

MATEMATICA IN LABORATORIO

Fare geometria con Cabri

- L'ambiente di lavoro
- Usare Cabri
- Comprendere Cabri

L'ambiente di lavoro

1 Che cosa è Cabri

Il programma **Cabri*** è stato sviluppato da Jean-Marie Laborde e Franck Bellemain presso l'*Institut d'Informatique et Mathématiques Appliquées* di Grenoble, ed è stato in seguito acquisito da *Texas Instruments*, da cui è attualmente distribuito.

Cabri è un software di geometria dinamica che permette di costruire figure geometriche in cui le relazioni tra gli elementi sono definite dall'utente; tali figure possono poi essere deformate continuando a mantenere inalterate le relazioni definite al momento della costruzione.

Le costruzioni possibili con *Cabri* sono sostanzialmente le stesse consentite dalla geometria euclidea e molti strumenti di costruzione che *Cabri* ci mette a disposizione corrispondono agli assiomi di Euclide.

Cabri è perciò un potente strumento, utile sia per la scoperta delle proprietà delle figure geometriche sia per la verifica delle proprietà studiate nel corso teorico.

Valide alternative a *Cabri* sono costituite dai programmi **DrGeo**, software libero e *Open Source*, e da **GeoGebra** (vedi la guida **FARE MATEMATICA CON GEOGEBRA**), anch'esso software libero, che implementano le stesse funzioni di *Cabri* con un'interfaccia molto simile.

Lo scopo di questa guida è quello di introdurre all'uso di *Cabri*; non ne illustreremo tutte le funzioni e i comandi: chi volesse approfondirli potrà consultare il manuale di *Cabri*. Cercheremo piuttosto di «rompere il ghiaccio», eseguendo una costruzione che ci guiderà a scoprire questo programma. Ulteriori approfondimenti sono illustrati, quando necessario, nelle esercitazioni svolte.

* *Cabri II Plus* è un marchio depositato di Cabrilog.

2 L'ambiente Cabri

L'ambiente di lavoro di *Cabri* è illustrato nella FIGURA 1 in cui possiamo distinguere:

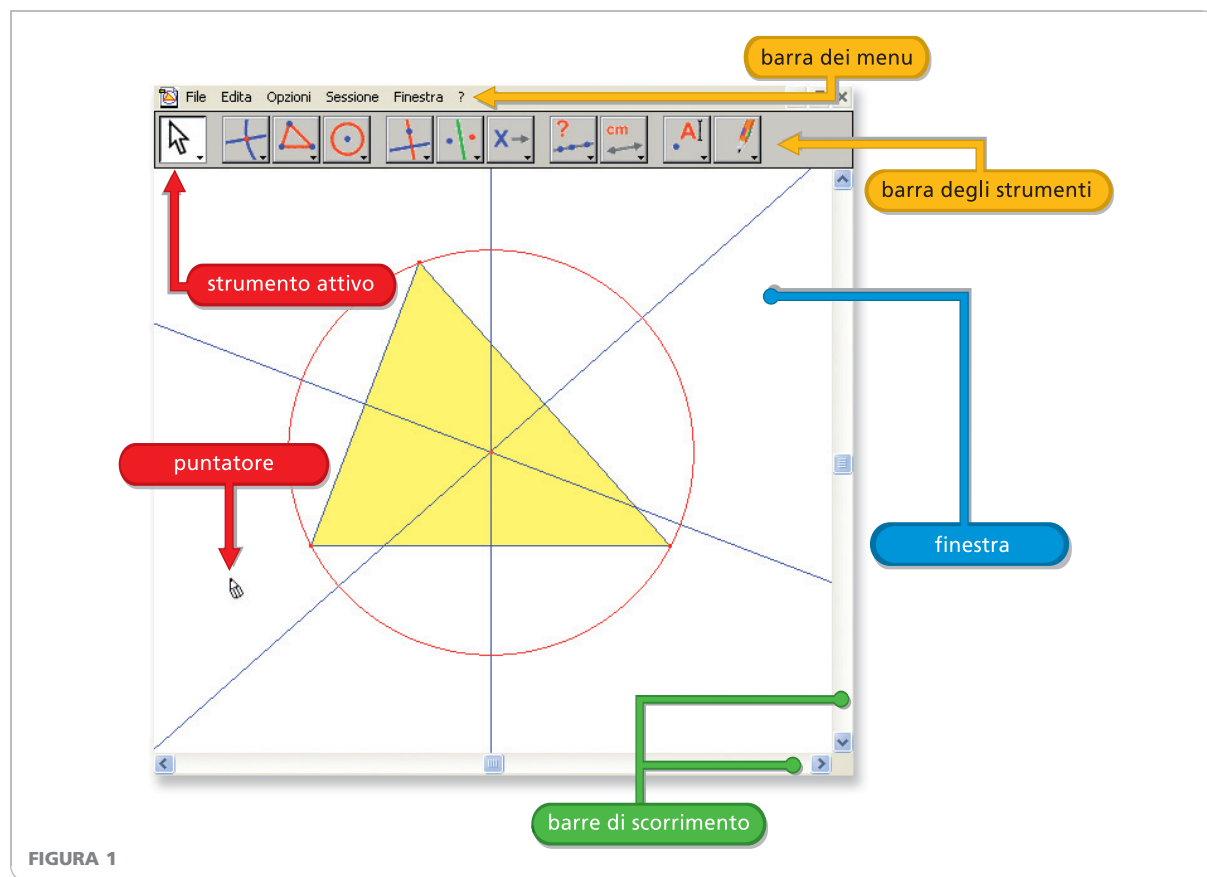


FIGURA 1

- la **barra dei menu**, in cui sono raggruppati i comandi disponibili; si tratta dei comuni comandi che appaiono in quasi tutti i programmi più diffusi: *Apri, Salva, Taglia, Copia, Incolla...*; pertanto non ci soffermeremo su di essi;
- la **barra degli strumenti** in cui compaiono i pulsanti corrispondenti agli strumenti di disegno;
- lo **strumento attivo** ossia il pulsante evidenziato della barra degli strumenti, che rappresenta lo strumento di disegno che stiamo utilizzando;
- il **puntatore** che si sposta muovendo il mouse e indica la posizione in cui stiamo operando;
- la **finestra** in cui compaiono le figure geometriche;
- le **barre di scorrimento** che permettono di spostare la porzione di piano visualizzata nella finestra.

3 La barra degli strumenti

La **barra degli strumenti** è particolarmente importante per l'uso di *Cabri*. Facendo clic su un pulsante di essa si seleziona lo strumento corrispondente; il pulsante viene evidenziato e nella finestra di *Cabri* compare, in basso a sinistra, il nome dello strumento attivo. Il nome «strumento» deriva dal fatto che, facendo clic su uno di questi pulsanti, il mouse viene trasformato in uno strumento di disegno specializzato; ad esempio, lo strumento *Retta* consente di disegnare rette, lo strumento *Circonfenza* consente di disegnare circonferenze e così via. Altri strumenti consentono di spostare gli oggetti, di cambiare il loro aspetto, di attribuirvi dei nomi ecc.

È importante osservare una particolarità che contraddistingue la barra degli strumenti di *Cabri* rispetto a quelle dei più comuni programmi. Si può notare, nell'angolo inferiore destro di ogni pulsante, un triangolino. Esso indica che, se invece di fare clic si tiene premuto il pulsante del mouse, si apre un menu (FIGURA 2); se si seleziona una voce da questo menu il pulsante cambia aspetto e funzione.

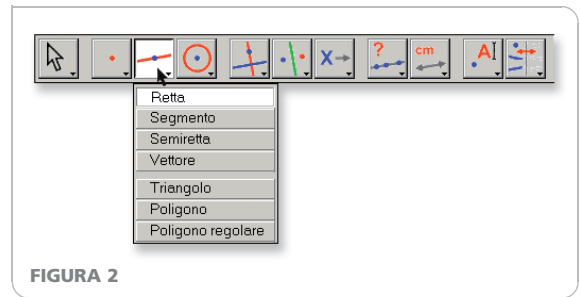




FIGURA 2

In FIGURA 2 abbiamo aperto il menu del terzo pulsante da sinistra. Abbiamo quindi selezionato la voce *Triangolo*. In FIGURA 3 puoi osservare come il pulsante abbia cambiato aspetto. Il terzo pulsante, che prima corrispondeva allo strumento *Retta*, denotato dall'icona , ora è associato allo strumento *Triangolo*, denotato dall'icona .

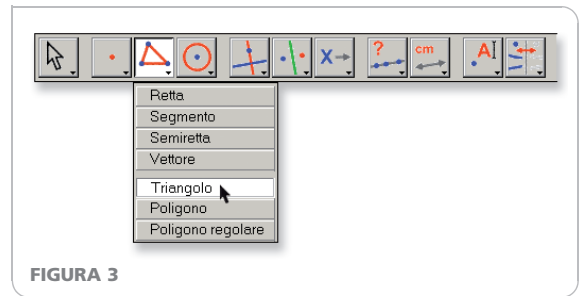


FIGURA 3

Gli strumenti sono raggruppati nei vari menu in base alla loro funzione. Procedendo da sinistra verso destra troviamo i menu nell'ordine seguente:

- **manipolazione:** strumenti che consentono di manipolare gli oggetti;
- **punti:** strumenti che consentono di disegnare punti;
- **oggetti rettilinei:** strumenti che consentono di disegnare rette, segmenti, semirette, poligoni e altri oggetti rettilinei;
- **oggetti curvilinei:** strumenti che consentono di disegnare circonferenze, archi e altre curve;
- **costruzioni:** strumenti che consentono di disegnare oggetti che dipendono da oggetti già presenti nel disegno, come la perpendicolare o la parallela a una retta;
- **trasformazioni:** strumenti per applicare simmetrie, traslazioni, rotazioni ecc.;
- **macro:** per definire macro-costruzioni;
- **proprietà:** strumenti che consentono di esplorare le proprietà degli oggetti costruiti;
- **misure:** per misurare lunghezze, aree, angoli;
- **testo:** per assegnare nomi agli oggetti o scrivere commenti; in questo menu si trovano anche strumenti che non ricadono nelle altre categorie;
- **attributi:** per modificare l'aspetto degli oggetti, rendendoli invisibili o visibili o cambiandone colore e spessore.

In FIGURA 4 si può vedere la barra degli strumenti, con i pulsanti che appaiono all'avvio del programma, accanto ai quali abbiamo scritto il nome del corrispondente menu.

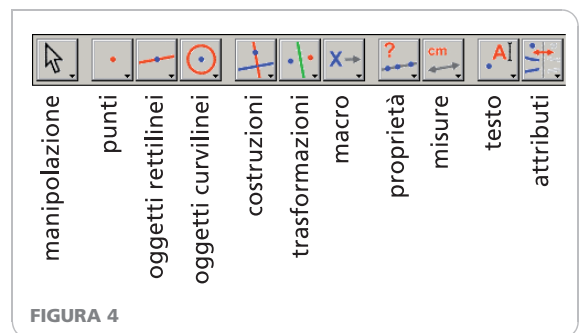


FIGURA 4

4 Le barre di scorrimento

Il piano euclideo è illimitato, mentre la finestra di *Cabri* è limitata; essa può dunque mostrare solo una porzione del piano; può quindi talvolta accadere che qualche elemento del disegno venga a trovarsi al di fuori della finestra di *Cabri*. Mediante la barre di scorrimento orizzontale e verticale è possibile fare «scorrere» il piano in modo che la finestra di *Cabri* ne inquadri una porzione differente. L'uso delle barre di scorrimento in *Cabri* non differisce da quello dei programmi più comuni: si possono trascinare i cursori che compaiono nelle barre oppure si può fare clic sulle frecce che si trovano alle estremità delle barre (FIGURA 5). Ovviamente la barra orizzontale consente lo scorrimento orizzontale e la barra verticale serve allo scorrimento verticale.

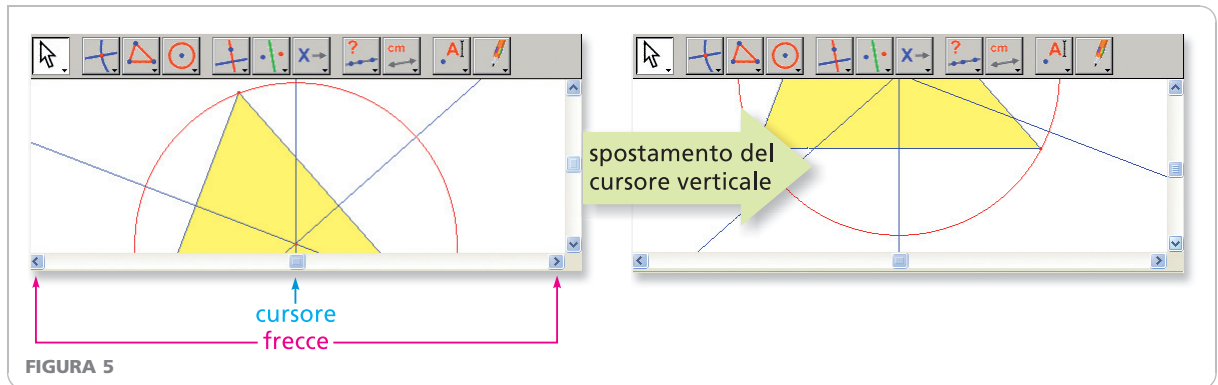


FIGURA 5

Usare Cabri

5 La prima costruzione

Allo scopo di illustrare il funzionamento di *Cabri* eseguiamo ora una semplice costruzione geometrica. Ci proponiamo di **disegnare un quadrato inscritto in una circonferenza data**, quindi disegneremo dapprima una circonferenza e poi un quadrato i cui vertici dovranno trovarsi sulla circonferenza stessa.

Le costruzioni geometriche con *Cabri* non sono molto diverse dalle costruzioni che si possono eseguire su un foglio di carta utilizzando riga e compasso. Per questo motivo il modo migliore per eseguire una costruzione con *Cabri* è pensare a come si dovrebbe operare con riga e compasso e quindi riprodurre gli stessi passaggi con *Cabri*.

La prima cosa da fare è tracciare una circonferenza (FIGURA 6).

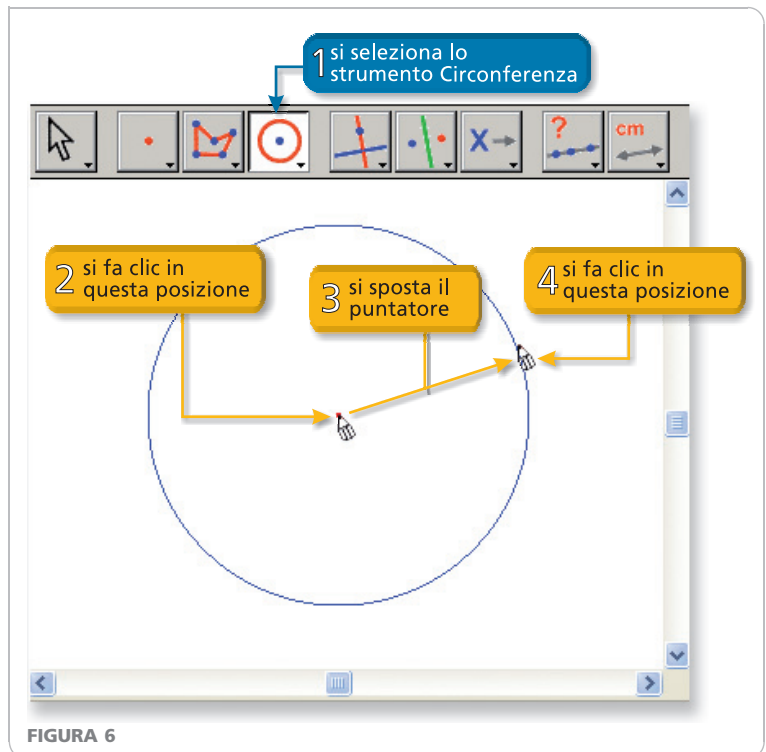



FIGURA 6

- 1 Selezioniamo perciò lo strumento *Circonferenza* facendo clic sul pulsante denotato dall'icona ; tale pulsante, all'avvio di *Cabri*, è il quarto da sinistra della barra degli strumenti, corrispondente al menu *oggetti curvilinei*. Se il pulsante presente in quella posizione fosse diverso occorrerebbe selezionare lo strumento *Circonferenza* da tale menu, come abbiamo illustrato nel **PARAGRAFO 3**.
 - 2 Portiamo il puntatore del mouse, che ha assunto la forma di una matita, al centro della finestra di *Cabri* e facciamo clic. Appare un punto: il centro della circonferenza.
 - 3 Spostando il mouse comincia ad apparire una piccola circonferenza che, allontanando il puntatore del mouse dal centro, diventa via via più grande.
 - 4 Quando siamo soddisfatti della grandezza della circonferenza confermiamo con un clic.
- Ora dobbiamo scegliere un punto della circonferenza, che sarà il primo vertice del quadrato (**FIGURA 7**).

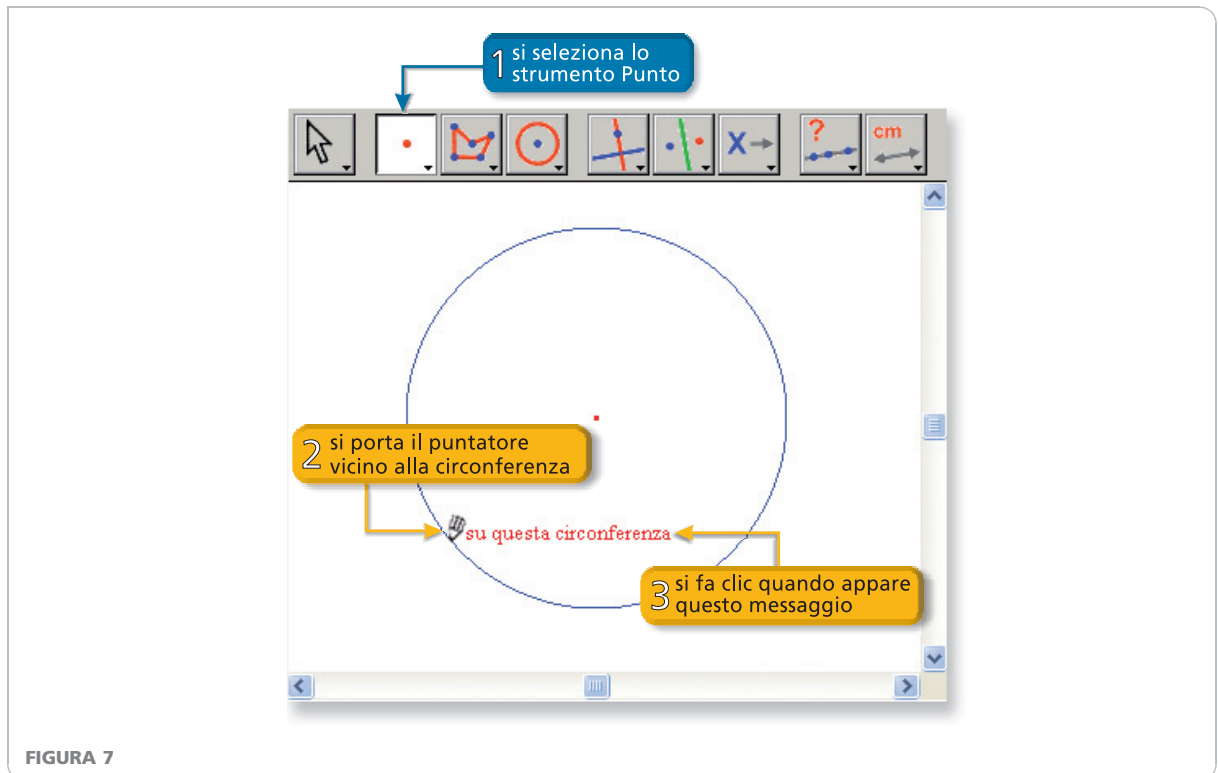



FIGURA 7

- 1 Selezioniamo lo strumento *Punto*, denotato dall'icona , che si trova nel menu *punti* (il secondo da sinistra) e portiamo il puntatore vicino alla circonferenza.
- 2 Quando il puntatore è sufficientemente vicino alla circonferenza, vediamo comparire il messaggio *su questa circonferenza*.
- 3 Ora facciamo clic. È molto importante ricordarsi di **fare clic solo quando appare il messaggio**. Solo in questo modo si può essere certi di creare un punto *appartenente* alla circonferenza e non semplicemente vicino a essa.

Costruiamo ora la prima diagonale. Dobbiamo tracciare una retta passante per il punto appena creato e per il centro della circonferenza (**FIGURA 8**).

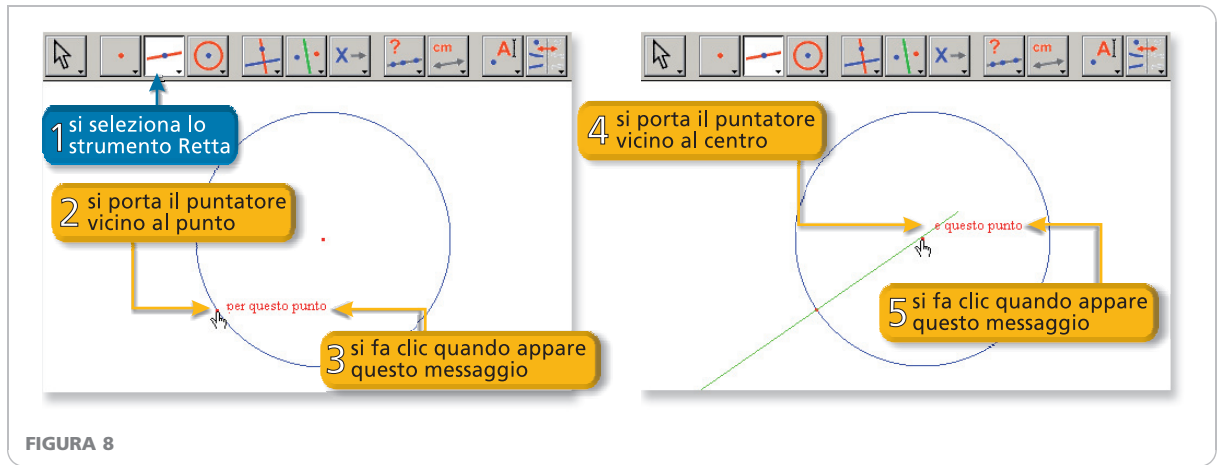



FIGURA 8

- 1 Per prima cosa selezioniamo lo strumento *Retta*, denotato dall'icona , che si trova nel menu *oggetti rettilinei*, il terzo da sinistra.
- 2 Portiamo poi il puntatore del mouse vicino al punto della circonferenza;
- 3 quando il puntatore assume la forma di una mano con l'indice puntato e compare il messaggio *per questo punto* facciamo clic.
- 4 Portiamo il puntatore verso il centro della circonferenza: comincia ad apparire una semiretta;
- 5 quando siamo abbastanza vicini al centro, il puntatore assume nuovamente la forma di una mano con l'indice puntato e compare il messaggio *e questo punto*: facciamo clic.

Abbiamo così costruito una retta specificando due punti per cui essa deve passare. Questa retta sarà la prima diagonale del nostro quadrato. Dobbiamo ora costruire la seconda diagonale del quadrato, che deve essere perpendicolare alla prima e deve passare per il centro della circonferenza (FIGURA 9).

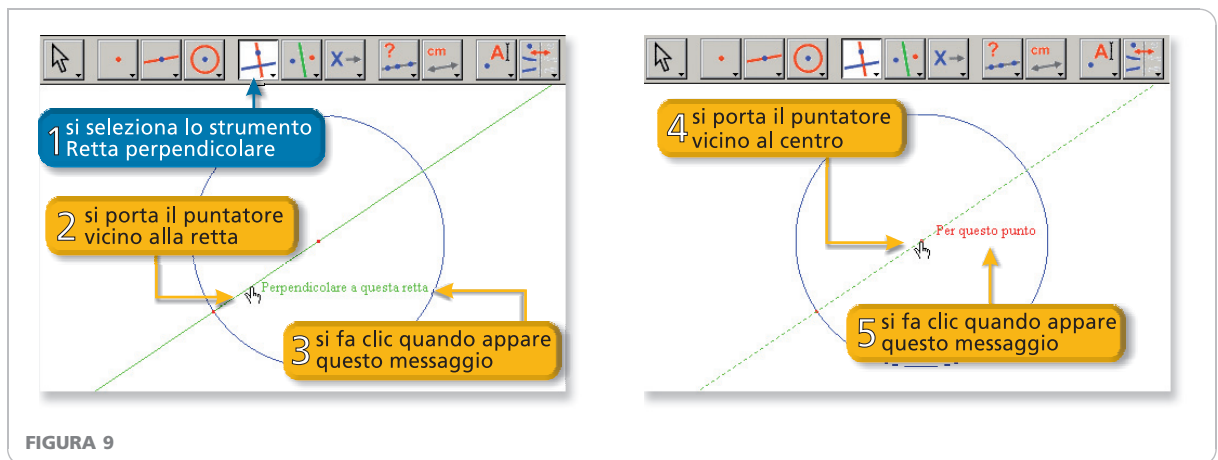


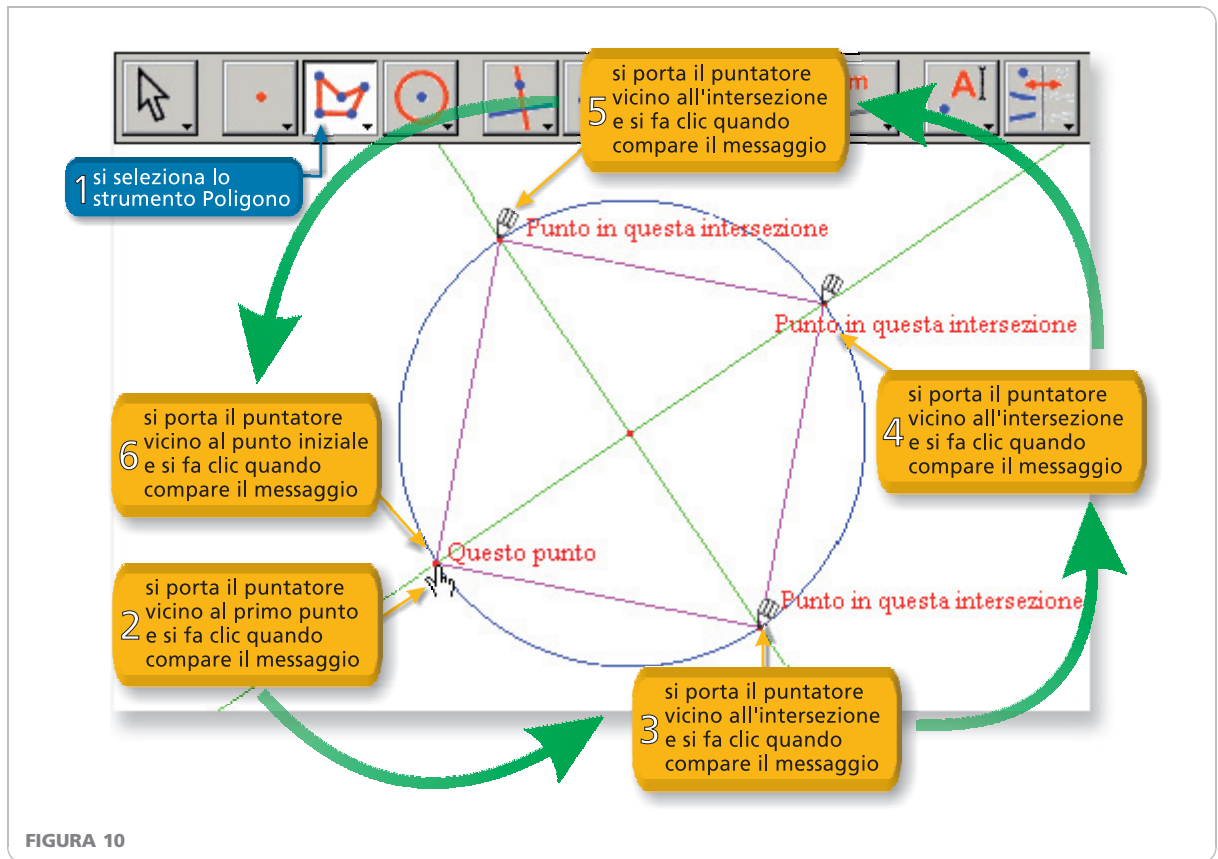


FIGURA 9

- 1 Per prima cosa selezioniamo lo strumento *Retta perpendicolare* che si trova nel menu *costruzioni*, il quarto da sinistra, ed è denotato dall'icona .
- 2 Portiamo poi il puntatore del mouse vicino alla retta;
- 3 quando il puntatore assume la forma di una mano con l'indice puntato e compare il messaggio *Perpendicolare a questa retta* facciamo clic: la retta diviene tratteggiata e lampeggiante.
- 4 Portiamo il puntatore verso il centro della circonferenza;
- 5 quando siamo vicini al centro, il puntatore assume la forma di una mano con l'indice puntato e compare il messaggio *Per questo punto*: facciamo clic. Comparirà la perpendicolare voluta.


A questo punto abbiamo a disposizione i vertici del quadrato: sono le intersezioni delle due rette con la circonferenza. Per tracciare il quadrato è sufficiente selezionare lo strumento *Poligono*, denotato dall'icona , che si trova nel menu *oggetti rettilinei*, e quindi unire i vertici come indicato in FIGURA 10.



Anche in questo caso è importante ricordare di fare clic solo quando compare il messaggio che ci assicura che il vertice sarà posizionato proprio nella posizione che desideriamo; inoltre è necessario «chiudere» il poligono con un ultimo clic sul punto iniziale.

6 Assegnare nomi agli oggetti

In geometria spesso si usa assegnare dei nomi a punti, rette, angoli e altri oggetti che compaiono nei disegni, scrivendo ciascun nome, spesso consistente di una sola lettera, accanto all'oggetto designato. Ciò è possibile anche con *Cabri*. Vogliamo completare la nostra costruzione dando dei nomi ai vertici del quadrato e al centro della circonferenza.

Dal menu *testo*, che è il nono della barra degli strumenti, selezioniamo lo strumento *Nomi*, denotato dall'icona . Portiamo il puntatore vicino al centro della circonferenza e, quando appare il messaggio *Questo punto*, facciamo clic. Compare, accanto al punto, una casella all'interno della quale possiamo scrivere. Facendo clic con il pulsante destro del mouse compare un menu che consente di modificare l'aspetto del testo. Noi ci limitiamo a scrivere *O* e quindi facciamo clic in un punto della finestra al di fuori della casella che contiene il testo. A questo punto la scritta può essere trascinata in modo da posizionarla nel modo migliore. Assegniamo poi il nome *A* al primo punto della costruzione e *B*, *C*, *D* agli altri vertici del quadrato, come indicato in FIGURA 11.

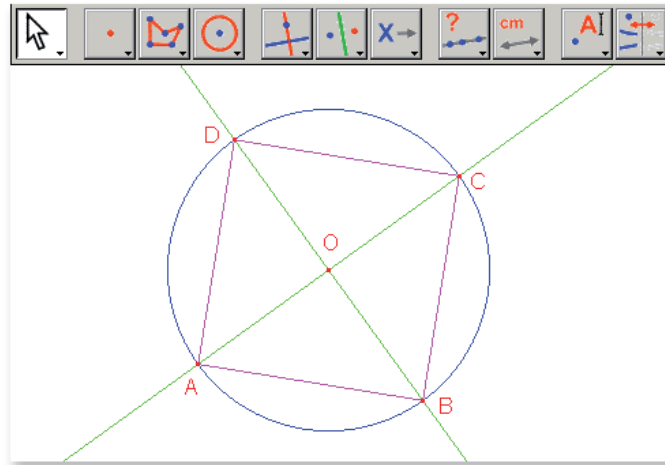


FIGURA 11

7 Nascondere e cancellare oggetti

Il nostro scopo era quello di disegnare un quadrato inscritto in una data circonferenza. Nel disegno che abbiamo realizzato compaiono anche le rette su cui giacciono le diagonali del quadrato, necessarie alla costruzione. Possiamo però nascondere tali rette (FIGURA 12).

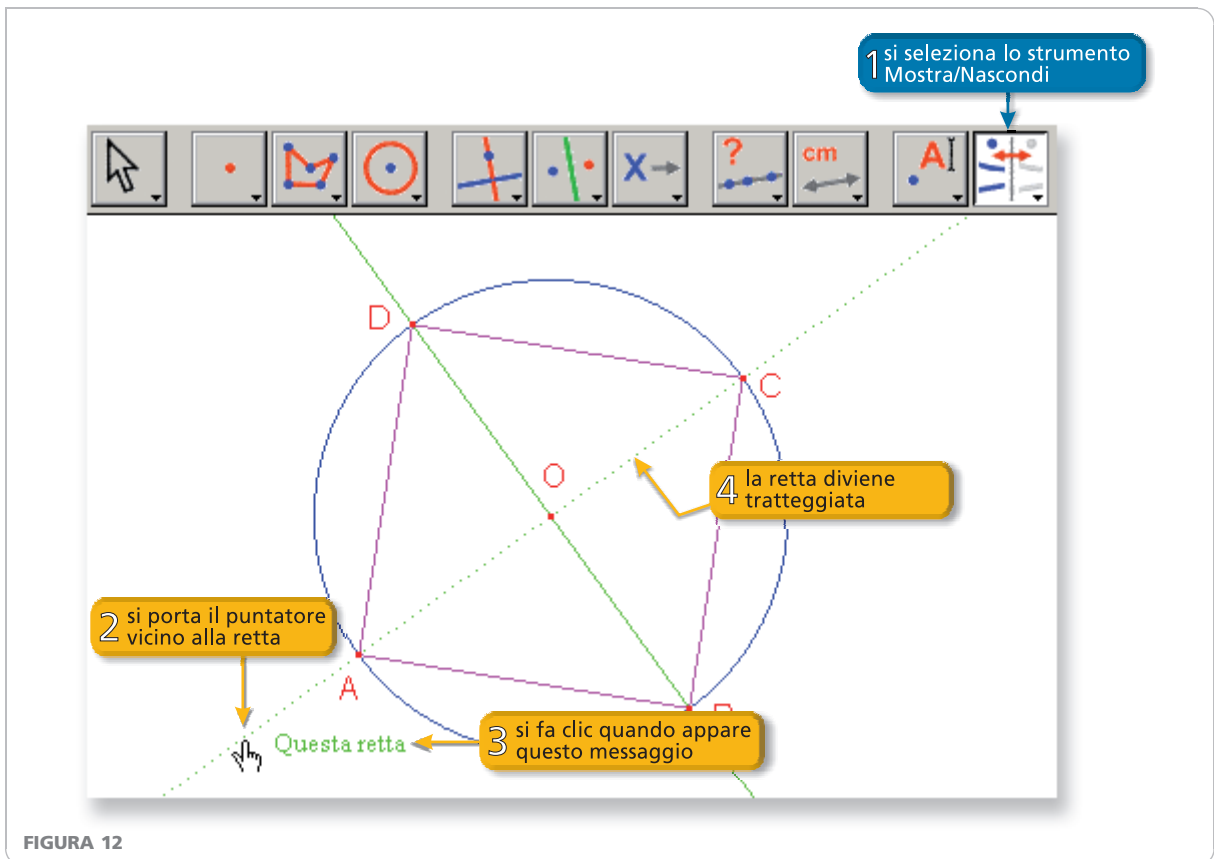



FIGURA 12

Dal menu *attributi*, che è l'ultimo della barra degli strumenti, selezioniamo lo strumento *Mostra/Nascondi*, denotato dall'icona . Portiamo il puntatore vicino a una delle due rette e, quando appare il messaggio *Questa retta* facciamo clic. La retta diviene «provvisoriamente» tratteggiata. Ripetiamo l'operazione con la seconda retta. Selezionando quindi un qualsiasi altro strumento le due rette scompariranno del tutto, e il disegno assumerà l'aspetto di **FIGURA 13**.

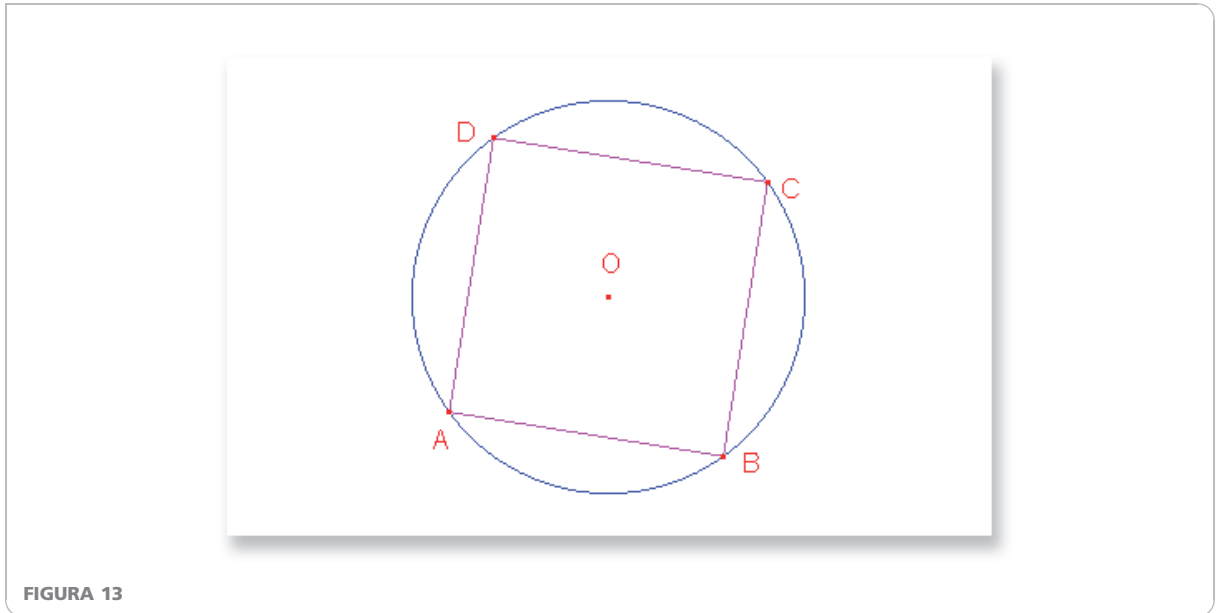



FIGURA 13

È importante tenere presente che gli oggetti nascosti non sono stati eliminati: essi continuano a esistere e a svolgere il loro ruolo nella costruzione, anche se non si vedono. Per rendere di nuovo visibili gli elementi invisibili è sufficiente selezionare nuovamente lo strumento *Mostra/Nascondi*. Tutti gli elementi invisibili riappaiono, tratteggiati; facendo clic su uno di essi questo tornerà a essere visibile. Per eliminare un oggetto invece lo si deve selezionare, facendo clic su di esso con lo strumento *Puntatore*, denotato dall'icona  che si trova nel menu *manipolazione* (il primo a sinistra). L'oggetto selezionato apparirà con un tratteggio animato. Premendo il tasto di cancellazione l'oggetto selezionato verrà eliminato e verranno eliminati anche tutti gli oggetti la cui costruzione dipende da esso. Ad esempio, se nella costruzione appena realizzata si eliminasse la retta BD , scomparirebbero anche i punti B e D e con essi il quadrato.

8 Colorare gli oggetti

Quando si realizzano costruzioni molto complesse, può essere utile colorarne gli elementi in modo da poterli distinguere più facilmente. È anche possibile modificare lo spessore delle linee o renderle tratteggiate. A tale scopo si devono utilizzare i seguenti strumenti del menu *attributi*:

 **Colore:** per scegliere il colore delle linee.

 **Riempimento:** per scegliere il colore del riempimento degli oggetti.

 **Spessore:** per aumentare o diminuire lo spessore delle linee.

 **Tratteggio:** per rendere tratteggiate le linee continue o viceversa.

Illustreremo, a titolo di esempio, solo il funzionamento del primo strumento (**FIGURA 14**). Supponiamo di voler cambiare il colore della circonferenza della nostra costruzione.

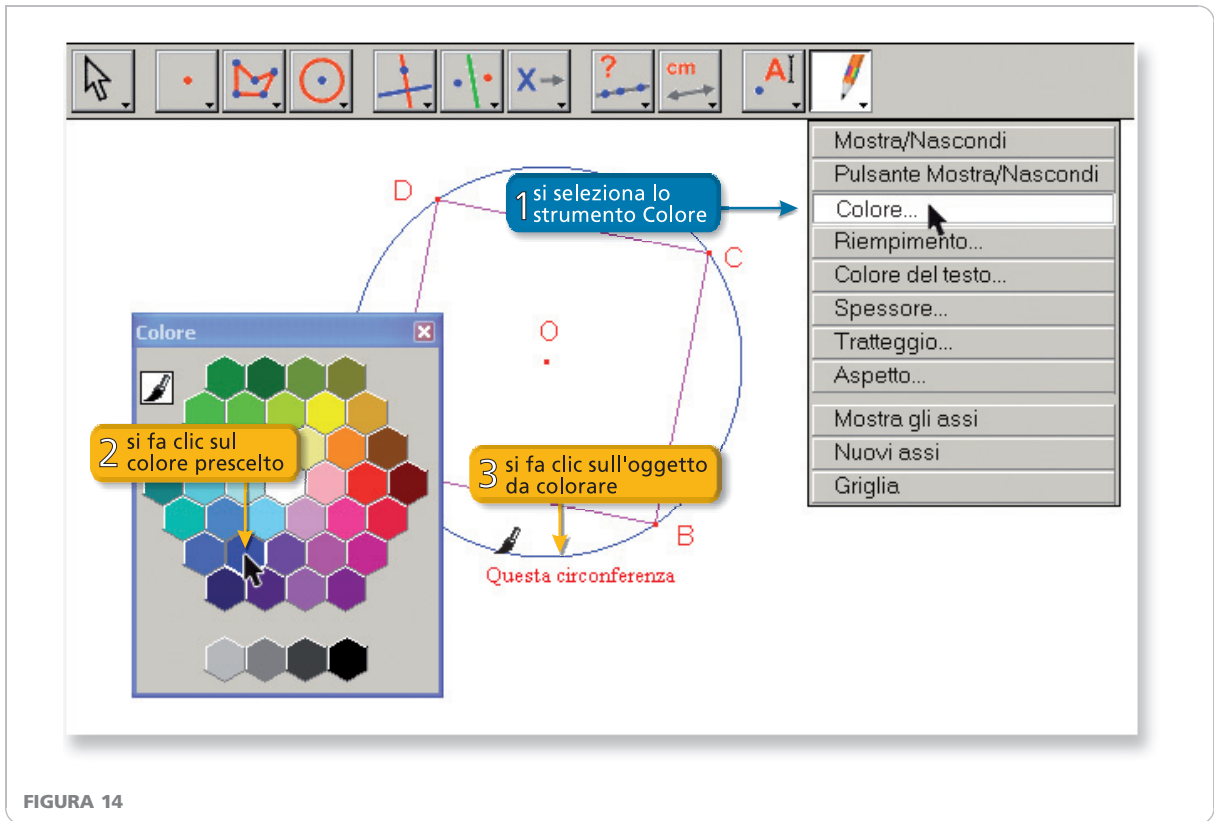


FIGURA 14

- 1 Per prima cosa selezioniamo lo strumento *Colore* che si trova nel menu *attributi*, l'ultimo della barra degli strumenti. Compare una *palette*, ossia una tavolozza, con i colori disponibili (la forma della palette può variare nelle diverse versioni di *Cabri*).
- 2 Facciamo clic, nella *palette* dei colori, sul colore che vogliamo applicare.
- 3 Portiamo il puntatore vicino alla circonferenza e, quando appare il messaggio *Questa circonferenza*, facciamo clic.

Le operazioni da eseguire per colorare il riempimento degli oggetti e per modificare spessore e tratteggio delle linee sono analoghe a quelle che abbiamo appena descritto. In FIGURA 15 vediamo il nostro disegno dopo che sono stati modificati i colori di linee e riempimenti e gli spessori delle linee.

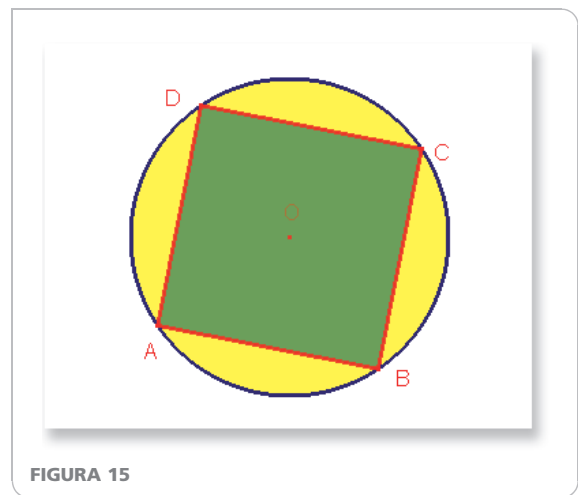


FIGURA 15

9 Misurare gli oggetti

Il quadrilatero $ABCD$ che abbiamo costruito «sembra» indubbiamente un quadrato. Ma come possiamo essere certi che esso non sia, ad esempio, un rettangolo con i lati approssimativamente, ma non esattamente, uguali, oppure un rombo con gli angoli anch'essi approssimativamente, ma non esattamente, retti? *Cabri* consente di misurare lunghezze e angoli oltre ad aree e altre grandezze. Per prima cosa misuriamo i lati del nostro presunto quadrato (FIGURA 16).

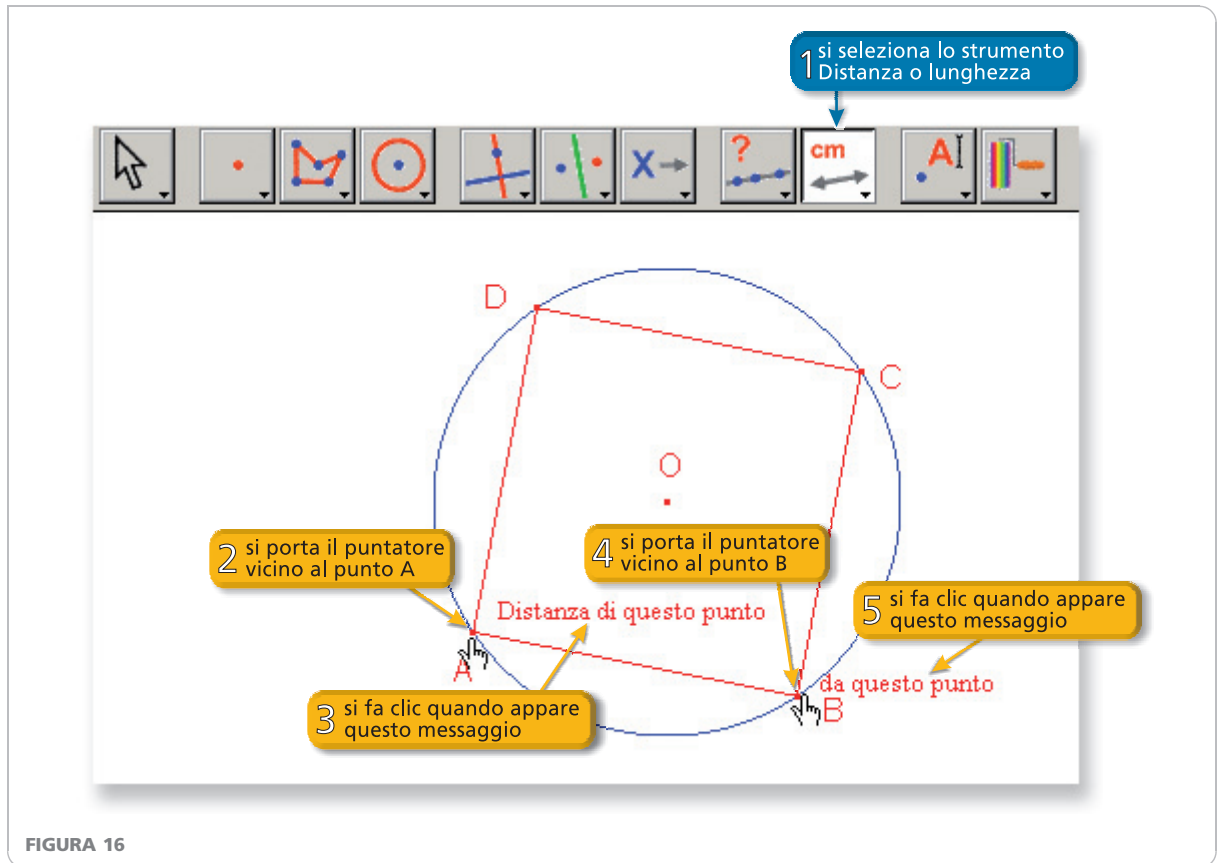



FIGURA 16

- 1 Selezioniamo lo strumento *Distanza o lunghezza* contraddistinto dall'icona , che si trova nel menu *misure*, il nono della barra degli strumenti.
- 2 Portiamo il puntatore vicino al punto A .
- 3 Quando appare il messaggio *Distanza di questo punto*, facciamo clic.
- 4 Portiamo il puntatore vicino al punto B .
- 5 Quando appare il messaggio *da questo punto*, facciamo clic.

Comparirà la distanza tra A e B . Ripetiamo il procedimento descritto per gli altri lati del quadrilatero. Possiamo così verificare che i quattro lati hanno la stessa lunghezza.

Misuriamo ora gli angoli del quadrilatero. Per ottenere la misura di un angolo occorre indicare a *Cabri* tre punti in un ordine preciso: il primo punto deve appartenere al primo lato dell'angolo, il secondo punto deve essere il vertice dell'angolo e il terzo punto deve appartenere al secondo lato. Ad esempio, per ottenere la misura dell'angolo \widehat{DAB} bisogna indicare, nell'ordine, i punti D, A, B (FIGURA 17).

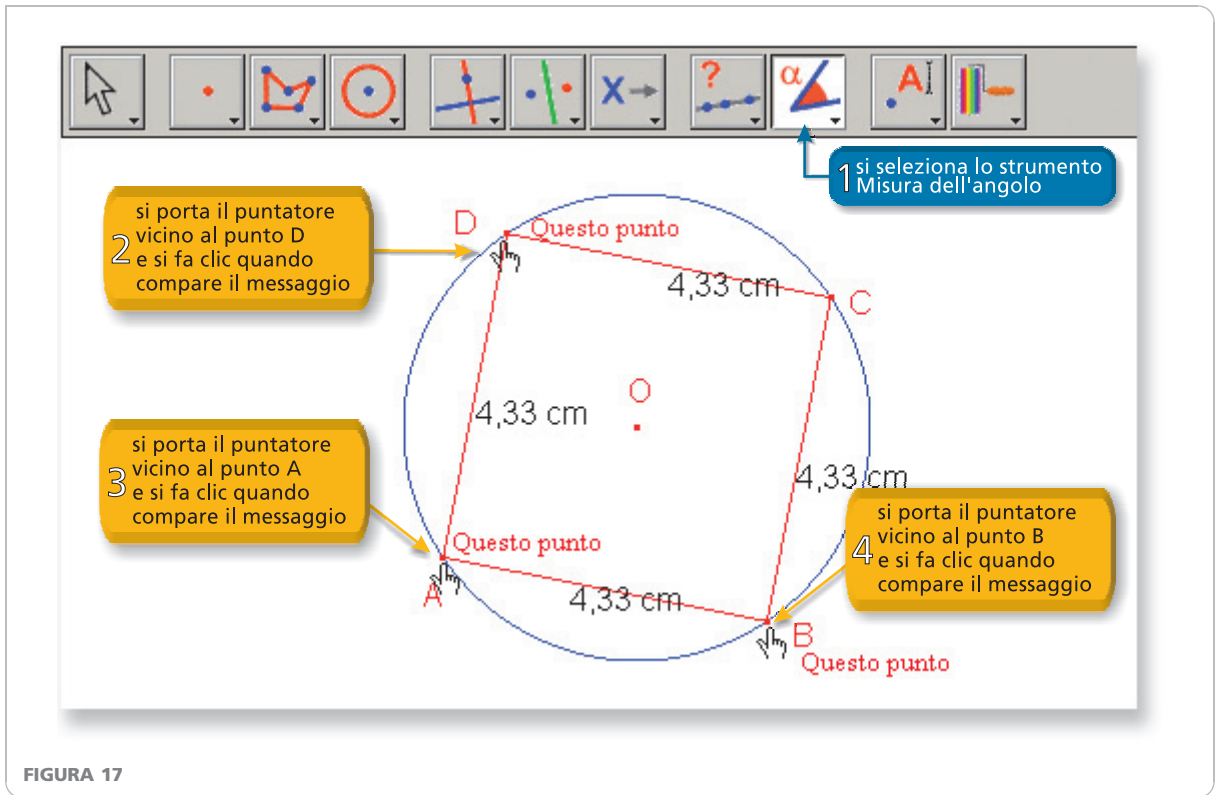


FIGURA 17

- 1 Selezioniamo lo strumento *Misura dell'angolo*, contraddistinto dall'icona , che si trova nel menu *misure*, il nono della barra degli strumenti.
- 2 Portiamo il puntatore vicino al punto *D* e, quando appare il messaggio *Questo punto*, facciamo clic.
- 3 Portiamo il puntatore vicino al punto *A* e, quando appare il messaggio *Questo punto*, facciamo clic.
- 4 Portiamo il puntatore vicino al punto *B* e, quando appare il messaggio *Questo punto*, facciamo clic.

Ripetiamo quindi il procedimento descritto per misurare anche gli altri tre angoli. Vediamo il risultato in **FIGURA 18**: il quadrilatero costruito ha quattro angoli retti.

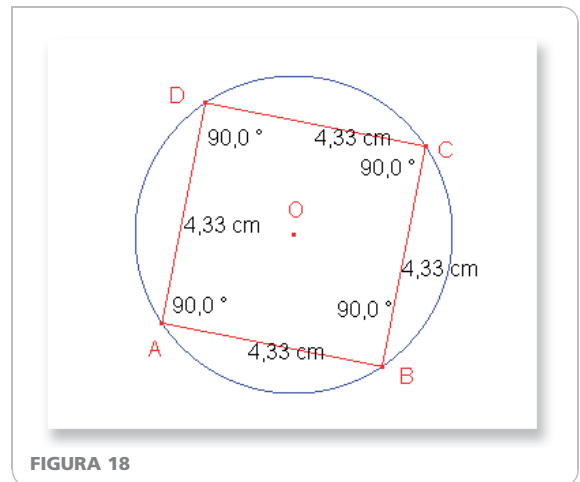


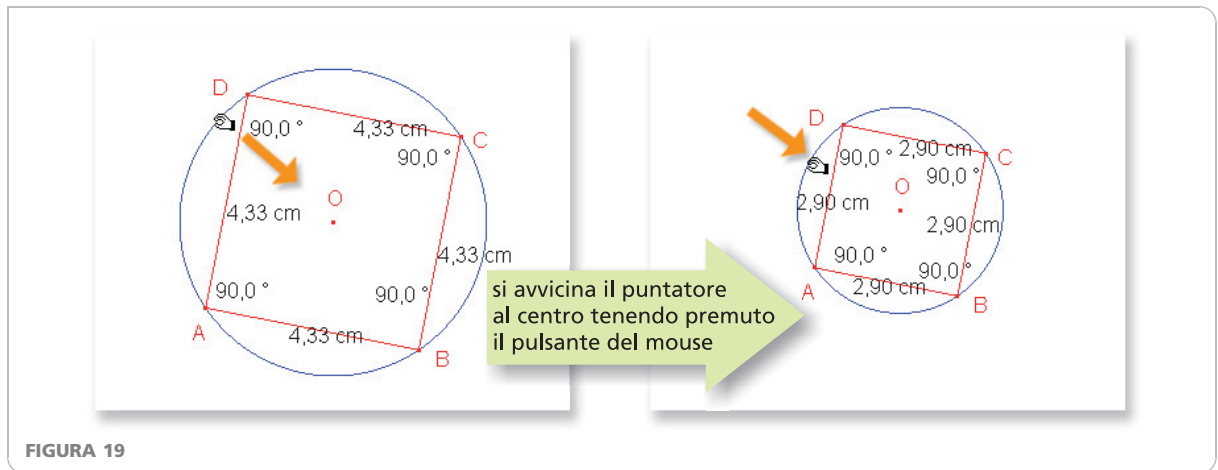
FIGURA 18



Comprendere Cabri

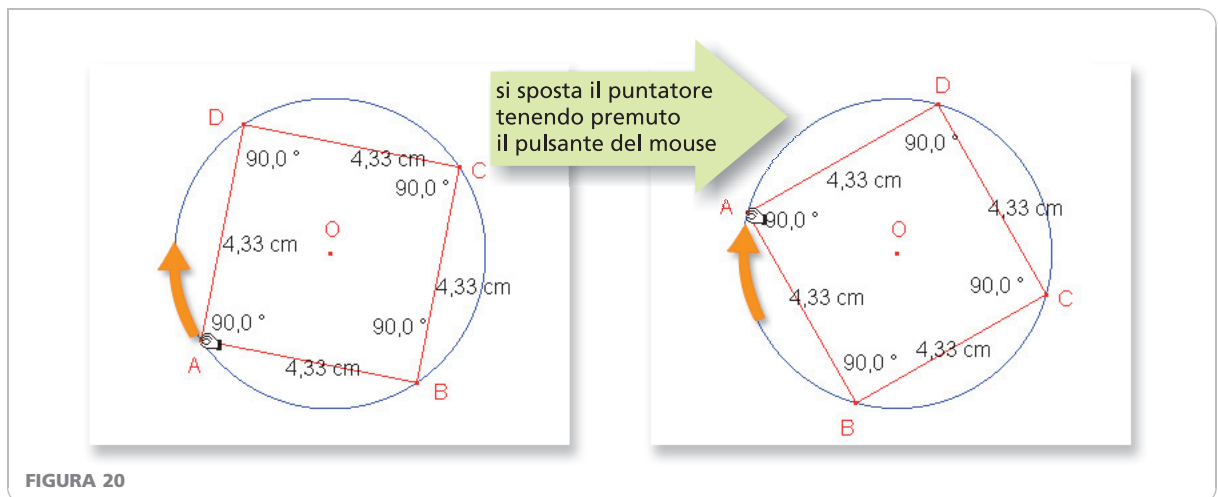
10 Modificare la figura

Selezioniamo ora lo strumento *Puntatore*, contraddistinto dall'icona , e portiamolo vicino al punto *O*, centro della circonferenza. Il puntatore prende la forma di una mano con l'indice puntato e compare il messaggio *Questo punto*. Premiamo il pulsante sinistro del mouse *senza rilasciarlo*: il puntatore prende la forma di una mano che afferra. Spostiamo ora il mouse, sempre tenendo premuto il

pulsante. Vediamo che il centro della circonferenza si sposta, trascinato dalla «mano», e insieme al centro si sposta la circonferenza e il quadrato costruito su di essa. Portiamo ora il puntatore vicino alla circonferenza e, allo stesso modo, trasciniamo il puntatore avvicinandolo al centro (FIGURA 19).



Vediamo che il centro della circonferenza non si sposta, mentre la circonferenza diventa più piccola. Osserva che rimpicciolisce anche il quadrilatero che abbiamo costruito sulla circonferenza: i suoi vertici si spostano in modo da trovarsi sempre sulla circonferenza. Osserva anche che il quadrilatero continua a essere un quadrato: le misure dei suoi lati sono diminuite, ma i quattro lati hanno sempre uguali lunghezze e gli angoli sono sempre retti. Analogamente, allontanando il puntatore dal centro della circonferenza, otteniamo una circonferenza e un quadrato inscritto più grandi. Proviamo ora, con la stessa tecnica, a spostare il punto A. Assicuriamoci che sia selezionato lo strumento *Puntatore* e portiamolo vicino al punto A. Quando compare la mano  con l'indice puntato premiamo il pulsante del mouse; il puntatore prende la forma  di una mano che afferra. Senza rilasciare il pulsante, spostiamo il mouse (FIGURA 20).



Notiamo che il punto A si comporta in modo diverso rispetto al punto O. Mentre il centro della circonferenza poteva essere spostato liberamente in qualsiasi posizione del piano, il punto A può sì essere spostato, ma rimane sempre sulla circonferenza, e non possiamo allontanarlo da essa. Questo comportamento dipende dal modo in cui abbiamo costruito il punto A. Infatti, come si vede nella FIGURA 7, per creare A abbiamo fatto clic all'apparizione del messaggio *su questa circonferenza*; in questo modo abbiamo creato un punto *vincolato* alla circonferenza.

Osserviamo inoltre che, spostando il punto A , si spostano anche gli altri tre vertici del quadrilatero, ma le misure dei lati e degli angoli non cambiano.

Se, infine, proviamo a spostare il punto C , ci accorgiamo che non è possibile. Ciò dipende dal fatto che il punto C non è stato creato da noi, ma è definito come l'intersezione tra la circonferenza e la retta passante per A e per O . La sua posizione non può perciò essere modificata direttamente, ma solo modificando gli oggetti mediante cui esso è stato definito. Abbiamo visto infatti come, spostando il punto A (FIGURA 20) o il punto O oppure modificando la circonferenza (FIGURA 19), si sposta anche il punto C , che rimane però sempre nell'intersezione tra la circonferenza e la retta OA .

11 Oggetti liberi, oggetti vincolati, oggetti costruiti

Gli «esperimenti» e le considerazioni del paragrafo precedente ci suggeriscono la seguente classificazione degli oggetti presenti in una costruzione di *Cabri*.

■ Oggetti liberi

Sono gli oggetti creati da noi senza alcun vincolo. Gli oggetti liberi possono essere spostati e modificati senza alcuna limitazione. Nella nostra costruzione la circonferenza è un oggetto libero: possiamo spostarne il centro in qualsiasi posizione e possiamo modificarne il raggio a piacimento.

■ Oggetti vincolati

Sono gli oggetti creati da noi in modo che appartengano a un oggetto preesistente. Gli oggetti vincolati possono essere spostati o modificati, ma solo in modo che venga rispettato il vincolo con cui sono stati definiti. Nella nostra costruzione il punto A è un oggetto vincolato: esso è stato costruito in modo che appartenga alla circonferenza, e può essere spostato solo sulla circonferenza.

■ Oggetti costruiti

Sono gli oggetti che non sono stati creati da noi, ma sono stati definiti mediante oggetti preesistenti. Gli oggetti costruiti non possono essere modificati o spostati direttamente, ma solo spostando o modificando gli oggetti, liberi o vincolati, da cui dipende la loro costruzione. Nella nostra costruzione sono oggetti costruiti i punti B , C , D e il quadrato $ABCD$.

Se vogliamo sapere quali oggetti di una costruzione sono modificabili (ossia sono liberi o vincolati), selezioniamo lo strumento *Puntatore* e spostiamolo in una zona vuota del piano, quindi premiamo il tasto sinistro del mouse senza rilasciarlo. Dopo qualche istante gli oggetti liberi cominceranno a lampeggiare.

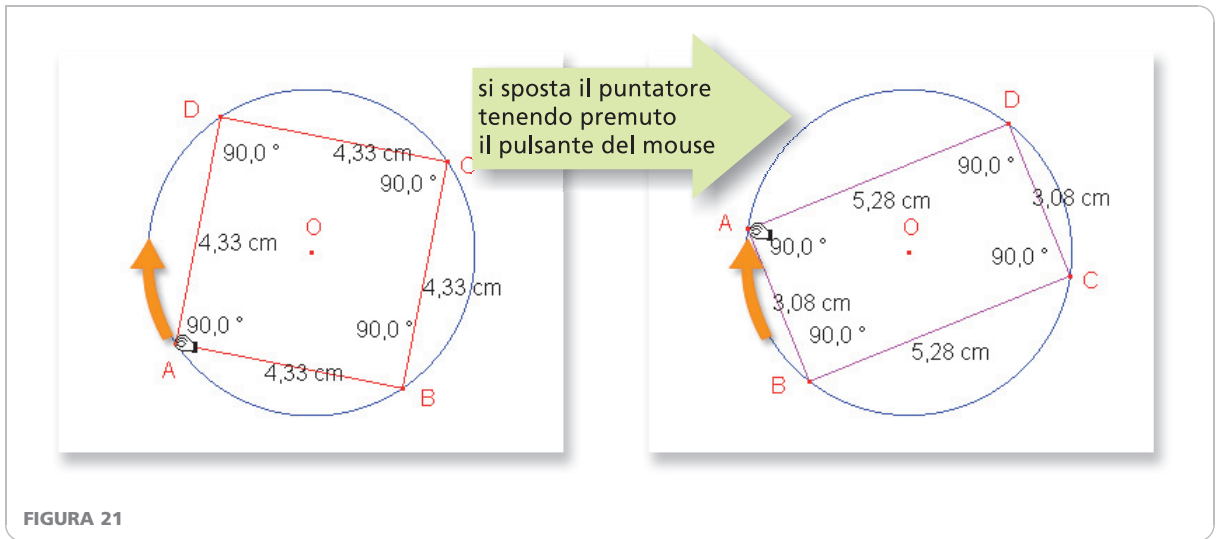
12 Verificare una costruzione

Per verificare la correttezza di una costruzione eseguita con *Cabri* non è sufficiente esaminarla visivamente. Un metodo più efficace è cercare di modificare la figura.

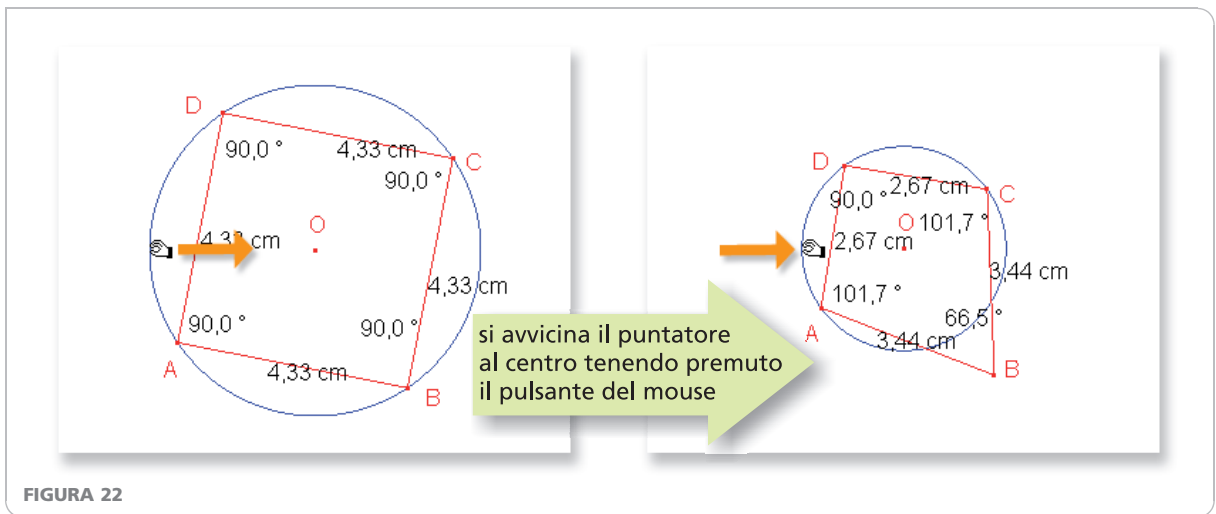
Ci spieghiamo con un esempio. Riprendiamo in esame la costruzione che abbiamo eseguito. La richiesta era di *costruire un quadrato inscritto in una circonferenza data*. Dunque, comunque venga modificata la figura, il quadrilatero deve continuare a essere un quadrato, e i suoi vertici devono sempre trovarsi sulla circonferenza, come abbiamo visto nel PARAGRAFO 10, FIGURE 19 e 20.

Se abbiamo trascurato qualche passaggio della costruzione può invece succedere qualcosa di diverso. In FIGURA 21 vediamo cosa può succedere spostando il punto A .

In questo caso il quadrato si trasforma in un rettangolo. La costruzione non è corretta, perché quando abbiamo definito la diagonale BD abbiamo dimenticato di specificare che doveva essere perpendicolare ad AC .



La FIGURA 22 rivela un diverso errore nella stessa costruzione: in questo caso abbiamo definito il punto *B* in maniera scorretta.



Infatti, diminuendo il raggio della circonferenza, gli altri punti si spostano in modo da trovarsi sempre su di essa, mentre *B* viene a trovarsi all'esterno della circonferenza. Naturalmente si possono presentare anche altri casi, corrispondenti ad altri errori, e le possibilità di errore crescono insieme alla complessità della costruzione. In generale, per scoprire gli errori, è consigliabile rendere visibili tutti gli oggetti nascosti. Ci si può anche servire della *Ricostruzione passo a passo*, cui si può accedere dal menu *Edita*.