

ESERCIZI

- **I diversi tipi di sistemi di numerazione** [p. 198]
- **Cambiamenti di base** [p. 200]
- **Operazioni aritmetiche nei sistemi non decimali** [p. 202]

I diversi tipi di sistemi di numerazione

RICORDIAMO LA TEORIA

sistemi di numerazione
insieme di simboli (cifre) e regole
con cui è possibile rappresentare
tutti i numeri



sistemi additivi
a ogni simbolo è associato un
valore numerico prefissato



sistemi posizionali
a ogni simbolo viene associato
un valore diverso che dipende,
oltre che dal simbolo stesso,
dalla posizione che esso occupa
nella scrittura del numero

■ Sistemi di numerazione posizionali

- *Base*: è il numero di cifre utilizzato in un sistema posizionale.
- *Ordine di una cifra*: è il posto che essa occupa contando, a partire da zero, dall'ultima cifra a destra verso sinistra; nel numero 57032 la cifra 7 è di ordine 3.
- *Valore associato a una cifra*: in un sistema di numerazione in base b a ogni cifra è associato il valore che si ottiene moltiplicando tale cifra per b elevato all'esponente dato dall'ordine della cifra stessa. Nel numero che, in base 8, si scrive 57032, alla cifra 7 è associato il valore $7 \cdot 8^3$ (valore espresso in base 10).
- *Sistema decimale*: è il sistema posizionale a base 10, che usiamo quotidianamente.
- *Sistema binario*: è il sistema posizionale a base 2. Nel sistema binario si usano solo due cifre: 0 e 1.
- *Sistema esadecimale*: è il sistema posizionale a base 16. Nel sistema esadecimale si usano 16 cifre:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

QUESITI

- 1** Spiega la differenza tra sistemi di numerazione additivi e sistemi di numerazione posizionali.
- 2** Quante cifre occorrono nel sistema di numerazione a base 7?
- 3** Spiega perché la scrittura 5732 non può rappresentare un numero in base 6.
- 4** Perché la base in cui è scritto 133201 deve essere maggiore o uguale a 4?
- 5** Nel sistema decimale quante unità del terzo ordine occorrono per formare un'unità del quarto ordine?
- 6** Nel sistema a base 5, quante unità del primo ordine occorrono per formarne una del secondo ordine?
- 7** Qual è il valore, nel sistema decimale, associato alla cifra 3 del numero che, in base 4, si scrive 1032?
- 8** Quante e quali sono le cifre del sistema di numerazione esadecimale?
- 9** Qual è il valore numerico associato alla cifra 1 del numero 2013_5 ? E quello associato alla cifra 2?
- 10** Che cosa s'intende per forma polinomiale di un numero scritto in base b ?
- 11** Se un numero dispari del sistema decimale viene espresso nel sistema a base 2, qual è la sua ultima cifra? E se è un numero pari?

12 Scrivi in forma polinomiale il numero 732 del sistema decimale.

13 Scrivi in forma polinomiale i seguenti numeri del sistema decimale:

93 275 1204 12.756 1039

14 Scrivi i numeri del sistema decimale rappresentati dalle seguenti espressioni, senza svolgere calcoli.

a. $2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 8$ [23.758]

b. $7 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 1$ [702.401]

c. $4 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 6$ [40.156]

d. $9 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8$ [9.007.208]

15 Nel numero che, in base 3, è scritto 201 quali sono i valori numerici, espressi nel sistema decimale, associati alla cifra 1 e alla cifra 2? [$1 \cdot 3^0 = 1$; $2 \cdot 3^2 = 18$]

16 Nel numero, che scritto nel sistema a base 6 è rappresentato da 5231_6 , qual è il valore numerico, espresso nel sistema decimale, associato alla cifra 3? E alla cifra 2? [18; 72]

17 Determina il valore numerico, espresso nel sistema decimale, associato rispettivamente alla cifra 2 e alla cifra 5 del numero 12756_5 . [250; 25]

ESERCIZIO SVOLTO

18 Scriviamo il numero 2304_5 in forma polinomiale e determiniamone la rappresentazione in base 10:

$$2304_5 = 2 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 2 \cdot 125 + 3 \cdot 25 + 0 \cdot 5 + 4 \cdot 1 = 250 + 75 + 4 = 329_{10}$$

19 Scrivi il numero 201_3 in forma polinomiale. Come si scrive tale numero nel sistema decimale? [19]

20 Scrivi in forma polinomiale il numero 1302_4 .

21 Scrivi in forma polinomiale i numeri 110_2 e 10110_2 .

COMPLETARE...

22 $1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot \dots + 0 \cdot \dots + 1 \cdot \dots$ $51_6 = 5 \cdot 6^{\dots} + \dots$

23 $231_4 = 2 \cdot \dots + 3 \cdot \dots + \dots$ $23.047 = \dots \cdot 10^4 + 3 \cdot \dots + \dots + 4 \cdot \dots + \dots$

24 $1322_4 = 1 \cdot 4^{\dots} + 3 \cdot \dots + \dots \cdot 4^1 + \dots$

25 $110011_2 = 1 \cdot 2^{\dots} + 1 \cdot \dots + 0 \cdot \dots + \dots \cdot 2^2 + \dots + \dots$

Cambiamenti di base

RICORDIAMO LA TEORIA

■ Dalla base 10 alla base b

Per determinare la rappresentazione, in base b , di un numero di cui conosciamo la rappresentazione nel sistema decimale, si utilizza il seguente algoritmo.

Algoritmo delle divisioni successive

- A Si divide il numero, rappresentato in base 10, per b . Il resto ottenuto è l'ultima cifra a destra del numero scritto in base b .
- B Si divide nuovamente per b il quoziente ottenuto. Il nuovo resto è la cifra, in base b , immediatamente a sinistra di quella ottenuta precedentemente.
- C Si ripete l'operazione B fino a ottenere un quoziente nullo.

L'ultimo resto è la prima cifra a sinistra del numero espresso nella base b .

■ Dalla base b alla base 10

Per determinare la rappresentazione, in base 10, di un numero di cui conosciamo la rappresentazione in base b , lo si può scrivere in forma polinomiale ed eseguire i calcoli in base 10. In alternativa si può utilizzare il seguente algoritmo.

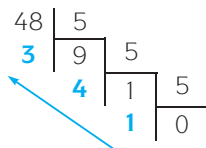
Algoritmo di Hörner

- A Si moltiplica per b la prima cifra a sinistra del numero e si somma il prodotto ottenuto con la seconda cifra.
- B Si moltiplica il risultato dell'operazione precedente per b e si somma il prodotto con la cifra successiva.
- C Si ripete l'operazione B fino all'ultima cifra a destra.

L'ultimo risultato è il numero richiesto.

ESERCIZIO SVOLTO

- 26 Rappresentiamo il numero 48_{10} nel sistema di numerazione in base 5.



La scrittura 143 (uno-quattro-tre) rappresenta, nel sistema a base 5, il numero 48 del sistema decimale.

- 27 Rappresenta nel sistema a base 3 i seguenti numeri del sistema decimale:

3 4 5 27 40 15 18 81

- 28 Rappresenta nel sistema a base 4 i seguenti numeri del sistema decimale:

4 6 7 20 19 40 48 67

- 29 Scrivi, nel sistema di numerazione a base 5, i numeri che nel sistema decimale sono rappresentati da

6 10 28 30 34 100 112

- 30 Osserviamo che $96 = 3 \cdot 25 + 4 \cdot 5 + 1 = 3 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0$. La scrittura 341 (tre-quattro-uno) che cosa rappresenta?

- 31 Prendi 182 fiammiferi da cucina e formane dei gruppi di 4 ciascuno. Quanti fiammiferi restano non raggruppati? Forma poi dei pacchetti di 4 gruppi ciascuno. Quanti gruppi restano non riuniti in pacchetti? Prendi poi delle scatolette e in ognuna metti 4 pacchetti. Quanti pacchetti restano fuori delle scatolette? Scrivi il numero delle scatolette, dei pacchetti, dei gruppi e dei fiammiferi sciolti che hai così ottenuto e disponi tali numeri uno accanto all'altro da sinistra a destra.

[otterrai così 2312 (due-tre-uno-due) che costituisce la rappresentazione nel sistema a base 4 del numero 182 del sistema decimale]

- 32** Considera 40 libri e contali procedendo nel seguente modo.
- Fai dei pacchi di 3 libri ciascuno. Quanti libri restano liberi?
 - Ogni tre pacchi, disponili in una cartella. Quanti pacchi restano fuori?
 - Ogni tre cartelle, disponile in una cassetta. Quante cartelle restano fuori?

Scrivi ora quante cassette, cartelle, pacchi e libri liberi sono davanti a te. Ottieni così la rappresentazione nel sistema a base 3 del numero 40 del sistema decimale. [1111]

- 33** Trasforma i seguenti numeri del sistema decimale nei corrispondenti del sistema binario.
- 40; 43; 48; 50 [101000; 101011; 110000; ...]
 - 18; 24; 35; 27 [10010; 11000; 100011; ...]
 - 100; 13; 71; 55 [1100100; 1101; ...]
 - 216; 250; 326; 357 [11011000; ...]

- 34** Trasforma i seguenti numeri del sistema binario nei corrispondenti del sistema decimale.
- 10; 11; 111 [2; 3; 7]
 - 110; 1100; 1110 [6; 12; 14]
 - 1010; 1101; 11011 [10; 13; 27]
 - 11101; 101010; 100100 [29; 42; ...]
 - 10011; 11110; 110001 [19; 30; ...]

- 35** Per ciascuno dei seguenti numeri del sistema decimale determina la rappresentazione nella base b a fianco indicata.
- | | | | | |
|-------------------|----------|--------|----------|---------------------|
| a. 100 | $b = 3$ | 117 | $b = 2$ | [10201; 1110101] |
| b. 2518 | $b = 8$ | 1426 | $b = 5$ | [4726; 21201] |
| c. 10.000 | $b = 7$ | 3288 | $b = 6$ | [41104; 23120] |
| d. 65.536 | $b = 16$ | 55.214 | $b = 16$ | [10000; D7AE] |
| e. 291.244 | $b = 16$ | 1023 | $b = 2$ | [471AC; 1111111111] |

- 36** Rappresenta nel sistema decimale i seguenti numeri.
- | | | |
|------------------------|------------|-----------------|
| a. 11111111_2 | 43012_5 | [255; 2882] |
| b. 1101001_2 | FFF_{16} | [105; 4095] |
| c. 1220120_3 | 60315_7 | [1392; 14.565] |
| d. $C5AD3_{16}$ | 8876_9 | [809.683; 6549] |
| e. 5716_8 | 7777_8 | [3022; 4095] |

- 37** Esprimi 654_7 in base 2. [101001101]

- 38** Esprimi 10110011_2 in base 3. [20122]

- 39** Esprimi 20200_3 in base 2. [10110100]

- 40** Esprimi $1A9D_{16}$ in base 8. [15235]

- 41** Esprimi 23772_8 in base 16. [27FA]

- 42** Esprimi $5A7F_{16}$ in base 4. [11221333]

Effettua le seguenti conversioni utilizzando la TABELLA 1 del PARAGRAFO 11.

- 43** 111_{16} in base 2 222_{16} in base 2 [100010001; 1000100010]

- 44** $F0F_{16}$ in base 2 BAC_{16} in base 2 [111100001111; 101110101100]

- 45** 1011001110_2 in base 16 11111111_2 in base 16 [2CE; 1FF]

- 46** 10010101_2 in base 16 10010110101_2 in base 16 [95; 4B5]

VERO O FALSO?

- 47 a. Per scrivere un numero in base 10 occorre un numero di cifre minore che per scriverlo in base 5. V F
- b. Per scrivere un numero in base 10 occorre un numero di cifre minore che per scriverlo in base 16. V F
- c. $11_2 = 2_{10}$ V F
- d. $10_b = b_{10}$ V F
- e. L'algoritmo di Hörner consente di ottenere la rappresentazione in base b di un numero dato nel sistema decimale. V F
- f. L'algoritmo delle divisioni successive consente di ottenere la rappresentazione in base b di un numero dato nel sistema decimale. V F

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 48 All'aumentare della base b , il numero di cifre necessarie per rappresentare uno stesso numero
 a aumenta b diminuisce c resta uguale
- 49 Qual è il valore, nel sistema decimale, associato alla cifra 3 nel numero 1031_5 ?
 a 3 b 15 c 31 d 5 e 1031
- 50 $111_2 = \dots_{10}$ a 3 b 111 c 7 d 5
- 51 $20_3 = \dots_{10}$ a 9 b 20 c 6 d 3
- 52 $16_{16} = \dots_{10}$ a 22 b 16 c 7 d 32
- 53 Nel sistema di numerazione esadecimale si usano
 a 10 cifre b 15 cifre c 16 cifre d 17 cifre
- 54 Ogni cifra esadecimale corrisponde a
 a una cifra binaria b due cifre binarie c quattro cifre binarie d sedici cifre binarie

Operazioni aritmetiche nei sistemi non decimali

RICORDIAMO LA TEORIA

Le operazioni di addizione, sottrazione e moltiplicazione tra numeri scritti in base b si eseguono con le stesse regole con cui si eseguono nel sistema decimale.

L'unica differenza di cui occorre tener conto è che, mentre nel sistema decimale si eseguono i riporti quando il risultato è maggiore o uguale a 10, quando si opera in base b i riporti si eseguono quando un risultato è maggiore o uguale a b .

A tale proposito rimandiamo alle tabelle presenti nel **PARAGRAFO 12**, relative ai sistemi binario ed esadecimale.

Esegui le seguenti operazioni nel sistema binario e verifica i risultati eseguendo le stesse operazioni sulle corrispondenti rappresentazioni nel sistema decimale.

- 55 $101 + 100$; $1101 + 1100$; $10010 + 1111$ [1001; 11001; 100001]
- 56 $11001 + 11101$; $11101 + 1001$; $111 + 101$
- 57 $10011 + 11100$; $11001 + 1011$; $1000 + 10101$
- 58 $1001 - 111$; $1111 - 1100$; $11011 - 1101$ [10; 11; 1110]
- 59 $11001 - 1101$; $110011 - 10100$; $110 - 11$
- 60 $100111 - 100001$; $110001 - 100100$; $1000 - 101$

61 $1100 \cdot 101$; $1011 \cdot 1001$; $1010 \cdot 1011$

[111100; 1100011; 11001110]

62 $10011 \cdot 10111$; $11100 \cdot 1011$; $1010 \cdot 101$

63 $111 + 11000 + 11011$; $10010 - 1101$

64 $(100 + 1101) \cdot 101$; $11 \cdot 111 + 101$

65 Considera le seguenti tabelle additive che sono relative, rispettivamente, al sistema di numerazione a base 2 e a quello a base 3.

+	0	1
0	0	1
1	1	10_2

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	10_3
2	2	10_3	11_3

In analogia con le precedenti, completa la seguente tabella di addizione a base 5.

+	0	1	2	3	4
0	0	1			
1			3		
2				10_5	
3		4			12_5
4	4				

66 Costruisci le tabelle di addizione nei sistemi di numerazione a base 4, 6, 7, 8.

67 Dopo aver considerato le seguenti tabelle moltiplicative rispettivamente per il sistema a base 2 e a base 3, costruisci tabelle moltiplicative per altri sistemi di numerazione.

×	0	1
0	0	0
1	0	1

×	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	11_3

Osserva che la nota **tavola pitagorica** è la tabella moltiplicativa per il sistema di numerazione a base 10.**Esegui le seguenti operazioni utilizzando, quando è necessario, le tabelle del PARAGRAFO 12.**

68 $1110001_2 + 100110_2$ $1001000_2 + 110111_2$ [10010111₂; 1111111₂]

69 $11011101_2 - 101011_2$ $100101_2 + 1100_2 - 11_2$ [10110010₂; 101110₂]

70 $1000000_2 - 1_2$ $1001000_2 - 1_2$ [111111₂; 1000111₂]

71 $111011_2 \cdot 10_2$ $111001_2 \cdot 100_2$ [1110110₂; 11100100₂]

72 $110011_2 \cdot 111_2$ $FFFF_{16} + 1_{16}$ $A37C_{16} + 8A4F_{16}$ [101100101₂; 10000₁₆; 12DCB₁₆]

73 $7AAAA_{16} - BBBB_{16}$ $DA0F7_{16} - B35A_{16}$ [6EEEF₁₆; CED9D₁₆]