messi in atto, partendo dal presupposto che, a fronte di una legittima esigenza, quale la riduzione delle verifiche data la lentezza di Giulio, la modalità di effettuazione non è standardizzata, ma estremamente legata alle esigenze del singolo studente.

Giulio accettava la sfida dell'argomento difficile ed era importante che potesse dimostrarlo durante un compito. Ci sono, invece, ragazzi che, pur con capacità adeguate, si bloccano totalmente di fronte a una prima difficoltà: per loro, allora, la modalità di riduzione attuata inizialmente per Giulio di verifica graduata per difficoltà può essere funzionale.

Disturbo della compitazione e discalculia

DISTURBO DELLA COMPITAZIONE	
CARATTERISTICA PRINCIPALE	Difficoltà nello scrivere in modo ortograficamente corretto o nella grafia (il segno grafico può essere di difficile interpretazione, poco fluido, tracciato con pressione inadeguata, con tratti distintivi non identificabili)
POSSIBILI DIFFICOLTÀ IN MATEMATICA	<ul style="list-style-type: none"> • Lentezza esecutiva • Errori di copiatura o lettura dei numeri • Difficoltà nel rileggere la propria grafia • Errori nel disegno e nella riproduzione di figure geometriche • Utilizzare i propri disegni per la comprensione di concetti geometrici

STRUMENTI E STRATEGIE CHE POSSONO ESSERE UTILI	<ul style="list-style-type: none"> • Consentire l'utilizzo del carattere preferito • Fornire fotocopie qualora sia necessario studiare su propri appunti • Consentire l'uso del computer nelle verifiche • Fornire già disegnate le figure degli esercizi • Non penalizzare gli errori ortografici e grafici • Recuperare oralmente le verifiche
--	--

DISCALCULIA	
CARATTERISTICA PRINCIPALE	Difficoltà nell'apprendimento del sistema dei numeri e del calcolo
POSSIBILI DIFFICOLTÀ IN MATEMATICA	<ul style="list-style-type: none"> • Acquisizione delle procedure e degli algoritmi del calcolo • Lettura, scrittura e ripetizione di numeri • Comprensione della numerosità, quantificazione e seriazione • Incolonnamento • Calcolo automatico
STRUMENTI E STRATEGIE CHE POSSONO ESSERE UTILI	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizzo della calcolatrice e dei formulari • Esemplificazione guidata delle procedure di calcolo • Proporre esercizi con numeri bassi • Promuovere monitoraggio passo a passo degli esercizi • Recupero orale delle verifiche

La storia di Daniela

Daniela frequenta il secondo anno del liceo artistico, è discalculica, presenta un quadro cognitivo superiore alla norma, ottime competenze verbali e visuo-spaziali: cade solo nella capacità di usare i numeri e di svolgere un ragionamento su base numerica, perché, pur utilizzando procedure e ragionamento corretti, commette sistematicamente errori di calcolo e abbandona il compito. La grafia è poco fluida, lenta e non sempre decifrabile.

Sarebbe, in apparenza, la classica e rara situazione nella quale un adeguato uso della calcolatrice potrebbe essere sufficiente. Daniela ha infatti considerevoli risorse da mettere in campo in matematica, ma ha deciso di non giocare più la partita.

Negli anni precedenti alla scuola secondaria di secondo grado è sempre sopravvissuta utilizzando le ottime capacità verbali ed espositive e di rappresentazione grafica dei problemi; durante la scuola secondaria di primo grado veniva interrogata oralmente per recuperare le verifiche insufficienti e dimostrava di conoscere perfettamente la teoria e di saperla applicare in esercizi che, alla lavagna, erano più brevi e prevedevano calcoli con numeri piccoli. Al liceo, la lunghezza delle verifiche e l'interminabile sequenza di insufficienze l'hanno posta in uno stato di impotenza e di rinuncia. Daniela sfrutta l'ottima oratoria per assumere atteggiamenti di leader negativa e di provocatrice.

È necessaria una ridefinizione del PDP, ma è altrettanto importante non tornare all'esclusiva modalità orale precedente, perché Daniela non potrebbe sperimentare il miglioramento e non si avvicinerebbe in modo autonomo a un esercizio di matematica. Il docente concorda con lei la possibilità di usare il computer durante le verifiche e i compiti a casa, l'utilizzo della calcolatrice e del formulario, una riduzione quantitativa della verifica e, ribaltando l'ordine al quale era abituata, un'interrogazione orale prima della verifica sui diversi tipi di esercizi oggetto della prova, così che possa affrontarla con maggiore senso di competenza.

Daniela migliora progressivamente (passando dal 3 al 5); sulla scia di tali risultati positivi le si propone a fine anno l'opportunità (non la punizione) di trascorrere le vacanze in

compagnia di un «kit di recupero» di matematica. Questo perché non è necessariamente negativo avere una sospensione del giudizio, anche se si ha una diagnosi di DSA.

Nel caso di Daniela la sospensione ha lo scopo di spingerla a porsi in maniera propositiva di fronte a un compito scritto, senza l'ansia del ritmo frenetico dello studio che accompagna l'anno scolastico, nonché di evitarle il senso di scarsa autoefficacia che l'ha già molto penalizzata in precedenza.

Daniela supera l'esame a settembre con relativa tranquillità. Non è diventata amante della matematica, ma ha imparato a prepararsi in modo efficace e a «sopravvivere» alle verifiche.

Il caso di Daniela fa riflettere sulla necessità di non dare nulla per scontato: le basterebbe la calcolatrice, perché lei sa perfettamente quali conti farle fare, invece vive la matematica in modo drammatico; c'erano strategie che precedentemente funzionavano (l'interrogazione alla lavagna), ma si valuta di ridefinirle, perché ogni strategia ha i suoi tempi; a fronte di un miglioramento, si concorda una sospensione di giudizio. Il tutto a testimoniare che la personalizzazione non può seguire prontuari.

■ Altre difficoltà di apprendimento

Difficoltà visuo-spaziali

Le difficoltà visuo-spaziali sono state negli anni un po' le «orfanelle» fra le difficoltà scolastiche, superate dall'attenzione agli aspetti verbali, essendo il linguaggio fondamentale e trasversale per l'apprendimento.

In realtà, però, anche le abilità visuo-spaziali lo sono e le difficoltà in questo campo hanno profonde implicazioni nella serenità del percorso scolastico dei nostri ragazzi. Sicuramente, ne hanno molte nell'area matematica.

Gli studenti con importanti difficoltà visuo-spaziali presentano cadute specifiche in compiti di natura non verbale e prestazioni adeguate in compiti verbali. Sono frequentemente goffi nelle pratiche quotidiane e nelle prassi motorie (come il ritagliare, il ricalcare) e socialmente maldestri; faticano negli ambiti che comportano manipolazione, recupero, rappresentazione di informazioni visuo-spaziali, come la matematica, la geometria, il disegno tecnico, le scienze. Pur avendo uno sviluppo linguistico generalmente adeguato, la comprensione verbale può essere deficitaria quando il testo richiede una rappresentazione spaziale del contenuto o l'interpretazione di tabelle e grafici. Sono presenti difficoltà nella memoria di lavoro visuo-spaziale, nell'organizzazione ed elaborazione di immagini mentali a contenuto spaziale, che rendono complessi compiti come l'orientamento, il movimento nello spazio, l'utilizzo di coordinate visive, la comunicazione non verbale, l'elaborazione delle proprietà degli oggetti.

DIFFICOLTÀ VISUO-SPAZIALI	
CARATTERISTICA PRINCIPALE	Difficoltà nelle abilità non verbali
POSSIBILI DIFFICOLTÀ IN MATEMATICA	<ul style="list-style-type: none"> • Lettura di grafici e tabelle • Studio del piano cartesiano • Erronea stima delle relazioni spaziali • Riconoscimento e rappresentazione degli elementi e delle figure geometriche • Limitata memoria visuo-spaziale • Incolonnamento di numeri e organizzazione delle espressioni nello spazio • Comprensione di problemi che implicano una rappresentazione visuo-spaziale
STRUMENTI E STRATEGIE CHE POSSONO ESSERE UTILI	<ul style="list-style-type: none"> • Presentazione di testi chiaramente organizzati dal punto di vista spaziale • Fornire i disegni di figure, del piano cartesiano oggetto di esercizio, senza chiederne la rappresentazione grafica da parte del ragazzo • Utilizzare il codice verbale accanto a quello spaziale, perché uno veicoli la comprensione dell'altro • Riduzione della richiesta di produzione di figure • Individuazione di elementi spaziali semplici da richiamare in memoria • Evitare organizzazione di schemi e mappe spazialmente elaborati e scegliere una strutturazione in sequenza lineare • Fornire spazio adeguato per la scrittura • Interrogazione sugli indicatori spaziali semplici presenti nel libro • Recupero orale delle verifiche

La storia di Eleonora

Eleonora frequenta la seconda classe in un istituto tecnico grafico con indirizzo informatico, scelto come alternativa a un desiderato liceo delle scienze umane, ritenuto troppo impegnativo. Ha grandi difficoltà in matematica, sia nel *problem solving* sia nel calcolo, e nelle materie di indirizzo, legate all'informatica e al disegno. Ha, di contro, risultati buoni nelle materie comuni, in particolare storia.

La valutazione cognitiva di Eleonora mette in luce una discrepanza significativa fra l'ambito del ragionamento verbale superiore alla norma e quello di ragionamento visuo-spaziale deficitario. Eleonora ha difficoltà nell'analisi visiva, nell'identificazione degli elementi di una figura o degli indicatori di un testo, nella percezione, nella rappresentazione spaziale e nella creazione di immagini mentali funzionale al ricordo e alla categorizzazione, nella memoria visuo-spaziale; fatica a svolgere compiti che richiedano risorse attentive e di controllo. Commette errori banali; è estremamente difficoltoso per lei costruire schemi e mappe, interpretarli e ricordarli, così come leggere tabelle o grafici e rappresentare figure geometriche. Il calcolo non risulta, invece, problematico. Eleonora si è sempre affidata a una capacità di memorizzare le parole molto efficace, ma, invece di metterla al servizio della comprensione, si è dimenticata di avere buone competenze di ragionamento verbale. Studia molto, ma a livello mnemonico e passivo, senza costruire paletti utili al ripasso. Se commette errori nella comprensione di un testo, ha difficoltà a recuperare le informazioni necessarie per correggerli: non percepisce adeguatamente gli indicatori spaziali che la possono guidare nella ricerca.

Come studia storia, così studia matematica. Conosce la teoria a memoria, ma non riesce ad assimilare i concetti, a rappresentarli e a distinguere le parti salienti da quelle meno rilevanti. Esegue i compiti di matematica recitando ad alta voce delle procedure, del tipo «Adesso calcolo il delta», ma alla domanda «Che cos'è il delta?» risponde «Il delta». Siamo ancora prima dell'aver capito: siamo al non porsi il problema di cercare di capire. Inoltre, Eleonora ha difficoltà nella pragmatica sociale, nel cogliere quegli indicatori non verbali

(dall'espressione del volto alla postura), che forniscono molte informazioni nel contesto comunicativo. È, pertanto, molto permalosa e timorosa di essere presa in giro e non accetta nessun aiuto, per non far capire ai compagni di essere in difficoltà. Rifiuta anche le interrogazioni programmate, in teoria utili, in quanto Eleonora studia veramente molto, ma con una modalità molto rigida, e avrebbe bisogno di concentrarsi su una materia per volta al fine di sperimentare nuove strategie di elaborazione e recupero delle informazioni. I docenti spesso sono chiamati a scegliere fra ciò che è utile e ciò che è accettato dallo studente. È necessario rispettare i desideri dei nostri ragazzi e concordare con loro i possibili aiuti: anche se siamo fermamente convinti dell'importanza di una compensazione, faremmo dei danni se l'approvassimo contro il parere del diretto interessato. Ovviamente, dobbiamo gradualmente convincerlo dell'importanza dell'aiuto proposto. Nel caso di Eleonora, i docenti raggiungono una prima mediazione, concordando che si faccia interrogare volontaria, così da crearsi un calendario di materie da studiare. Per matematica, si concorda una sorta di ripasso ciclico degli argomenti fondamentali per poter proseguire nella comprensione: Eleonora ha importanti lacune che deve colmare. Il professore indica, quindi, per ogni interrogazione, quali concetti deve necessariamente ripassare. Ogni concetto deve essere studiato agganciando la teoria a un esempio che possa guidare Eleonora durante l'esecuzione dell'esercizio. Si struttura inoltre un formulario con figure semplici, nelle quali è chiaramente precisato l'elemento da considerare sia attraverso il colore, sia attraverso la spiegazione verbale, così che il doppio codice favorisca la memorizzazione. Eleonora acquista sicurezza e serenità, ma resta molto problematico l'indirizzo di scuola che ha scelto, in quanto compiti grafici, algoritmi e icone del computer sono esattamente l'oggetto delle sue difficoltà. È stato fondamentale per lei acquisire maggiore fiducia nelle sue competenze matematiche; sono emerse non solo le sue abilità di calcolo, ma anche una propensione verso esercizi sistematici e molto strutturati. Eleonora ha fatto un percorso di orientamento e ha cambiato scuola, iscrivendosi all'istituto tecnico economico. Il cambiamento avviene sulla base di un miglioramento, non di un fallimento.

Questo aspetto è meritevole di considerazione: quando si postula la necessità di un ri-orientamento, è molto importante che la scuola frequentata in quel momento veicoli il passaggio, identificando campi di competenza che lo studente possa portare con sé nella nuova situazione.

Difficoltà attentive

La capacità di focalizzare la propria attenzione, indirizzarla, mantenerla in modo adeguato e prolungato, inibendo stimoli non funzionali al compito è, indubbiamente, un requisito fondamentale per apprendere.

Molti ragazzi presentano difficoltà attentive, che sfociano in una diagnosi di ADHD (disturbo da deficit di attenzione, dall'inglese *Attention-Deficit Hyperactivity Disorder*), quando l'entità del disturbo è patologica.

In ogni caso, i professori devono confrontarsi ogni giorno con la distraibilità dei propri studenti.

Elenchiamo di seguito le principali difficoltà attentive che gli adolescenti possono manifestare nel corso del lavoro scolastico.

- *Selezionare gli indicatori rilevanti per un compito e focalizzarsi su essi*: dimenticano la richiesta, non portano a termine i compiti, sono lenti e possono apparire anche apatici ed estremamente discontinui.
- *Organizzarsi pianificando tempo e attività*: benché non più bambini, perdono o non portano il materiale, scrivono in maniera non adeguata i compiti sul diario; non sanno quantificare il tempo necessario per un esercizio e stabilire una priorità di esecuzione.

- *Mantenere la concentrazione e inibire stimoli irrilevanti*: impegnati in una verifica, non riescono a mantenere un'adeguata attenzione prolungata e si fanno distrarre da stimoli non pertinenti. Possono stare ore su un compito e poi risolverlo in cinque minuti; perdere il punto nel quale erano arrivati e ricominciare da capo; ripetere lo stesso errore appena commesso.
- *Gestire la noia e ritardare la gratificazione*: faticano a sopportare routine, esercizi ripetitivi, tendono a uno svolgimento superficiale degli esercizi, a saltarne parti senza accorgersene.
- *Attuare strategie di monitoraggio e autoregolazione*: sono precipitosi, non controllano il proprio elaborato, non monitorano il proprio piano d'esecuzione, si focalizzano su dettagli, perdendo il tutto o viceversa.

DIFFICOLTÀ ATTENTIVE	
CARATTERISTICA PRINCIPALE	Difficoltà nel mantenere l'attenzione e/o nel controllare l'impulsività
POSSIBILI DIFFICOLTÀ IN MATEMATICA	<ul style="list-style-type: none"> • Selezione degli aspetti rilevanti di un esercizio • <i>Problem solving</i> • Pianificazione • Considerazione di una sola parte dell'esercizio • Lettura parziale della consegna • Perseverazione nell'errore • Discontinuità prestazionale • Errori di «distrazione» relativi alla trascrizione e al calcolo o a inversione (per esempio, numeratore con denominatore in una frazione)
STRUMENTI E STRATEGIE CHE POSSONO ESSERE UTILI	<ul style="list-style-type: none"> • Suddivisione delle prove in più parti • Attività di richiamo e di organizzazione prima di una verifica • Interrogazione sistematica sull'autocorrezione • Invitare al monitoraggio e incoraggiare una seconda risposta qualora la prima fosse sbagliata • Fornire esercizi incompleti da terminare, così da favorire il richiamo delle informazioni e della pianificazione • Selezionare gli indicatori significativi per l'interpretazione di un disegno e di un grafico e chiederne l'esplicitazione o l'identificazione prima di svolgere un esercizio • Interrogare sull'organizzazione del libro di testo e di eventuali schemi di ripasso

La storia di Bruno

Bruno termina il secondo anno del liceo scientifico collezionando tre debiti (matematica, fisica e latino) ed è sospeso fra il manifestare completa indifferenza e nascondere una forte ansia da prestazione. Non sa spiegarsi che cosa sia successo. Era sempre stato bravo in matematica, tanto che aveva riportato la migliore votazione nelle prove Invalsi all'esame di stato di due anni prima. Bruno è completamente impotente di fronte ai risultati.

Questo «imprevisto» porta alla richiesta di una valutazione, dalla quale emergono: adeguato livello intellettivo, disgrafia in comorbidity con importanti difficoltà attentive, lievi difficoltà nell'automatizzazione del calcolo.

Bruno è estremamente impulsivo: «spara» la risposta facendosi guidare da indicatori superficiali che poi non mette in discussione. Gli errori commessi sono spesso banali e se gli viene richiesto di autocorreggersi non ha paletti di riferimento e preferisce abbandonare il compito. Fatica a focalizzare l'attenzione, a inibire la prima risposta e a considerare più variabili contemporaneamente. Ha difficoltà di memoria del lavoro e la sua pre-

stazione è molto discontinua, con errori indipendenti dalla difficoltà.

In matematica e fisica fatica a trascrivere i numeri, sia per difficoltà grafiche sia per distrazione; persevera nell'errore; nello svolgimento di calcoli riporta erroneamente numeri o parte di essi nei passaggi successivi; mantiene in memoria informazioni irrilevanti appesantendo il suo «magazzino»; se comincia a interpretare in maniera non corretta un problema, non ridefinisce un piano alternativo; non attua strategie di monitoraggio anche a fronte di risultati marcatamente errati.

Eppure, ha adeguate capacità di astrazione, comprende i concetti e, non di rado, risolve problemi difficili. Funziona a «macchia di leopardo», ma non così bene da non rischiare il fallimento in una scuola che ha giustamente richieste alte.

È necessario spingere Bruno a imparare a studiare esplicitando i passi, categorizzando gli esercizi, organizzando in anticipo le proprie conoscenze e monitorando passo dopo passo il suo operato.

A scuola viene, pertanto, predisposto un PDP, con le seguenti strategie:

- permettere a Bruno di scegliere il carattere da adottare nella scrittura;
- fornire fotocopie degli appunti, soprattutto quando vengono dettate informazioni non contenute nei libri di testo;
- non penalizzare gli errori ortografici e grafici;
- dargli la possibilità di recuperare con interrogazioni orali le verifiche scritte che non hanno raggiunto risultati soddisfacenti;
- essere flessibili nel concedergli o no interrogazioni programmate (Bruno ha bisogno di costante studio e ripasso, perché se dovesse affrontare solo interrogazioni programmate, studierebbe all'ultimo momento);
- permettergli di utilizzare la calcolatrice e dei formulari, concordando con lui;
- invitare Bruno a effettuare un controllo accurato prima di consegnare l'elaborato;
- incoraggiare una seconda risposta qualora tenda a rispondere frettolosamente o in maniera superficiale e globale;
- durante le interrogazioni, sollecitare sempre l'autocorrezione delle risposte errate e l'ampliamento delle risposte sintetiche o superficiali;
- promuovere processi metacognitivi per sollecitare in Bruno l'autocontrollo e la valutazione dei propri processi di apprendimento.

Dopo un percorso riabilitativo nell'estate, Bruno ha superato gli esami a settembre e ha affrontato la terza, sostenuto da sistematiche ripetizioni, benché le ritenesse inutili (da buon disattento, è convinto che «basta impegnarsi un po' e si può fare da soli»). Le ripetizioni sono state prescritte fin dall'inizio dell'anno, perché non arrivassero dopo una probabile caduta e fossero interpretate come fallimento. Bruno ha superato la terza con la sospensione di giudizio solo in fisica.

Non solo nel caso di Bruno, ma per tutti i ragazzi, è molto importante che nel PDP le strategie non siano presentate con un linguaggio fisso e immutabile. Per esempio, scrivere «privilegiare le interrogazioni programmate», piuttosto che «utilizzare come modalità di verifica l'interrogazione programmata» permette di dirimere fin dall'inizio possibili conflitti e chiarire che, qualora fosse funzionale allo studente, potrebbero essere occasionalmente possibili anche interrogazioni non calendarizzate.

Funzionamento Intellettivo Limite

Il Funzionamento Intellettivo Limite (FIL) riguarda situazioni nelle quali la prestazione cognitiva si colloca in una zona al confine fra insufficienza mentale e normalità. Si tratta di ragazzi il cui quoziente intellettivo si colloca in una fascia di punteggio che va, semplificando, da 71 a 84 (85 è il limite inferiore della norma, compresa tra 85 e 115); essi presentano significative difficoltà di comprensione e ragionamento, oltre a compromissioni di diversa gravità nei vari ambiti di apprendimento.

La problematica è il risultato di cause fra loro diverse: cause biologiche, genetiche e non, e cause ambientali, quali svantaggio socioculturale e inibizione intellettiva.

Pur avendo difficoltà scolastiche rilevanti, questi studenti non sono generalmente supportati dall'insegnante di sostegno previsto dalla legge 104/92 e devono affrontare il regolare programma scolastico, declinato per obiettivi minimi, con un rischio fortissimo di non farcela e di sviluppare un atteggiamento di rinuncia e di impotenza.

Per questi ragazzi è necessario un grande sforzo di personalizzazione, a volte veramente difficile da programmare, soprattutto nell'area logico-matematica, nella quale il gap fra richieste e competenze è difficilmente colmabile.

FUNZIONAMENTO INTELLETTIVO LIMITE	
CARATTERISTICA PRINCIPALE	Profilo intellettivo in una fascia limite fra normalità e insufficienza mentale
POSSIBILI DIFFICOLTÀ IN MATEMATICA	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Problem solving</i> • Comprensione linguistica del testo, delle consegne e delle definizioni • Acquisizione di nuovi concetti • Categorizzazione • Generalizzazione delle conoscenze • Pianificazione
STRUMENTI E STRATEGIE CHE POSSONO ESSERE UTILI	<ul style="list-style-type: none"> • Programmazione per obiettivi minimi • Semplificazione del linguaggio utilizzato • Creazione di schede di ripasso corredate di definizioni o formule e un esercizio di esempio • Strutturazione di esercizi guidati • Incentivo all'applicazione pratica di un concetto • Esplicitazione dettagliata dei passi da seguire

La storia di Angelo

Angelo frequenta il primo anno dell'istituto tecnico industriale e ha già diagnosi di discalculia. I genitori lamentano scarsa attenzione e aiuto da parte della scuola, in particolare del professore di matematica, benché gli consenta l'utilizzo della calcolatrice e del formulario e riduca quantitativamente i compiti e le verifiche: queste sono ancora troppo difficili per Angelo, perché studia tanto, ma «a causa della discalculia» dimentica. I genitori chiedono addirittura che Angelo possa avere in ogni verifica un formulario con l'esempio svolto di ogni esercizio.

Dall'aggiornamento della valutazione, emerge uno scenario molto differente: Angelo ha un funzionamento intellettivo limite, un quoziente intellettivo, cioè, inferiore alla norma (78), e ciò comporta significative difficoltà nella comprensione e nella concettualizzazione. Fa fatica nel calcolo automatico, ma, soprattutto, ha grandi difficoltà nel ragionamento sia verbale sia spaziale. Il recupero delle informazioni è adeguato, come gli aspetti attentivi.

Angelo, quindi, non dimentica perché è discalcolico, dimentica perché non ha capito ed è sufficiente proporre la domanda in un modo nuovo perché crolli. Quando in una verifica può rispondere a domande nozionistiche, riesce a raggiungere la quasi sufficienza, bilanciando il crollo nelle domande di ragionamento. In matematica, considerare Angelo solo come discalcolico e dargli in mano strumenti per compensare le difficoltà con le operazioni non è sufficiente.

È questo un caso nel quale il professore di matematica ha un ruolo centrale nel definire

il percorso formativo del suo studente. Molto importante è discutere fin dall'inizio con i genitori e con il ragazzo la presenza di difficoltà cognitive e strutturare un percorso per obiettivi minimi, al fine di valutare il potenziale di miglioramento di Angelo e ipotizzare un ri-orientamento.

Si pone, infatti, il problema di permettere ad Angelo di esplorare i propri interessi e giocare un ruolo attivo nel proprio percorso di apprendimento. Si concorda l'esigenza di orientare Angelo verso una scuola più adatta alle sue potenzialità.

In matematica, ci si concentra su quelle conoscenze trasversali necessarie anche in un altro tipo di scuola, selezionando gli argomenti e costruendo con Angelo una sorta di bigino di conoscenze fondamentali. Angelo comincia a frequentare un corso professionale di meccanica, scoprendo interesse e buona attitudine sul campo.

La storia di Angelo permette di riflettere su quanto sia importante osservare sistematicamente le difficoltà e pensare per i nostri ragazzi a un «progetto vero»: il disturbo specifico, come tale, non deve diventare ipergustificazione e mascheramento di altri problemi. Talvolta più difficili da accettare. Chi ne esce sconfitto è il ragazzo stesso, che non ha la possibilità di trovare la strada che corrisponde al suo profilo e ai suoi interessi.

■ Dalla conoscenza dell'alunno all'intervento sulle sue difficoltà

Dalla presentazione di alcuni profili di alunni con difficoltà scolastiche emerge chiaramente quanto il lavoro dell'insegnante sia estremamente complesso: come conciliare le esigenze di ognuno all'interno di una classe, nel rispetto di un programma da svolgere e garantendo a tutti l'offerta formativa maggiormente adeguata?

Il percorso che porta alla personalizzazione è una sorta di *problem solving* nel quale si intrecciano aspetti fra loro strettamente interrelati:

1. la fase iniziale di conoscenza dei propri studenti e delle loro storie;
2. le scelte metodologiche per rendere le proposte didattiche occasione di apprendimento e di fronteggiamento delle difficoltà;
3. la verifica e la valutazione.

■ La scuola incontra uno studente e la sua storia

Chi è il ragazzo con difficoltà scolastiche che gli insegnanti incontrano alla scuola secondaria di secondo grado? Può arrivare con una certificazione o con una diagnosi datata oppure recente e un profilo aggiornato; può avere svolto percorsi riabilitativi che hanno compensato adeguatamente o solo in parte le sue difficoltà; può aver convissuto con problemi scolastici senza averne mai approfondito le caratteristiche; può sperimentare per la prima volta una fatica che non aveva mai percepito.

L'insegnante ha un ruolo fondamentale nell'osservazione sistematica delle difficoltà di un ragazzo non diagnosticato; quando il ragazzo ha già una diagnosi, rappresenta comunque il punto di riferimento dell'integrazione con la famiglia e gli specialisti. Egli è inoltre il progettista e «traduttore» nella pratica scolastica quotidiana di un PDP flessibile.

La fase iniziale di osservazione, di presa visione di un'eventuale diagnosi, di colloquio con i familiari e gli specialisti, è estremamente importante e deve porre delle basi condivise che coniughino due aspetti fondamentali: da una parte, la flessibilità del PDP e degli strumenti compensativi, dall'altra gli obiettivi che ci si prefigge che lo studente raggiunga. Lo scopo principale è creare un contesto di apprendimento ottimale per lo studente, nel quale valutare attentamente quando e come proporre strumenti, per quanto tempo e per quali esercizi. Diversamente, lo strumento compensativo e la misura dispensativa non sono al servizio dell'apprendimento, ma dell'evitarlo; la difficoltà diventa non un problema da tenere sotto controllo, ma ipergiustificazione. Più il PDP è «cucito su misura», minore è questo rischio.

Il ragazzo e i genitori giungono a scuola con determinate aspettative. Il colloquio iniziale è la sede nella quale porsi in ascolto del loro vissuto, delle modalità con le quali la difficoltà è stata affrontata precedentemente, degli strumenti ritenuti necessari. A volte ci sono momenti di conflitto fra insegnanti e genitori che, spesso, nascono proprio da una mancata condivisione del «perché» vengono operate determinate scelte e del «perché» alcune misure non vengono applicate o sono proposte solo in alcuni momenti.

Proponiamo un «perché» guidato da una parola magica: *opportunità*. Per esempio, il docente chiede allo studente di svolgere un esercizio senza calcolatrice, perché lo ritiene in grado di farlo e il ragazzo riesce effettivamente a portarlo a termine: che cosa sarebbe successo se, a priori, gli avesse fornito la calcolatrice? Gli avrebbe tolto l'opportunità di percepire il proprio miglioramento, di acquisire autostima e maggiore senso di autoefficacia.

Nella scuola secondaria di secondo grado, il concetto di opportunità implica anche valutare attentamente se l'indirizzo di studi scelto può corrispondere alle capacità e ai reali interessi del ragazzo.

L'opportunità si verifica con un dialogo costante, sulla base di una lettura condivisa della relazione diagnostica, magari alla presenza, in una situazione ideale, dello specialista che ha effettuato la valutazione, così da tradurre nella pratica i dati, a volte un po' oscuri, dei risultati dei test. Capita, invece, che la relazione venga protocollata in segreteria e il docente posseda come unica informazione un'«etichetta» diagnostica. Si perde così la possibilità di avere indicazioni sul bilancio tra risorse e difficoltà, in quanto nella diagnosi viene riportata una fotografia del ragazzo relativa al suo livello cognitivo, alle abilità di letto-scrittura, calcolo, *problem solving*, competenze verbali, visuo-spaziali, attentive, modalità di approccio allo studio e aspetti emotivi.

L'unione virtuosa fra le indicazioni della relazione, i colloqui con lo studente e i familiari, l'osservazione a scuola, dovrebbe permettere di raccogliere gli elementi per la stesura del PDP.

La seguente scheda sintetica può essere utile per sintetizzare le informazioni conoscitive.

Studente:
Classe:
A/S:

Diagnosi:
Difficoltà nell'area matematica desunte dalla relazione diagnostica
.....
.....
.....

Informazioni relative alla precedente esperienza scolastica

Approccio alla materia
.....
.....

Difficoltà incontrate
.....
.....

Punti di forza
.....
.....

Strumenti e misure utilizzati
.....
.....

Eventuali aspetti di riduzione del programma
.....
.....

Utilità percepita degli aiuti proposti
.....
.....

Modalità di presentazione della verifica
.....
.....

Risultati ottenuti
.....
.....

Nodi problematici
.....
.....

Modalità di studio e svolgimento compiti
.....
.....

Aspettative rispetto alla nuova esperienza scolastica
.....
.....

■ Strumenti e misure compensative: le scelte metodologiche

Gli elementi conoscitivi si traducono in indicazioni operative per consentire allo studente un percorso formativo rispettoso delle sue difficoltà.

Le strategie inserite in un PDP possono essere divise, a titolo esemplificativo, in tre categorie:

1. riduzioni, semplificazioni e dispense;
2. strumenti alternativi o aggiuntivi;
3. accorgimenti metodologici riguardo ai materiali e alla lezione.

La premessa dalla quale non si può prescindere è il concordare qualsiasi strumento con i ragazzi, ascoltare le loro esigenze e considerazioni, rispettare le eventuali resistenze, cercando di promuovere l'accettazione delle misure veramente utili. Alcuni studenti, infatti, hanno il forte timore di essere presi in giro o di essere considerati dei privilegiati, mentre altri ancora hanno difficoltà a capire il supporto che possono ottenere da uno strumento.

Riduzioni, semplificazioni e dispense

Riduzione delle formule e delle definizioni da memorizzare e semplificazione del linguaggio

Identificare quali formule e definizioni sia necessario memorizzare e saperle richiamare automaticamente è fondamentale, innanzitutto, per non chiedere a studenti con fragilità cognitiva o difficoltà di recupero lessicale e di memoria uno sforzo non vantaggioso e non «economicamente» spendibile. Definire esattamente la richiesta consente, inoltre, di superare il dilemma «tutto o niente» che si crea nei ragazzi: «Visto che per me è pressoché impossibile imparare a memoria tutto, rinuncio completamente».

Se non chiaramente indirizzati, gli studenti si affidano a un formulario anche per domande semplici, ne vivono passivamente l'utilizzo, senza cercare una rievocazione attiva e sono poco sensibili al contesto e alla richiesta, pertanto non categorizzano espressioni simili, non le collegano a esercizi esemplificativi, non identificano priorità. In sintesi, se non chiaramente indirizzati, non si mettono nelle condizioni di memorizzare.

Riduzione qualitativa della richiesta

Per i ragazzi con fragilità cognitiva diventa quasi imprescindibile ipotizzare una riduzione del programma agli obiettivi minimi. Il grande problema in una disciplina come matematica è non valicare il sottile confine fra una programmazione per obiettivi minimi e una differenziata, in quanto gli argomenti sono strettamente interconnessi, le conoscenze precedenti permettono di svolgere gli esercizi successivi e le difficoltà degli studenti compromettono conoscenze basilari. Le conoscenze minime senza le quali non è possibile procedere vanno chiaramente identificate. A volte, è questo il punto che porta a indicare chiaramente una proposta di ri-orientamento.

Riduzione quantitativa della richiesta

Le difficoltà scolastiche si accompagnano spesso alla lentezza esecutiva. Quando, per esempio, il processo di lettura non è adeguatamente automatizzato, i ragazzi mostrano segni di fatica, necessitano di un tempo molto mag-

giore, sono sensibili alla lunghezza dell'esercizio, tendono a commettere errori o a tralasciare la parte finale di un testo.

Quando non ci sono difficoltà di comprensione e le capacità cognitive sono adeguate, una riduzione quantitativa può permettere allo studente di focalizzare l'attenzione in modo proficuo e sedimentare quanto appreso; ma si tratta di una riduzione effettivamente solo quantitativa (per esempio: cinque esercizi che presentino le stesse variabili dei dieci assegnati alla classe; numeri più bassi, ma stessa difficoltà concettuale), non una riduzione della proposta di ragionamento o la presentazione di una sorta di riassunto.

Quando, infatti, a fronte di due pagine di teoria, per esempio, proponiamo al ragazzo un riassunto di mezza pagina, corriamo il rischio di mettere in atto le due seguenti modalità che non favoriscono un apprendimento efficace.

1. Forniamo una sintesi preconfezionata e, come tale, non facile da memorizzare, perché non è frutto di una riflessione personale.

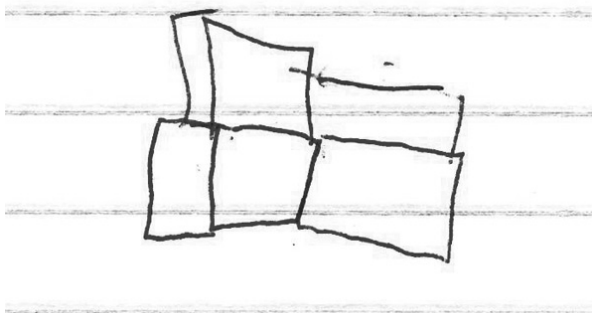
2. Riduciamo la complessità morfosintattica del testo e non esponiamo lo studente a un linguaggio completo. I ragazzi che hanno difficoltà di lettura tendono, già da soli, a saltare delle parti di frase per mantenere una velocità adeguata e sono spesso poco attenti alle preposizioni, ai quantificatori, agli avverbi, agli incisi, che sono, invece, importanti per la comprensione del testo di un problema.

Riduzione dei compiti a casa

Data la lentezza o la difficoltà di focalizzazione e mantenimento dell'attenzione, di scrittura e di disegno di figure, i compiti si configurano spesso come un incubo. La riduzione, anche in questo caso non qualitativa, che vada a considerare le peculiarità del ragazzo, consente, invece, un processo di autonomia. Il disgrafico potrebbe svolgere i compiti con l'ausilio di un computer, chi ha difficoltà visuo-spaziali utilizzare disegni già fatti, il dislessico/disortografico/disgrafico rispondere solo oralmente a domande di teoria e il disattento avere una scansione in più parti.

Dispensa dallo studiare su propri appunti o dal copiare gli esercizi

Se desideriamo che un ragazzo disgrafico possa veramente studiare sugli appunti presi in classe, deve poter avere a disposizione copie predisposte a computer o appunti presi da compagni particolarmente ordinati. Il che non significa rinunciare completamente alla scrittura, ma, per esempio, imparare a scrivere solo gli elementi maggiormente significativi, a segnare indicatori utili al ripasso o alla verifica.



Dispensa dallo svolgere gli esercizi con figure da disegnare

Nella figura a lato è riportato il cubo disegnato a 14 anni da una ragazza con capacità cognitive assolutamente adeguate, ma importanti difficoltà visuo-spaziali.

Non serve aggiungere altro. Potrebbe essere utile fornire il disegno già predisposto sul quale riflettere per svolgere un problema?

Strumenti alternativi o aggiuntivi

La calcolatrice

Non poteva mancare lo strumento d'eccellenza richiamato immediatamente quando si pensa alla matematica. Nella scuola secondaria di secondo grado la calcolatrice è, generalmente, consentita a tutta la classe e lo studente non si pone il problema di essere «diverso». Si tratta di uno strumento di uso così comune da sottovalutarne alcune possibili difficoltà: innanzitutto, non ha poteri straordinari, non risolve i problemi da sola e svolge i calcoli che noi le chiediamo; ciò significa anche che il discalcolico, il dislessico, il disattento possono leggere i numeri sbagliati, dimenticare a che punto sono arrivati nella scrittura dei numeri, saltare parti di operazioni. L'uso della calcolatrice necessita quindi di momenti di monitoraggio e verifica accurati, se non si vuole ripetere il calcolo cento volte o riportarlo sbagliato.

Il formulario

«Il formulario: chi era costui?». Considerato un novello Carneade, è invece utile se adeguatamente sfruttato. Gli insegnanti lamentano che i propri studenti non utilizzano il formulario, addirittura lo dimenticano a casa o non ne hanno la minima cura.

Perché questo avviene? Generalmente, noi tendiamo a dimenticare una cosa che non reputiamo utile o che non vogliamo usare. I ragazzi possono avere, a questo riguardo, resistenze emotive, perché il formulario è ben visibile. Molto spesso non ne capiscono pienamente l'utilità o non riescono a consultarlo agilmente.

I problemi di fondo sono due: il formulario raramente è costruito personalmente e attivamente dallo studente; quando ne viene fornito uno già predisposto, solo raramente sono anche pensate attività specifiche per impararne la struttura e il funzionamento.

Il formulario dovrebbe essere personalizzato e costruito con lo studente nel rispetto delle specifiche difficoltà; lo studente, per esempio, dovrebbe visionare diversi modelli e individuare quello che è per lui di più facile consultazione. Inoltre, deve essere uno strumento flessibile, in divenire, che progredisce parallelamente al programma in classe; deve essere agile e presentare esemplificazioni. Infine, da non dimenticare, presuppone l'esercitarsi per diventare abili fruitori.

Schemi e mappe

Le riflessioni fatte riguardo al formulario sono applicabili anche agli schemi e alle mappe. Prima di fornirli è fondamentale porsi le due seguenti domande.

1. Perché è utile uno schema per questo compito?
2. Quale tipo di schema rispetta le caratteristiche, lo stile cognitivo, le difficoltà del mio studente?

Ragazzi con difficoltà visuo-spaziale, per esempio, potrebbero fare molta fatica a orientarsi in schemi e mappe, se non linearmente e sequenzialmente organizzati. Ragazzi con difficoltà di recupero lessicale potrebbero identificare come compito faticoso e supplementare una mappa strutturata sulla base di parole-chiave. Infine, il consiglio è quello di interrogare sullo schema o la mappa per verificare che lo studente ne abbia compreso l'utilità e i contenuti.

Computer, tablet, smartphone

L'utilizzo di attrezzature tecnologiche è sempre più frequente nella scuola; molte aule sono attrezzate con la LIM. Fanno parte del DNA dei nostri ragazzi, che ci superano in abilità. Nonostante ciò, o proprio per questo, bisogna dare a questi strumenti il ruolo che hanno, cioè di strumenti fra tanti altri, compreso il quaderno, che non sostituiscono il processo di apprendimento.

Un ragazzo con scarsa propensione alla matematica, al quale avevamo consigliato un istituto professionale, si è iscritto al liceo scientifico delle scienze applicate, perché «Tanto lì fanno matematica con il tablet!»

Fatto questo preambolo, che non va mai dato per scontato nonostante l'estrema banalità, si può dire che l'utilizzo di tecnologie informatiche può consentire diversi aiuti: per esempio, fotografare con il tablet uno schema fatto alla lavagna, svolgere la verifica al computer ecc.

È importante verificare che lo studente sia veloce ed efficace nell'utilizzo e che lo strumento non sia un distrattore; pensiamo, per esempio, a uno studente con diagnosi di ADHD che prende appunti con il computer: si corre il rischio che sia completamente assorbito dalle icone dello schermo e che non riesca a prestare attenzione alle lezioni.

Accorgimenti metodologici riguardo ai materiali e alla lezione

Quando pensiamo agli adattamenti da inserire in un PDP tendiamo automaticamente a prefigurarci riduzioni, dispense, schemi e strumenti. Aspetti legittimi quanto utilissimi, che sono, però, «altro» rispetto alla lezione e ai materiali che abbiamo già a disposizione.

Ci sono, invece, molteplici possibilità di rendere l'apprendimento più sereno per i nostri ragazzi, sfruttando aspetti prettamente metodologici di impostazione, organizzazione e presentazione delle lezioni. È questo il regno di competenza dei docenti, non sempre valorizzato come meriterebbe. Ma è anche il regno dell'appartenenza: io studente insieme agli altri.

Forniamo alcuni spunti di riflessione, che la fantasia di ogni docente saprà arricchire e ridefinire.

Organizzazione anticipata e monitoraggio della lezione

È molto difficile cambiare le abitudini (buone o cattive che siano) consolidate nel prestare attenzione alle lezioni e nello svolgere un esercizio. Molti studenti faticano a essere strategici, a dirsi che cosa si aspettano da una lezione e quali conoscenze possono acquisire. L'atteggiamento passivo non permette un ricordo efficace. Il risultato è che quando a casa si trovano a studiare non hanno i paletti e gli indicatori che permetterebbero loro un approccio efficace.

Molte strategie utili dunque si giocano pre- e post-lezione, perché permettono attivazione e organizzazione e favoriscono il ricordo. Per esempio, per i ragazzi disattenti è utile comunicare prima della lezione quali saranno i punti su cui verranno interrogati alla fine della stessa; o cominciare lo svolgimento di un esercizio e chiedere di ripetere quanto detto e di continuare; o ancora terminare la lezione con una breve prova a coppie nella quale si richiede lo svolgimento di esercizi svolti precedentemente. Per i ragazzi con fragilità cognitiva far precedere la lezione da una breve spiegazione anticipata è utile, perché può farli sentire più competenti in una materia vissuta come una lingua sconosciuta. Lo stesso vale per il richiamo delle formule e delle definizioni che verranno utilizzate. Qualora fosse richiesta la lettura veloce

di pagine, ai dislessici può giovare aver del tempo per leggere prima il testo. Per favorire la consapevolezza delle proprie competenze, al termine di una lezione i ragazzi dovrebbero individuare i punti sufficientemente chiari e quelli più oscuri, indicare gli esercizi che reputano facili, formulare domande sugli argomenti che non hanno capito, annotare strategie imparate. Se svolte sistematicamente, attività di questo tipo promuovono un atteggiamento esplorativo e favoriscono la comprensione.

Lavoro di gruppo cooperativo

Le attività di gruppo, anche semplicemente di coppia, permettono un'attenzione personalizzata alle esigenze di ognuno e l'ottimizzazione del tempo. È molto difficile durante una lezione frontale permettere a ogni studente di svolgere l'esercizio; l'alternativa è seguire un compagno che lavora alla lavagna, ma comporta un atteggiamento passivo e il compagno stesso si trova in una situazione di forte mediazione da parte dell'insegnante.

Invece, prevedere per esempio un'esercitazione a coppie, nella quale a turno un compagno risolve e l'altro verifica la correttezza, costringe i ragazzi a spiegare ciò che stanno facendo e a diventare più consapevoli. Difficilmente, in una situazione di classe o individuale si ha l'occasione di esplicitare il proprio piano di esecuzione: farlo favorisce il ricordo e permette di rendersi conto dei propri punti deboli.

In questo modo gli studenti con difficoltà hanno la possibilità di esercitarsi, di rivedere e ripetere gli argomenti, di agire con maggiore autonomia, senza richiedere il costante aiuto del docente. Anche gli studenti non in difficoltà fruiscono positivamente del lavoro di gruppo, in quanto riescono a gestire meglio il tempo, diventano più sensibili al compito e sviluppano abilità metacognitive, imparando a generalizzare e trasferire a nuove situazioni quanto appreso. Gli esercizi possono essere strutturati a differenti livelli di difficoltà, permettendo a chi è competente di cimentarsi in esercizi complessi, che come tali sono motivanti per chi ama la matematica.

Il libro di testo

È importante valorizzare e far conoscere il libro di testo agli studenti: se si conosce la struttura di un libro, il ripasso e il recupero delle informazioni è molto veloce, autonomo ed efficace. Saper maneggiare con sicurezza il libro di testo permette di ridurre gli strumenti aggiuntivi e di seguire la via più semplice: per esempio, che cosa c'è di meglio se in classe i compagni studiano un teorema a pagina 40 e anche lo studente con difficoltà può studiarlo alla stessa pagina? Ovviamente, il libro deve essere chiaro nell'esposizione e nella grafica. Facciamo alcuni esempi tratti da un volume per il biennio di *Colori della Matematica*.

L'aspetto grafico

La chiarezza della pagina proposta è a volte il discrimine fra essere competenti e non esserlo. Alcuni testi o schede sono di difficile lettura e questo è un grandissimo ostacolo per i ragazzi in difficoltà.

Per consentire una didattica inclusiva, le diverse parti devono essere chiaramente identificabili, gli esercizi ben separati, le informazioni principali facilmente individuabili, i colori ben distinguibili l'uno dall'altro. Per esempio, negli esercizi proposti nel libro di testo, i colori sono estremamente chiarifi-

catori e distinti: il numero dell'esercizio in arancione, l'esercizio in nero e la soluzione in blu; la prima riga delle tabelle è colorata e rende più semplice orientarsi.

Calcola il M.C.D. e il m.c.m. fra i monomi dei seguenti gruppi.

<p>361 $x^3y^4z^4, x^2yz^3, x^2y^2z^2$</p> <p>362 $2x^2y^5z^4, 4x^3y^9z^3, 8x^2y^4z^6$ [M.C.D. = $2x^2y^3z^3$; m.c.m. = $8x^3y^9z^6$]</p> <p>363 $a^3b^4, 7ac^4, 14b^2c^3$</p> <p>364 $3a^2b^2c^2, 2a^4c^3d, 9a^5b^4cd$ [M.C.D. = a^2c; m.c.m. = $18a^5b^4c^3d$]</p> <p>365 $x^3z^5, x^2y^3z^3, xy^2z^6$</p> <p>366 $2x^2yz^4, 4x^6y^2z^5, x^2y^3z^6$ [M.C.D. = x^2yz^4; m.c.m. = $4x^6y^3z^6$]</p> <p>367 $9a^2b^4c, 3ac^4, 6bc^2$</p> <p>368 $3a^2b^2c^2, a^4c^4d, 9a^3b^4cd$ [M.C.D. = a^2c; m.c.m. = $9a^5b^4c^4d$]</p>	<p>369 $-3x^4y^2z^3, 6xy^3, 2x^2y^2z$</p> <p>370 $\frac{1}{2}ab^3c, 3a^2b^2, -2a^3b^3cd$ [M.C.D. = ab^3; m.c.m. = a^3b^3cd]</p> <p>371 $6x^3y^2z^5, 2x^2y, 9xy^4z^3$</p> <p>372 $5a^2b^5c^3, 10a^2c^2, 4ab^6d^4, 6abd$ [M.C.D. = a; m.c.m. = $60a^3b^6c^3d^3$]</p> <p>373 $x^6y^7z, 2x^3y^6, 3z^2$</p> <p>374 Videolezione $8a^5b^{13}c^{10}, 2a^5b^9c^7, 4a^6b^2$ [M.C.D. = $2a^5b^2$; m.c.m. = $8a^6b^{13}c^{10}$]</p> <p>375 $15a^{2m}b^{3m}c^4, 3a^m b^{5m}, 6b^m c^7$</p> <p>376 Videolezione $6a^{4x}b^{12}c^{8y}, 5b^7c^{4y}, 3a^2b^5c^{2y}$ [M.C.D. = b^5c^{4y}; m.c.m. = $30a^{4x}b^{12}c^{8y}$]</p>
---	---

in arancione → 362
in blu → 364
in nero → 365

Per quanto riguarda la teoria, le parti sono ben distinte; l'ampio colonnino laterale consente di annotare le informazioni principali e gli indicatori per un ripasso veloce; sono già appuntate a lato le conoscenze fondamentali (di fatto è già strutturato quanto andrebbe inserito in un formulario).

Successioni e principio di induzione

Unità
3
Tema G

1. Introduzione alle successioni

Definizione di successione e di grafico di una successione

DEFINIZIONE | Successione
Una **successione** è una funzione che ha come dominio l'insieme N dei numeri naturali (eventualmente privato di alcuni suoi elementi).

I numeri reali corrispondenti degli elementi di N in una successione si dicono **termini** della successione e vengono indicati con i simboli:

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

essendo a_0 il corrispondente di $n = 0$, a_1 il corrispondente di $n = 1$, a_2 il corrispondente di $n = 2$ e così via. Il termine a_n è chiamato **termine generale** della successione. Una successione viene spesso assegnata dando la formula che esprime il termine generale a_n in funzione di n .

ESEMPLI

a. Si può assegnare la successione dei quadrati dei numeri naturali tramite la formula $a_n = n^2$. I primi termini della successione sono:
 $a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 4, a_3 = 9, \dots$

b. Si può assegnare la successione dei numeri dispari tramite la formula $a_n = 2n + 1$. I primi termini della successione sono:
 $a_0 = 1, a_1 = 3, a_2 = 5, a_3 = 7, \dots$

Il grafico di una successione a_n è un insieme di punti isolati, di coordinate:
 $(0, a_0), (1, a_1), (2, a_2), (3, a_3), \dots, (n, a_n), \dots$

ESEMPIO | Grafico di una successione
I punti che rappresentano i primi quattro termini della successione $a_n = \frac{1}{n}$, con $n \geq 1$, sono quelli mostrati in Fig. 1. Si tratta, come puoi vedere, di punti «isolati», che formano un insieme discreto; il grafico di $a_n = \frac{1}{n}$ è la restrizione del grafico dell'iperbole di equazione $y = \frac{1}{x}$ all'insieme dei punti aventi ascissa **intera positiva** (Fig. 2).

Figura 1

Figura 2

ATTENZIONE!
Salvo avviso contrario, conveniamo che il dominio di una data successione sia tutto N. Nel caso in cui il dominio sia per esempio soltanto $n \geq 1$, verrà specificato.

ATTENZIONE!
1. In alcuni testi vengono utilizzati due simboli diversi per indicare una successione e il suo termine generale; precisamente, per indicare la successione di termine generale a_n si utilizza il simbolo $\{a_n\}$.
2. Per brevità scriveremo spesso «successione a_n », intendendo «successione avente come termine generale a_n ».

Con GeoGebra
Successioni

Approfondimenti

Con GeoGebra

Videolezioni

Esercizi Interattivi

Chiarezza delle definizioni

Per favorire la comprensione e la memorizzazione delle definizioni, le stesse devono essere scritte in un modo semplice e chiaro e presentate con esempi sia verbali sia iconografici, così da permettere a chi ha difficoltà visuo-spaziali di utilizzare la forma verbale come veicolo per la rappresentazione grafica e viceversa a chi ha difficoltà linguistiche.

Si consideri la presentazione del concetto di concavo e convesso riportata in questa pagina.

4. Semipiani e angoli

Figure convesse e concave

Per poter presentare le definizioni di *semipiano* e di *angolo* dobbiamo prima introdurre due definizioni generali, valide per qualsiasi *figura geometrica*, e un nuovo assioma.

DEFINIZIONE | Figure concave e convesse

Una figura geometrica F si dice **convessa** se, comunque scelti due punti $A, B \in F$, il segmento AB è tutto contenuto in F . Una figura non convessa si dice **concava**.

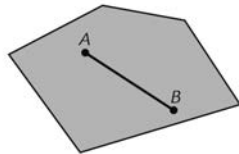


Figura convessa:
comunque scelti due punti A e B
appartenenti alla figura,

Figura 28

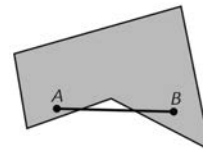


Figura concava:
il segmento AB non è tutto
contenuto in essa

Figura 29

Le rette, le semirette e i segmenti sono figure *convesse*. Per convenzione, si considera una figura convessa anche il punto.

ASSIOMA 4 | Assioma di partizione del piano da parte di una retta

Consideriamo una retta r nel piano. L'insieme dei punti del piano che **non** appartengono a r resta diviso da r in due sottoinsiemi disgiunti e convessi, α e β , tali che, se A appartiene ad α e B appartiene a β , allora il segmento AB interseca la retta r in uno e un solo punto (Fig. 30).

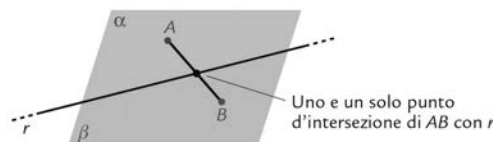


Figura 30

Uno e un solo punto
d'intersezione di AB con r

RICORDA

Due insiemi si dicono **disgiunti** se la loro intersezione è l'insieme vuoto.

La definizione è presentata tre volte. La prima con un linguaggio semplice da memorizzare. Il passaggio dalla lettura della definizione alla sua comprensione e alla capacità di rappresentare graficamente il concetto non è immediato. Vengono, pertanto, presentate due figure semplici, ben spaziate e il segmento AB velocemente identificabile. Sotto ogni figura è riproposta la definizione, che in questo caso favorisce la chiara comprensione della differenza fra le due tipologie di figure e permette allo studente di passare dal verbale all'immagine mentale e viceversa.

Esplicitazione delle regole e del piano di esecuzione negli esercizi svolti

Molti ragazzi perdono i passi esecutivi o non agganciano la regola studiata alla sua applicazione in un esercizio.

Il richiamo sistematico e chiaramente scritto in un esempio svolto favorisce la memorizzazione del legame fra regola e compito e il richiamo successivo in esercizi nuovi.

Analizziamo l'esempio svolto di trasformazione in frazione di un numero periodico.

ESEMPIO

Trasformiamo in frazione i due numeri decimali periodici: $3,6\overline{2}$ e $1,2\overline{5}$.

Applichiamo la regola precedente:

$$3,6\overline{2} = \frac{362 - 36}{90} = \frac{326}{90} = \frac{163}{45}$$

↑
l'antiperiodo è 6
e il periodo è 2

↑
riduzione ai
minimi termini

$$1,2\overline{5} = \frac{125 - 1}{99} = \frac{124}{99}$$

↑
il periodo è 25 e non
c'è antiperiodo

Innanzitutto sono scelti numeri bassi, con massimo due cifre fra periodo e antiperiodo; è presentato il confronto fra un numero nel quale sono presenti sia il periodo sia l'antiperiodo e un numero con solo il periodo. La discriminazione fra i due numeri è facile, essendo numeri semplici.

C'è il richiamo al fatto che verrà applicata la regola precedentemente enunciata (per favorire il passaggio dalla regola all'esempio).

Durante lo svolgimento, la scoperta della regola è estremamente facilitata dal confronto immediato fra i numeri scelti, che hanno sempre due cifre scritte al denominatore.

Esplicitazione del ragionamento che porta alla risoluzione

Quando aiutiamo un ragazzo con difficoltà a comprendere un problema, non dobbiamo dare per scontato che passi impliciti e ragionamenti di base siano chiaramente acquisiti.

Bisogna strutturare esercizi che esplicitino i «trucchi» e i ragionamenti progressivi sottesi alla logica del problema.

Quando i ragazzi con difficoltà vedono frazioni e percentuali, anche se il problema parla di aspetti quotidiani (il costo di un televisore) faticano a creare l'aggancio con la situazione pratica.

Problema svolto

Consideriamo questo problema svolto.

PROBLEMA SVOLTO 1 ♦ Sconto sul televisore

Un televisore, dopo che è stato praticato uno sconto del 12% sul prezzo originario, è stato pagato 308 euro. Qual era il prezzo originario del televisore?




Figura 4

FAMILIARIZZIAMO CON IL PROBLEMA

Dati

- Sconto subito dal prezzo del televisore = 12%
- Prezzo scontato = 308 euro

Obiettivo

- Il prezzo originario del televisore

Costruiamo il modello algebrico del problema

- Indichiamo con l'incognita x il prezzo originario del televisore (che è il nostro obiettivo).
- Osserviamo che deve essere $x > 308$ (poiché il prezzo originario deve essere maggiore del prezzo scontato).
- Per determinare x , impostiamo un'equazione che tiene conto dei dati.

L'equazione è la seguente.

$$\underbrace{x}_{\substack{\text{il prezzo} \\ \text{originario}}} - \underbrace{\frac{12}{100}}_{\substack{\text{il 12\%}}} \cdot \underbrace{x}_{\substack{\text{prezzo} \\ \text{originario}}} = \underbrace{308}_{\substack{\text{prezzo} \\ \text{scontato}}}$$

ossia: $x - \frac{3}{25}x = 308$ Osserva che $\frac{12}{100} = \frac{3}{25}$

RISOLVIAMO L'EQUAZIONE

$$x - \frac{3}{25}x = 308$$

$$25x - 3x = 308 \cdot 25 \quad \text{Moltiplicando entrambi i membri per 25}$$

$$22x = 308 \cdot 25 \Rightarrow x = \frac{308 \cdot 25}{22} = 350$$

Verifichiamo l'accettabilità della soluzione e rispondiamo

- La soluzione trovata è accettabile (infatti è maggiore di 308).
- Concludiamo che il prezzo originario del televisore era di 350 euro.

Nel problema si utilizza un linguaggio semplice, che non dà per scontati i passi che portano alla soluzione. La descrizione dei dati è sintetica e di facile recupero all'interno del testo. C'è una fase di pianificazione (l'impostazione dell'algoritmo) chiaramente espressa prima di procedere allo svolgimento. I ragazzi tendono, invece, a non prendersi del tempo fra la lettura di un problema e la sua esecuzione: la fase decisionale è spesso sconosciuta. È già ipotizzato il risultato che ci si aspetta di ottenere (deve essere superiore a 308 euro, perché il televisore è stato acquistato scontato). Chi conosce gli studenti sa che a volte giungono a risultati impossibili e assurdi, perché non formulano ipotesi, non rappresentano la situazione del problema e non monitorano. L'equazione è scritta con i simboli matematici e tradotta sotto in modo verbale, così come si legge: aspetto importante per costringere i ragazzi ad ascoltarsi mentre leggono un'equazione e a non viverla come un insieme di geroglifici non identificati. La scrittura, inoltre, consente di richiamare il senso di

ogni parte dell'equazione (dalla rappresentazione dell'incognita al segno di uguaglianza). Ogni passo è spiegato anche nello svolgimento, dove l'attenzione deve concentrarsi sulla procedura di risoluzione (per esempio, la semplificazione della frazione). La risposta è prima di tutto richiamo della riflessione iniziale circa il costo del televisore.

Ci sono tutti gli elementi per permettere anche a un ragazzo con fragilità cognitiva di riuscire in autonomia a svolgere problemi simili, creandosi un iter di passi da seguire.

■ La verifica

Il momento della verifica deve essere un momento «vero» per tutti gli alunni, anche per quelli in difficoltà. Ciò significa che lo studente deve realmente mettersi in discussione ed è chiamato ad applicare quanto appreso. Non c'è niente di più umiliante di un muto accordo sul «6 politico» e di una verifica «finta», nella quale basti per esempio copiare dal formulario.

Sicuramente, date anche le forti implicazioni in termini di valutazione, lo studente con difficoltà non deve essere penalizzato, ma messo nelle condizioni di valorizzare le proprie risorse.

Nel predisporre una verifica confluiscono tutte le strategie delle quali abbiamo parlato precedentemente, dalla riduzione allo strumento compensativo, dall'approccio metodologico alla chiarezza del materiale presentato. Ne riassumiamo alcune più specifiche nelle seguenti indicazioni.

Riduzione della verifica

La verifica può essere ridotta qualitativamente quando si è previsto per lo studente con difficoltà che il programma, pur nel rispetto degli obiettivi minimi, non sia presentato nella sua totalità. Oppure può essere ridotta quantitativamente affinché lo studente non sia penalizzato dalla propria lentezza elaborativa. Non esiste un solo modo di ridurre quantitativamente: si può predisporre per esempio una verifica progressivamente più complessa concettualmente, per la quale lo svolgimento di una prima parte permetta il raggiungimento della sufficienza per gli studenti con fragilità cognitiva o per quelli con un senso di autoefficacia molto basso, che, di fronte al primo ostacolo, entrano in uno stato di impotenza e si bloccano completamente. La riduzione può riguardare, inoltre, il tipo di cifre presentate (più basse, con minore numero di decimali ecc.); o ancora, si può far scegliere al ragazzo quali parti completare.

Se, però, l'insegnante ha consegnato al suo studente con difficoltà un testo che contiene 8 esercizi anziché i 10 dei compagni, ma questi esercizi presentano tutti gli aspetti qualitativi di quelli assegnati alla classe, il voto in caso di risoluzione esatta deve essere 10, non 8, altrimenti l'aiuto mortificherebbe anziché agevolare la media aritmetica dei voti.

Possibilità di recupero con interrogazioni orali

Per molti ragazzi lo scritto rappresenta un ostacolo difficile da superare e l'interrogazione orale (o lo svolgimento degli esercizi alla lavagna) permette di dimostrare meglio ciò che realmente si sa.

Questa però non è una regola fissa ed è indispensabile rispettare le preferenze dei nostri ragazzi: non aiuteremmo con un'interrogazione orale, per esem-

pio, uno studente estremamente timido, con difficoltà di recupero lessicale, che «va in tilt» davanti ai compagni per paura del loro giudizio. Dobbiamo sempre stare attenti a distribuire aiuti, non condanne!

Quando, invece, l'interrogazione è in sintonia con il ragazzo, di solito il consiglio è di inserire nel PDP una dicitura del tipo: «Possibilità di recuperare oralmente le verifiche scritte nelle quali non si è ottenuto un risultato soddisfacente; il recupero deve prevedere argomenti circoscritti e affrontati secondo un calendario concordato». Il termine utilizzato è «soddisfacente», non «sufficiente», perché dobbiamo mettere i ragazzi nelle condizioni di esprimere al massimo le proprie potenzialità: per esempio, ci sono studenti giudiciosi che studiano tantissimo e giungono alla sufficienza, ma il rapporto sforzi/risultati è troppo sbilanciato e il voto non rende loro giustizia; altri, invece, molto globali e intuitivi e con buone capacità cognitive, che si accontentano di un 6 e non esplorano le proprie reali possibilità a fronte di un impegno maggiore. Nella frase proposta, inoltre, è chiaramente espressa la necessità che il recupero precisi i tempi e circoscriva gli argomenti. Diversamente, i ragazzi sarebbero appesantiti da una mole indefinita di pagine da ripassare, con il rischio di tralasciare parti nuove di programma.

Autocorrezione delle verifiche

Questa è una delle strategie che permettono un cambiamento duraturo. La verifica dovrebbe essere commentata a scuola e portata a casa (in copia), con la richiesta di correggere autonomamente gli errori. A breve, poi, dovrebbe essere prevista un'interrogazione nella quale il ragazzo dimostri di aver messo in discussione la propria prestazione. Come può, altrimenti, rendersi conto del perché ha sbagliato e del come fare per migliorare?

Utilizzo di calcolatrice, formulari e altri strumenti

Lo studente, a meno di particolari situazioni, può fruire degli strumenti che utilizza nella quotidianità scolastica anche in fase di verifica.

Suddivisione delle verifiche in più parti

Per molti studenti, soprattutto per chi ha una difficoltà attentiva, è utile suddividere la verifica in più parti, così da permettere la focalizzazione su ogni esercizio. Il disattento tende a saltare parti, a tenere in memoria parti irrilevanti, a perseverare nell'errore. La suddivisione consente di riportarlo sul compito, di sollecitare l'autoregolazione e il monitoraggio e di aiutarlo a essere maggiormente fluido e organizzato.

In ultimo, ma non per importanza, concludiamo con una nota fondamentale: la dispensa per i nostri ragazzi dal pensare che l'apprendimento della matematica sia un percorso senza speranza di miglioramento. Dispensa da inserire in ogni PDP.

Tutte le prove di verifica contenute in questa guida sono disponibili anche in formato rtf (sia nell'eBook versione docente sia sul sito libro deascuola.it/sassoverde).

Questo consente a ciascun insegnante di adattare alle specifiche esigenze BES, tenendo conto dei suggerimenti dati.

Nelle risorse riservate al docente del sito libro saranno rese disponibili man mano verifiche già predisposte per affrontare i diversi tipi di difficoltà di apprendimento.