

ESERCIZI

- **L'insieme dei numeri interi relativi** [p. 61]
- **Le operazioni aritmetiche con i numeri interi relativi** [p. 64]
- **Le potenze** [p. 71]
- **Espressioni** [p. 77]

L'insieme dei numeri interi relativi

RICORDIAMO LA TEORIA

- **Numero intero relativo:** è un numero naturale preceduto dal segno + o dal segno –. I numeri preceduti dal segno + sono *positivi*; quelli preceduti dal segno meno – sono *negativi*. Il segno + può essere sottinteso.
- **Numeri concordi:** sono numeri che hanno lo stesso segno.
- **Numeri discordi:** sono numeri che hanno segni diversi.
- **Valore assoluto**
Il valore assoluto di a si indica con $|a|$.
 - Se a è positivo, $|a| = a$.
 - Se a è negativo, $|a| = -a$.
 - $|0| = 0$
- **Numeri opposti:** sono due numeri interi con lo stesso valore assoluto e segni diversi. L'opposto di un numero a si indica con $-a$.
- **Ordinamento dei numeri interi**
 - Tra due numeri discordi, il numero negativo è minore del numero positivo.
 - Lo zero è maggiore di qualsiasi numero negativo e minore di qualsiasi numero positivo.
 - Tra due numeri positivi il minore è quello che ha il minore valore assoluto.
 - Tra due numeri negativi il minore è quello che ha il maggiore valore assoluto.
- **Proprietà dell'insieme dei numeri interi relativi**
 - L'insieme dei numeri interi è infinito.
 - Ogni numero intero ha un successivo.
 - Ogni numero intero ha un precedente.
 - L'insieme dei numeri interi relativi non ha un elemento minimo.
 - L'insieme dei numeri interi relativi non ha un elemento massimo.

QUESITI

- 1** Enuncia la definizione di numero intero relativo.
- 2** Che cosa sono due numeri concordi? E due numeri discordi? Esemplicifica.
- 3** Che cos'è l'opposto di un numero intero?
- 4** Che cos'è il valore assoluto di un numero intero?
- 5** Quali significati può avere il segno $-$?
- 6** Dati due numeri negativi, come si stabilisce qual è il minore e quale il maggiore?
- 7** Enuncia le proprietà dell'insieme dei numeri interi relativi.

COMPLETARE...

- 8** Il valore assoluto di $+9$ è Il valore assoluto di -20 è
- 9** Il valore assoluto di 0 è L'opposto di 15 è
- 10** L'opposto di -8 è Se $a = -10$, allora $-a =$
- 11** L'opposto di 0 è L'opposto dell'opposto di -3 è
- 12** $5 < 7$, quindi $-5 \dots -7$.
- 13** Tra due numeri negativi il minore è quello che ha
- 14** Completa con il simbolo $<$ o con il simbolo $>$:
 $-3 \dots +2$ $+4 \dots +8$ $-100 \dots -10$ $0 \dots -5$ $2 \dots 0$ $8 \dots -2$
- 15** Completa con il simbolo $<$ o con il simbolo $>$:
 $|-5| \dots |-4|$ $+3 \dots |-6|$ $-|-100| \dots -10$ $0 \dots |-3|$ $|15| \dots 0$ $|-7| \dots -|7|$
- 16** Scrivi in ordine crescente, ossia dal minore al maggiore, i seguenti numeri interi: 0 ; -4 ; 3 ; -9 ; 7 .
.....

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 17** Quale tra le seguenti è una coppia di numeri interi concordi?
a -5 e -6 **b** 0 e $+3$ **c** -4 e 0 **d** -7 e $+7$
- 18** Quale tra le seguenti è una coppia di numeri interi discordi?
a -7 e -3 **b** -9 e 0 **c** 0 e $+12$ **d** -4 e $+4$
- 19** Quale tra le seguenti relazioni è vera?
a $|-5| = -|5|$ **b** $|-5| < -|5|$ **c** $-|-5| = -|5|$ **d** $-|-5| < -|5|$ **e** $|-5| > |5|$
- 20** a è un qualsiasi numero intero diverso da 0 . Quale tra le seguenti relazioni è vera?
a $|-a| > -|a|$ **b** $|-a| = -|a|$ **c** $|-a| < -|a|$ **d** $|-a| < 0$ **e** $0 < -|a|$
- 21** b è un qualsiasi numero intero diverso da 0 . Quale tra le seguenti relazioni è falsa?
a $|-b| > -|b|$ **b** $|b| = |-b|$ **c** $|b| = -|-b|$ **d** $-|-b| < 0$ **e** $|-b| > 0$

VERO O FALSO?

- 22**

a. $ -5 = +5 $	V	F	d. $1 > -7$	V	F
b. $ -7 < -2 $	V	F	e. $a = -2 \rightarrow -a = 2$	V	F
c. $-2 > -1$	V	F	f. $-4 > -2$	V	F
- 23**

a. $+0 = -0$	V	F
b. L'opposto dell'opposto di 5 è -5 .	V	F
c. Due numeri opposti e diversi da zero sono discordi.	V	F

- d. Due numeri si dicono opposti se hanno segni diversi. V F
- e. Due numeri si dicono concordi se hanno lo stesso segno. V F
- f. Se due numeri interi sono discordi, sono discordi anche i loro opposti. V F

24 a. $|a| = |-a|$ V F

b. Un numero intero non può essere uguale al suo valore assoluto. V F

c. Se a è negativo, $|a| = -a$. V F

d. Se a è negativo, $-a$ è positivo. V F

e. Se $-a$ è negativo, $-|a|$ è positivo. V F

f. Se a è negativo, $|a|$ è negativo. V F

25 Se a e b sono opposti e a è positivo, allora

a. $|a| = b$ V F

b. $|b| = a$ V F

c. $a < b$ V F

d. $|a| = |b|$ V F

e. $|a| = |-b|$ V F

f. $a = -b$ V F

26 a. Se a e b sono concordi e a è positivo, allora $b > 0$. V F

b. Se a e b sono discordi e a è negativo, allora $b > 0$. V F

c. Se a e b sono opposti, allora $|a| = |-b|$. V F

d. Se a e b sono negativi e $a < b$, allora $|a| < |b|$. V F

e. Se a e b sono positivi e $a < b$, allora $-a < -b$. V F

Rappresenta con numeri relativi le seguenti situazioni.

27 In Antartide, in inverno, si raggiungono anche temperature di 80°C sotto zero.

28 Il mar Morto raggiunge una depressione sotto il livello del mare di 394 m.

29 Il monte Everest, nel sistema dell'Himalaya, raggiunge un'altezza di 8848 m sopra il livello del mare.

30 Il piombo fonde a 327°C sopra zero, il mercurio a 39°C sotto zero, l'oro a 1063°C sopra zero.

31 In una giornata invernale la temperatura minima di Milano fu di 8°C sotto zero e la massima di 3°C sopra zero.

32 Ho un debito di 850 euro, ma ho anche un credito di 230 euro.

33 Il mar Caspio si trova a 28 m sotto il livello del mare e il lago Bajkal a 476 m sopra il livello del mare.

34 Ottaviano Augusto nacque nell'anno 64 a.C. e morì nel 15 d.C.

35 Segna su una retta orientata i punti corrispondenti ai seguenti numeri relativi:

+3 -2 +4 -4 -1 -6 +5 +2 -3

36 Indica il valore assoluto dei seguenti numeri relativi:

-2 +5 -1 -4 +3 +16 -3 +2 -10

37 Scrivi tre numeri negativi il cui modulo sia maggiore di 3 , ma minore di 7 .

38 Scrivi tre numeri relativi che siano, in valore assoluto, minori di 5 .

39 Scrivi due numeri relativi, opposti tra loro, il cui valore assoluto sia maggiore di $|-5|$.

40 Scrivi in ordine crescente i seguenti numeri relativi:

+5 -8 -11 13 0 +6 -2 +9 -7

41 Scrivi in ordine decrescente i seguenti numeri relativi:

-17 -15 +2 -3 -1 6 +12

42 Quanti e quali sono i numeri interi relativi compresi tra -13 e 11 ?

43 Quanti e quali sono i numeri interi negativi maggiori di -7 ?

44 Qual è il maggiore e quale il minore tra i numeri interi relativi formati da due cifre? E da tre cifre?

45 Trova due numeri interi relativi, opposti tra loro, compresi tra i numeri relativi delle seguenti coppie:

$$-2 \text{ e } +7 \quad -4 \text{ e } 4 \quad -4 \text{ e } +6 \quad -2 \text{ e } 3 \quad -5 \text{ e } 2$$

46 Scrivi due numeri interi discordi tra loro il cui valore assoluto è maggiore di $|-6|$.

47 Scrivi in ordine crescente quattro numeri negativi il cui valore assoluto sia compreso tra 2 e 15.

Le operazioni aritmetiche con i numeri interi relativi

RICORDIAMO LA TEORIA

■ Addizione

- La somma di due *numeri* interi relativi *concordi* è il numero che ha per segno lo stesso segno degli addendi e per valore assoluto la somma dei valori assoluti degli addendi.
- La somma di due *numeri* interi relativi *discordi* è il numero che ha per segno il segno dell'addendo maggiore in valore assoluto e per valore assoluto la differenza tra il maggiore e il minore dei due valori assoluti.
- La somma di due *numeri opposti* è zero.

■ Proprietà dell'addizione

- Proprietà commutativa: $a + b = b + a$
- Proprietà associativa: $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$
- Lo zero è elemento neutro: $a + 0 = 0 + a = a$

■ Sottrazione

La differenza di due numeri interi relativi è la somma del minuendo con l'opposto del sottraendo.

■ Proprietà invariante della sottrazione

Sommando o sottraendo uno stesso numero sia al minuendo sia al sottraendo, la differenza non cambia:

$$a - b = (a + c) - (b + c) \quad a - b = (a - c) - (b - c)$$

■ Somma algebrica

$$\begin{aligned} -5 + 10 + 12 - 15 &\text{ significa } (-5) + (+10) + (+12) + (-15) \\ 21 + 10 - 40 - 3 + 2 &\text{ significa } (+21) + (+10) + (-40) + (-3) + (+2) \end{aligned}$$

Davanti al primo termine il segno + può essere sottinteso, il segno - dev'essere sempre scritto.

■ Somma algebrica e proprietà commutativa

In una somma algebrica si può cambiare l'ordine dei termini, seguendo queste regole:

- ogni termine deve conservare il proprio segno
- quando un termine viene portato al primo posto, se è positivo si può scrivere senza segno, se è negativo occorre scrivere davanti a esso il segno -
- quando si sposta il termine che si trova al primo posto, se non è preceduto da un segno, esso dovrà essere scritto con il segno +.

■ Somma algebrica ed eliminazione delle parentesi

Per liberare una somma algebrica da una coppia di parentesi, se la prima parentesi è preceduta dal segno + si riscrivono i termini contenuti nella coppia con il loro segno, se invece è preceduta dal segno - si riscrivono i termini contenuti nella coppia con il segno cambiato:

$$2 + (6 - 9 + 5) = 2 + 6 - 9 + 5 \quad 2 - (6 - 9 + 5) = 2 - 6 + 9 - 5$$

■ Moltiplicazione

Il prodotto di due numeri interi relativi è il numero che ha per valore assoluto il prodotto dei valori assoluti dei due fattori ed è positivo se i due fattori sono concordi, negativo se sono discordi.

■ Proprietà della moltiplicazione

- Proprietà commutativa: $a \cdot b = b \cdot a$
- Proprietà associativa: $a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- Proprietà distributiva rispetto all'addizione: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
- Proprietà distributiva rispetto alla sottrazione: $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
- Elemento neutro: $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
- Elemento annullatore: $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$
- Legge di annullamento del prodotto: se $a \cdot b = 0$, allora $a = 0$ oppure $b = 0$ oppure $a = b = 0$.

Divisione

Il quoto di due numeri interi relativi, di cui il secondo diverso da 0, è il numero intero relativo, se esiste, che ha per valore assoluto il quoto della divisione tra i valori assoluti del dividendo e del divisore, e che è positivo se i due numeri sono concordi, negativo se sono discordi. *Non è possibile la divisione per 0.*

Proprietà della divisione

- Proprietà invariantiva: $a : b = (a \cdot c) : (b \cdot c)$ $a : b = (a : c) : (b : c)$
- Proprietà distributiva rispetto all'addizione: $(a + b) : c = a : c + b : c$
- Proprietà distributiva rispetto alla sottrazione: $(a - b) : c = a : c - b : c$

La proprietà distributiva vale solo se il simbolo di divisione è scritto a destra dell'addizione o della sottrazione.

Addizione e sottrazione

QUESITI

- 48** Enuncia la definizione di somma di due numeri interi relativi.
- 49** Quali sono le proprietà dell'addizione?
- 50** Enuncia la definizione di differenza di due numeri interi relativi.
- 51** Quali sono le proprietà della sottrazione?

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 52** La differenza $5 - a$ è positiva se a $a < 5$ b $a > 5$ c $a > 0$ d $a < -5$
- 53** La differenza $x - (-10)$ è negativa se a $x > 10$ b $x < -10$ c $x > -10$ d $x > 0$
- 54** La proprietà invariantiva della sottrazione vale
- a solo se minuendo e sottraendo sono positivi c solo se minuendo e sottraendo sono discordi
- b solo se minuendo e sottraendo sono concordi d in ogni caso

VERO O FALSO?

- 55**
- a. La somma di due numeri interi negativi è un numero negativo. V F
- b. La somma di due numeri interi concordi è un numero positivo. V F
- c. Se la somma di due numeri interi è zero, i due numeri sono opposti. V F
- d. Nell'insieme dei numeri interi relativi, non esiste l'elemento neutro dell'addizione. V F
- 56**
- La differenza di due numeri interi relativi è
- a. la somma del sottraendo e dell'opposto del minuendo V F
- b. la somma del minuendo e dell'opposto del sottraendo V F
- c. il numero che addizionato al sottraendo dà come somma il minuendo V F
- d. il numero che addizionato al minuendo dà come somma il sottraendo V F

Calcola le seguenti somme.

ESERCIZIO SVOLTO

- 57** $(+7) + (+2) = +(7 + 2) = +9$ $(-8) + (-4) = -(8 + 4) = -12$
 $(-50) + (+20) = -(50 - 20) = -30$ $(-8) + (+12) = +(12 - 8) = +4$
 $(-30) + (+1) = -(30 - 1) = -29$
 $0 + (-512) = -512$ → 0 è l'elemento neutro dell'addizione

- 58** $(-8) + (+3)$ $(-8) + (-5)$ $0 + (-20)$ $(-12) + (-6)$ $(+15) + (-15)$
- 59** $4 + (+1)$ $(+4) + (-1)$ $-200 + (-20)$ $(-180) + (+10)$ $(-19) + 0$

Calcola le seguenti differenze.

ESERCIZIO SVOLTO

60 $(+8) - (-4) = (+8) + (+4) = +12$ $(+90) - (+80) = (+90) + (-80) = +10$
 $(-15) - (+10) = (-15) + (-10) = -25$ $(-35) - (-5) = (-35) + (+5) = -30$
 $(+36) - 0 = +36$ $\rightarrow x - 0 \text{ è uguale a } x$
 $0 - (+24) = 0 + (-24) = -24$ $\rightarrow 0 - x \text{ è uguale all'opposto di } x$
 $0 - (-863) = 0 + (+863) = +863$

61 $(-22) - (+7)$ $(-32) - (-7)$ $0 - (-31)$ $-22 - 0$

62 $12 - (-6)$ $12 - (+6)$ $(-12) - (-6)$ $(-12) - (+6)$ $0 - (+21)$

COMPLETARE...

63 $(-3) + (\dots) = -8$ $(\dots) + (-4) = +8$

64 $(+6) - (\dots) = (+6) + (-2) = \dots$ $(-4) - (\dots) = (-4) + (+5) = \dots$

65 $(-7) - (\dots) = -9$ $(+2) - (\dots) = -3$ $(\dots) - (+12) = +3$

66 $(\dots) + (-5) = -7$ $(\dots) - (+13) = -4$ $(\dots) - (-8) = +2$

67 $(-8) - (\dots) = (-8) + (-5) = \dots$ $(\dots) + (+2) = -15$ $(\dots) - (-5) = -2$

Somma algebrica

Calcola le seguenti somme algebriche.

ESERCIZIO SVOLTO

68 $10 - 8 + 6 - 4$

Sommiamo i valori assoluti dei termini positivi: $10 + 6 = 16$.

Sommiamo i valori assoluti dei termini negativi: $8 + 4 = 12$.

Eseguiamo la sottrazione: $16 - 12 = 4$. Quindi

$$10 - 8 + 6 - 4 = 4$$

69 $12 + 15 - 18 - 9$ $-10 + 6 + 2 - 5$ $-20 + 10 - 30 + 40 - 50$ $[0; -7; -50]$

70 $4 + 6 - 3 - 1 + 4$ $-43 + 13 - 8 + 5 - 7$ $-100 - 85 + 5 - 30 + 7 + 8$ $[10; -40; -195]$

Libera dalle parentesi le seguenti espressioni e calcolane il valore.

ESERCIZIO SVOLTO

71 $-20 - (16 - 24) + (-8 + 12)$

Eliminiamo la prima coppia di parentesi, preceduta dal segno $-$, cambiando i segni dei termini in essa contenuti. Osserviamo che il primo di questi termini, 16, che non è preceduto da un segno, va considerato positivo. Eliminiamo quindi anche la seconda coppia di parentesi, preceduta dal segno $+$, senza cambiare i segni dei termini che contiene:

$$-20 - (16 - 24) + (-8 + 12) = -20 - 16 + 24 - 8 + 12 = -8$$

72 $23 - 13 + (20 - 40)$ $10 - 7 + (-13 + 8)$ $[-10; -2]$

73 $8 - (15 - 3 + 5) - 6$ $-4 - (4 + 2 - 8)$ $[-15; -2]$

74 $-(3 + 6) + (-4) - (-5 + 1)$ $120 - (10 - 20 + 50)$ $[-9; 80]$

75 $(-12 - 8) - (+3 - 7)$ $-52 + (-8 - 5) - (-6 + 4)$ $[-16; -63]$

ESERCIZIO SVOLTO

76 Calcoliamo il valore dell'espressione

$$+8 - [-10 + (3 - 7) - (-1 + 8 - 5)]$$

Applicando le ormai note proprietà dell'addizione e della sottrazione e ricordando l'uso delle parentesi, possiamo procedere in tre modi diversi, ma equivalenti.

■ Liberiamo l'espressione dalle parentesi, incominciando dalle più interne:

$$\begin{aligned} +8 - [-10 + (3 - 7) - (-1 + 8 - 5)] &= +8 - [-10 + 3 - 7 + 1 - 8 + 5] = \\ &= +8 + 10 - 3 + 7 - 1 + 8 - 5 = \mathbf{+24} \end{aligned}$$

■ Liberiamo l'espressione dalle parentesi, incominciando dalle più esterne:

$$\begin{aligned} +8 - [-10 + (3 - 7) - (-1 + 8 - 5)] &= +8 + 10 - (3 - 7) + (-1 + 8 - 5) = \\ &= +8 + 10 - 3 + 7 - 1 + 8 - 5 = \mathbf{+24} \end{aligned}$$

■ Come già abbiamo visto operando con i numeri naturali, possiamo eliminare le parentesi più interne sostituendo, al loro posto, il risultato delle operazioni in esse contenute:

$$\begin{aligned} +8 - [-10 + (3 - 7) - (-1 + 8 - 5)] &= +8 - [-10 + (-4) - (+2)] = \\ &= 8 - [-10 - 4 - 2] = 8 - (-16) = 8 + 16 = \mathbf{+24} \end{aligned}$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni seguendo il metodo che ritieni più opportuno.

77 $(6 - 2) + (-3 + 5) - (-7 + 3) - (4 + 6)$ $-3 - (2 + 10 - 8) + (-10 - 7 + 4)$ [0; -20]

78 $-(5 - 1 + 6) + 3 - (-1 - 9 + 5)$ $12 - (-1 - 4) - (-3 + 7) + (-2 - 3 + 4)$ [-2; 12]

79 $-13 + 2 - [+8 + (-5 + 1) - (-4 + 6 - 3)]$ $-[-(-8 - 9) + (-3 + 4 - 5) - 10]$ [-16; -3]

80 $(-3 + 7) - (+2 - 9) - [-(3 - 10) + (-8 - 2)]$ [14]

Calcola ciascuna delle seguenti somme algebriche, una prima volta eseguendo le somme indicate entro parentesi e, una seconda volta, eliminando per prima cosa le parentesi. Constatata poi l'uguaglianza dei due risultati.

81 $-2 + [-2 - (-2 + 5)] - (-3 + 1)$ $- \{+(2 - 4) - [-(12 - 19) + (5 - 2)] - 9\}$

82 $(3 - 12) - [5 - (3 - 2) + (-4 + 8)] - (-4)$ $-(-4 + 3) - \{2 - [8 - (-7 + 10)] - (-2)\}$

VERO O FALSO?

83 a. $|-5| + (-3) + |-3| = 5$ V F c. $|-5| + |-9| = |(-5) + (-9)|$ V F

b. $|+2| + |-2| = |-5| + |+1|$ V F d. $|+3| + |-8| = |(+3) + (-8)|$ V F

84 a. $|-7 - (-3)| = |-7| + |-3|$ V F c. $|+1 - (-8)| = |+1| + |-8|$ V F

b. $|-7 + (-3)| = |-7| - |-3|$ V F d. $|+1 - (-8)| = |+1| - |-8|$ V F

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

85 $+3 + |-8| - |-5| + (+6 - 8) =$ a +4 b -2 c 14 d -12

86 $-(+2 - 3) - (-4 + 1 - 3) =$ a 3 b -6 c 7 d -5

87 $-|-2| + |-3 + 4| - (-4 + 3) =$ a -2 b 0 c 2 d 4

COMPLETARE...

88	a	-a	-(-a)	-b	b	a - b	a + b
	-3				-6		
			+10	-5			
		-12		+7			

89

a	-5	-8	-4	+1		-8	+6
b	-2	-2	-2	-7	3		
c	+1	-5			-7	+5	-8
a + b - c			-6	+8	-16	+13	0

90

a	b	a + b	a - b	 a - b 	 a - b 	 a + b
-5	1					
-11	-4					
9		12				
	-20		-8			

91

a	b	c	a - (b + c)	(a + b) - c	(a - b) + c	-a + b - c
2	-3	+4				
-1	0	+8				
-6	7	-9				

92

$$4 - (8 + 3) + \dots = 0$$

$$-8 + (-3) - (2 - 5) + \dots = 0$$

93

$$+5 - (-2) + (-4 + 1) - \dots = 0$$

$$-(4 - 7) + 6 - \dots = 4$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

94

$$-[+6 - 2 + (5 - 12) - (-4 + 8 + 10)] - 12$$

[5]

95

$$29 + [(10 - 3) + (-4 - 8) - 21] - (-13 + 7)$$

[9]

96

$$-\{-2 - [9 - 3 - (14 - 7) + (-1 - 3)] - 20\}$$

[17]

97

$$|-3| + 5 - |-20 + 3| + |-8| - |-3|$$

[-4]

98

$$| - | - 8 | + | + 11 | - 9 | + | - 4 | - | - 3 |$$

[7]

99

$$-(18 - 12 + 4) + [-24 - (12 - 7 + 4)] - |-17|$$

[-60]

100

$$13 - \{-2 - [4 - (3 - 5)] + 1\} - 22$$

[-2]

101

$$+20 - [-80 + 4 - (56 - 92) - 10] - 70$$

[0]

Risolvi i seguenti problemi.

102

Qui riportiamo le date di alcuni avvenimenti storici; scrivile sotto forma di numeri relativi.

753 a.C.: fondazione di Roma; 332 a.C.: conquista dell'Egitto da parte di Alessandro Magno;

622 d.C.: inizio dell'era musulmana; 1492 d.C.: scoperta dell'America;

1918 d.C.: fine della I guerra mondiale.

103

Trova il numero che aggiunto alla differenza tra -2 e 1 dà -6 .

[-3]

104

Indica le seguenti operazioni: dalla somma di -5 con $+7$ togli la differenza tra $+12$ e -6 e al risultato aggiungi la somma di 3 con -4 . Calcola poi il valore dell'espressione ottenuta.

[-17]

105

Indica le seguenti operazioni: la somma tra -5 e la differenza tra -8 e $+2$ deve essere sottratta da $+4$, il risultato va aggiunto alla differenza tra 7 e -3 . Calcola poi il valore dell'espressione così scritta.

[29]

106

Indica che la somma tra -2 , $+4$, -1 va sottratta dalla somma tra $+1$ e -3 e che il risultato deve essere sottratto dalla differenza tra 5 e -1 . Calcola poi il valore dell'espressione così scritta.

[9]

- 107** Una persona apre un conto in banca con un primo versamento di 2300 euro; fa poi un altro versamento di 850 euro. In seguito preleva 2120 euro e, dopo un altro deposito di 3740 euro, preleva ancora 1950 euro. Indica con una somma di numeri relativi il capitale che resta depositato in banca alla fine delle operazioni descritte e calcolalo. [2820 euro]
- 108** Un corpo, la cui temperatura iniziale era di $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ sotto zero, viene raffreddato così che la sua temperatura diminuisce di $6\text{ }^{\circ}\text{C}$; poi, dopo due riscaldamenti che comportano rispettivamente un aumento di $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ e di $5\text{ }^{\circ}\text{C}$, viene ulteriormente raffreddato di $9\text{ }^{\circ}\text{C}$. Qual è la temperatura finale del corpo? [$-11\text{ }^{\circ}\text{C}$]
- 109** Due punti mobili partono da uno stesso punto fisso O e percorrono la stessa retta, procedendo inizialmente in senso opposto. Il primo punto percorre nella prima ora 8 km, nella seconda ora 21 km e nella terza ora ritorna indietro per 9 km. Il secondo punto mobile nella prima ora percorre 15 km, nella seconda ora sta fermo e nella terza ora ritorna indietro per 10 km. Calcola la distanza dal punto O di ciascuno dei due punti mobili alla fine della terza ora; calcola inoltre la distanza tra i due punti alla fine del moto. [20 km; 5 km; 25 km]

Moltiplicazione e divisione

QUESITI

- 110** Enuncia la definizione di prodotto di due numeri interi relativi.
- 111** Quali sono le proprietà della moltiplicazione?
- 112** In quali casi il prodotto di due numeri interi è positivo? E in quali casi è negativo?
- 113** Enuncia la definizione di quoto di due numeri interi relativi.
- 114** Quali sono le proprietà della divisione?
- 115** In quali casi il quoto di due numeri interi è positivo? E in quali casi è negativo?

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 116** Moltiplicando -3 per un numero x si ottiene un prodotto negativo
 a se x è negativo b se x è positivo c qualunque sia x d in nessun caso
- 117** Il quoto di due numeri interi può essere uguale a zero
 a solo se il divisore è zero c solo se il dividendo è uguale al divisore
 b solo se il dividendo è zero d solo se dividendo e divisore sono opposti
- 118** Il quoto di due numeri interi è uguale a -1
 a solo se il divisore è 1 c solo se il dividendo è uguale al divisore
 b solo se il dividendo è 1 d solo se dividendo e divisore sono opposti
- 119** $(-7) : 0 =$ a -7 b $+7$ c 0 d 1 e non si può eseguire la divisione
- 120** $0 : (-2) =$ a -2 b $+2$ c 0 d 1 e non si può eseguire la divisione

Calcola i seguenti prodotti.

ESERCIZIO SVOLTO

- 121** $(+2) \cdot (+4) = +(2 \cdot 4) = +8$ $(+9) \cdot (-10) = -(9 \cdot 10) = -90$
 $(-3) \cdot (+3) = -(3 \cdot 3) = -9$ $(-6) \cdot (-5) = +(6 \cdot 5) = +30$
 $(+1) \cdot (-755) = -755$ $\rightarrow 1$ è l'elemento neutro della moltiplicazione
 $(+1.222.333) \cdot 0 = 0$ $\rightarrow 0$ è l'elemento annullatore della moltiplicazione

- 122** $(-5) \cdot (-2)$ $(-8) \cdot (+6)$ $13 \cdot (-1)$ $-214 \cdot 1$ $(-7) \cdot (+8)$
- 123** $0 \cdot (-33)$ $(-11) \cdot (-2)$ $(+10) \cdot (-5)$ $-6 \cdot (+3)$ $(-12) \cdot 0$

Esegui le seguenti divisioni.

ESERCIZIO SVOLTO

124 $(+8) : (+4) = +(8 : 4) = +2$ $(+9) : (-3) = -(9 : 3) = -3$
 $(-12) : (+4) = -(12 : 4) = -3$ $(-60) : (-10) = +(60 : 10) = +6$
 $0 : (-515) = 0$ $\rightarrow 0 : x = 0, \text{ con } x \neq 0$
 $(+2.000.000) : 1 = +2.000.000$ $\rightarrow x : 1 = x$
 $(-333) : (-333) = 1$ $\rightarrow x : x = 1, \text{ con } x \neq 0$

125 $(+16) : (+8)$ $(-16) : (+2)$ $153 : (-153)$ $(-20) : (-5)$ $(+24) : (-6)$

126 $(-72) : (+72)$ $(-57) : (-1)$ $(-45) : (-9)$ $0 : (-28)$ $28 : (-7)$

COMPLETARE...

127 $(...2) \cdot (+3) = -6$ $(-5) \cdot (...2) = +.....$ $(...8) \cdot (+...) = -40$

128 $(-...) \cdot (...4) = +16$ $(...30) \cdot (-...) = -90$ $(+...) \cdot (...6) = +36$

129 $(+12) \cdot (....) = 0$ $(....) \cdot (-7) = 0$ $(+21) : (-7) = ... (21 : 7)$

130 $(+15) : (+5) = ... (... : ...)$ $(-30) : (+6) = ... (... : ...)$ $(-8) : (-4) = ... (... : ...)$

131 $(-36) : (....) = -9$ $(-48) : (....) = +12$ $(....) : (+2) = +8$ $(....) : (+4) = +4$

132 $(...18) : (+...) = +3$ $(...20) : (+...) = -4$ $(-...) : (...2) = +11$ $(+...) : (...8) = -4$

133 $(....) : (-6) = 0$ $(-12) : (....) = -1$ $(....) \cdot (-5) = +15$ $(....) \cdot (-2) = -100$

134 $(-7) \cdot (....) = -56$ $(-9) \cdot (....) = +63$ $(....) \cdot (+10) = +90$ $(....) : (-2) = -7$

135 $-96 : (....) = -12$ $72 : (-...) = ...9$ $(...32) : (+8) = -.....$ $32 : (....) = -8$

136

a	-3			+11	-9
b		-1	-7		
a · b	15			-33	
-a · b		-17	0		+63

a	-2		
b		3	-5
a · b		-36	
a : b	1		3

137

a									
b									
a + b	-7	+1	-1	-7	+3	-3	-7	-1	+1
a · b	10	-2	-2	10	-10	-10	12	-12	-12

Suggerimento Sia $a + b = -7$ e $a \cdot b = 10$; considerando il prodotto $a \cdot b = 10$ i due numeri richiesti possono essere $+1$ e $+10$, -1 e -10 , $+2$ e $+5$, -2 e -5 . Tra queste coppie di numeri l'unica che ha per somma -7 è -2 e -5 . Quindi $a = -2$ e $b = -5$ oppure $a = -5$ e $b = -2$ (basta indicare una sola coppia).

138

a	-3		-1		4				
b		+5		-3					
a + b		-7	+6			+10	+11	-4	+4
a · b	3			-18	-20	+24	+30	-12	-12

139

a	b	$a + b$	$a \cdot b$
		0	-1
		0	-9
		-1	-6
		10	24
		+4	-32
		-12	+35

a	2	-2	+4	-5	-1
b	-6	+8	0	-15	-10
$a + b$					
$ a + b $					
$- b $					
$ -a $					
$b - (-a)$					
$a \cdot b$					
$b : a$					

Le potenze

RICORDIAMO LA TEORIA

Definizione di potenza

- La potenza di base a ed esponente n , che indichiamo con il simbolo a^n , è il prodotto di n fattori uguali ad a . Nell'insieme \mathbb{Z} dei numeri interi relativi si considerano solo le potenze che hanno per esponente un numero naturale.
- $1^n = 1$ $0^n = 0$ ($n \neq 0$) $a^1 = a$ $a^0 = 1$ ($a \neq 0$) 0^0 non ha significato
- Per calcolare la potenza di un numero relativo si calcola la potenza del valore assoluto della base e si determina il segno secondo il seguente schema:

base positiva \rightarrow potenza positiva
 base negativa, esponente pari \rightarrow potenza positiva
 base negativa, esponente dispari \rightarrow potenza negativa

- Se non ci sono parentesi, la potenza ha la priorità sul segno $-$ che la precede:

$$-5^2 = -(5 \cdot 5) = -25 \qquad (-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = +25$$

Proprietà delle potenze

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad a^m : a^n = a^{m-n} \text{ con } a \neq 0, m \geq n \qquad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \qquad a^m : b^m = (a : b)^m \text{ con } b \neq 0$$

QUESITI

- 140** Indica il segno di $(-816)^{125}$; -816^{125} ; $(-501)^{300}$; -501^{300} .
- 141** Quanto vale 25^1 ? E $(-25)^0$? Quanto vale $(-1)^{999}$? E $(-1)^{1000}$?
- 142** È sempre possibile calcolare una potenza di base 0?
- 143** In quale caso la potenza di un numero intero relativo è negativa?
- 144** Enuncia le proprietà delle potenze.
- 145** Spiega perché la potenza di esponente 4 di un numero intero relativo non può essere -16 .
- 146** Per quali valori dell'esponente n si ha $(-8)^n > 0$?
- 147** Esistono valori dell'esponente n per cui si ha $[(-21)^4]^n < 0$? Giustifica la risposta.

Calcola il valore delle seguenti potenze.

- 148** $(-3)^4$ $(+3)^4$ $(-4)^2$ $(-2)^5$ [+81; +81; +16; -32]
- 149** $(+1)^{321}$ $(+1)^{322}$ $(+1)^0$ $(+1)^1$ [+1; +1; +1; +1]
- 150** $(-1)^{321}$ $(-1)^{322}$ $(-1)^0$ $(-1)^1$ [-1; +1; +1; -1]
- 151** 0^{28} 0^{555} $(-1)^{2000}$ $(-1)^{1999}$ [0; 0; +1; -1]

COMPLETARE...

152

a	$-a^2$	$-a^3$	$(-a)^3$	$(-a)^2$
-2				
3				
-1				
-3				
2				

a	1	0	+4	-4	-5	+5
$(-a)^2$						
$-a^2$						
a^3						
$(-a)^3$						
$-a^3$						

153

$$(-5)^3 = -\dots^3 = \dots 125$$

$$(-6)^4 = +\dots^4 = \dots 1296$$

$$(-2)^5 = -\dots^5 = \dots$$

154

$$(-3)^4 = +\dots^4 = \dots$$

$$(-3)^3 = \dots 3^3 = \dots$$

$$(-10)^2 = \dots 10^2 = \dots$$

155

$$-6^3 = \dots 216$$

$$-10^4 = \dots 10.000$$

$$(\dots)^3 = 64$$

$$(\dots)^3 = -64$$

$$(+\dots)^4 = +81$$

156

$$(-\dots)^4 = +81$$

$$(+1)^{222} = \dots$$

$$0^{333} = \dots$$

$$(+999)^0 = \dots$$

$$(-555)^0 = \dots$$

157

$$(-1)^{444} = \dots$$

$$(-1)^{555} = \dots$$

$$(-800)^1 = \dots$$

$$(+987)^1 = \dots$$

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

158

$$(-2)^3 =$$

a -2^3

b $+2^3$

c $-2 \cdot 3$

d $(-2) \cdot (-3)$

159

$$+81 =$$

a $(-3)^4$

b -3^4

c $(-4)^3$

d $(+4)^3$

160

$$-64 =$$

a $(-8)^2$

b $(+8)^2$

c -8^2

d $+8^2$

161

Quale delle seguenti espressioni è uguale a 1?

a $(-1)^1$

b -1^1

c -1^0

d $(-1)^0$

162

Quale delle seguenti espressioni è uguale a -1 ?

a $(-1)^0$

b $(-1)^2$

c $[(-1)^3]^2$

d -1^2

Esprimi come unica potenza i seguenti prodotti.

ESERCIZIO SVOLTO

163

$$(-7)^5 \cdot (-7)^{15} = (-7)^{5+15} = (-7)^{20} = +7^{20} = 7^{20}$$

164

$$(-10)^{60} \cdot (-10)^{40}$$

$$(+25)^{43} \cdot (+25)^7$$

$$[10^{100}; 25^{50}]$$

165

$$(-12)^{23} \cdot (-12)^{12}$$

$$(+15)^6 \cdot (+15)^{27}$$

$$[(-12)^{35} = -12^{35}; 15^{33}]$$

166

$$(-3)^{11} \cdot (-3)^9$$

$$(-3)^9 \cdot (-3)^{16}$$

$$[(-3)^{20} = 3^{20}; -3^{25}]$$

167

$$(+18)^3 \cdot (+18)^7$$

$$(-18)^3 \cdot (-18)^7$$

$$[18^{10}; 18^{10}]$$

168

$$(-28)^4 \cdot (-28)^5$$

$$(-35)^3 \cdot (-35)^5$$

$$[-28^9; 35^8]$$

ESERCIZI SVOLTI

169

$$(-11)^4 \cdot (+11)^8$$

Le basi delle due potenze sono uguali in valore assoluto, ma non in segno; quindi non possiamo applicare nessuna delle proprietà note.

Sappiamo che $(-11)^4 = (+11)^4$; possiamo perciò sostituire, nel prodotto dato, $(+11)^4$ al posto di $(-11)^4$ e quindi applicare una proprietà delle potenze:

$$(-11)^4 \cdot (+11)^8 = (+11)^4 \cdot (+11)^8 = (+11)^{4+8} = (+11)^{12} = +11^{12} = 11^{12}$$

170 $(+14)^4 \cdot (-14)^7$

Anche in questo caso le basi delle due potenze sono uguali in valore assoluto, ma non in segno; utilizzeremo un metodo differente da quello usato nel precedente esercizio.

Il primo fattore, $(+14)^4$, è positivo, mentre il secondo, $(-14)^7$, è una potenza con base negativa ed esponente dispari e quindi è negativo.

Essendo i due fattori discordi, il loro prodotto, per la regola dei segni, è negativo. Inoltre il valore assoluto del prodotto si ottiene moltiplicando i valori assoluti dei singoli fattori. Ma questi sono, rispettivamente, 14^4 e 14^7 . Quindi basta eseguire la moltiplicazione $14^4 \cdot 14^7$ e attribuire al risultato il segno dedotto dalle considerazioni precedenti:

$$\underbrace{(+14)^4}_{+} \cdot \underbrace{(-14)^7}_{-} = -(14^4 \cdot 14^7) = -14^{4+7} = \mathbf{-14^{11}}$$

171 $(-6)^4 \cdot (+6)^{12}$ $(-7)^2 \cdot (+7)^4$ $(-15)^{21} \cdot (+15)^9$ $(-2)^3 \cdot (+2)^7$ $[6^{16}; 7^6; -15^{30}; -2^{10}]$

172 $(-8)^{10} \cdot (+8)^{15} \cdot (-8)^9$ $(-1)^4 \cdot (-1)^3 \cdot (+1)^5$ $5^4 \cdot (-5)^3 \cdot 5^2$ $[-8^{34}; -1; -5^9]$

173 $-7^3 \cdot (-7)^2 \cdot (+7)^7$ $-6^4 \cdot (-6)^4 \cdot (-6)^3$ $(-4)^4 \cdot 4^3 \cdot (-4)^5$ $[-7^{12}; 6^{11}; -4^{12}]$

Esprimi come unica potenza i seguenti quoti.

ESERCIZIO SVOLTO

174 $(-21)^{20} : (-21)^{16} = (-21)^{20-16} = (-21)^4 = +21^4 = \mathbf{21^4}$

175 $(-8)^{20} : (-8)^3$ $(-5)^7 : (-5)^6$ $(+20)^{14} : (+20)^9$ $(+5)^{13} : 5^6$ $[-8^{17}; -5; 20^5; 5^7]$

176 $(-19)^9 : (-19)^5$ $(-17)^9 : (-17)^6$ $(-2)^7 : (-2)^2 : (-2)^3$ $4^5 : (+4)^3 : (+4)^2$ $[19^4; -17^3; 2^2; 1]$

ESERCIZI SVOLTI

177 $(-20)^{16} : (+20)^5$

Sappiamo che $(-20)^{16} = (+20)^{16}$, quindi

$$(-20)^{16} : (+20)^5 = (+20)^{16} : (+20)^5 = (+20)^{16-5} = (+20)^{11} = +20^{11} = \mathbf{20^{11}}$$

178 $(+7)^{16} : (-7)^5$

Il dividendo $(+7)^{16}$ è positivo, mentre il divisore $(-7)^5$ è negativo, essendo una potenza con base negativa ed esponente dispari. Per la regola dei segni, il quoto è quindi negativo. Inoltre il valore assoluto del quoto è il risultato della divisione tra il valore assoluto del dividendo e quello del divisore. Ma questi sono, rispettivamente, 7^{16} e 7^5 . Quindi basta eseguire la divisione $7^{16} : 7^5$ e attribuire al risultato il segno $-$ dedotto dalle considerazioni precedenti:

$$(+7)^{16} : (-7)^5 = -(7^{16} : 7^5) = -7^{16-5} = \mathbf{-7^{11}}$$

179 $(-20)^{14} : (+20)^9$ $(-20)^7 : (+20)^3$ $(+18)^{25} : (-18)^{21}$ $[20^5; -20^4; -18^4]$

180 $(+18)^9 : (-18)^4$ $(-3)^7 : (+3)^5$ $(+6)^5 : (-6)^3$ $[18^5; -9; -36]$

181 $-3^8 : (-3)^7$ $(-5)^{13} : (+5)^2$ $6^5 : (-6)^5$ $[3; -5^{11}; -1]$

Trasforma in un'unica potenza.

ESERCIZIO SVOLTO

182 $[(-3)^5]^7 = (-3)^{5 \cdot 7} = (-3)^{35} = \mathbf{-3^{35}}$

183 $[(-7)^4]^3$ $[(-2)^3]^2$ $(+5^9)^2$ $[(+4)^7]^3$ $[7^{12}; 2^6; 5^{18}; 4^{21}]$

184 $[(-10)^3]^3$ $[(-10^3)^2]^5$ $[(+7)^3]^9$ $[(-7)^5]^3$ $[-10^9; +10^{30}; 7^{27}; -7^{15}]$

ESERCIZIO SVOLTO**185** Esprimiamo $[(-27)^4]^2$ come potenza di base -3 :

$$[(-27)^4]^2 = \{[(-3)^3]^4\}^2 = (-3)^{3 \cdot 4 \cdot 2} = (-3)^{24} = +3^{24} = \mathbf{3^{24}}$$

186 Esprimi $(+8^6)^2$ come potenza di base 2. $[2^{36}]$ **187** Esprimi $(-27^2)^5$ utilizzando una potenza di base 3. $[-3^{30}]$ **188** Esprimi $[(-8)^2]^5$ come potenza di 2. $[2^{30}]$ **189** Esprimi $[(-32)^5]^3$ e $[(-32)^2]^3$ come potenze di 2. $[-2^{75}; 2^{30}]$ **Esprimi come unica potenza i risultati delle seguenti operazioni.****ESERCIZIO SVOLTO****190** $(+5)^8 \cdot (-6)^8 = [(+5) \cdot (-6)]^8 = (-30)^8 = +30^8 = \mathbf{30^8}$ **191** $(+6)^7 \cdot (-8)^7$ $(-2)^3 \cdot (+3)^3$ $(-10)^{21} \cdot (-2)^{21}$ $[-48^7; -6^3; 20^{21}]$ **192** $(-3)^8 \cdot (+2)^8 \cdot (-9)^8$ $(-2)^3 \cdot (+4)^3 \cdot (-3)^3$ $(+7)^5 \cdot (-2)^5 \cdot (-5)^5$ $[54^8; 24^3; 70^5]$ **ESERCIZIO SVOLTO****193** $(-9^4) \cdot (+4^4)$

Il primo fattore, -9^4 , è negativo, mentre il secondo, $+4^4$, è positivo; quindi, per la regola dei segni, il prodotto è negativo. Il valore assoluto del prodotto è il prodotto dei valori assoluti dei fattori, ossia $9^4 \cdot 4^4$. Perciò

$$(-9^4) \cdot (+4^4) = -9^4 \cdot 4^4 = -(9 \cdot 4)^4 = \mathbf{-36^4}$$

194 $(-5^{12}) \cdot (-8^{12})$ $3^5 \cdot (-2^5)$ $(-5^{12}) \cdot (-8)^{12}$ $[40^{12}; -6^5; -40^{12}]$ **195** $(-10^4)^3 \cdot (-16)^{12}$ $4^7 \cdot (-5^7) \cdot (-2)^7$ $7^{14} \cdot (-1)^{14} \cdot (-2^{14})$ $[-160^{12}; 40^7; -14^{14}]$ **ESERCIZIO SVOLTO****196** $(+15)^5 : (-3)^5 = [(+15) : (-3)]^5 = (-5)^5 = \mathbf{-5^5}$ **197** $(-6)^4 : (+2)^4$ $(-9)^5 : (+3)^5$ $(+20)^{11} : (-5)^{11}$ $(+70)^{10} : (-10)^{10}$ $[3^4; -3^5; -4^{11}; 7^{10}]$ **198** $(-24)^3 : (-8)^3$ $(-12)^6 : (-3)^6$ $(-15)^{15} : (+3)^{15}$ $(-4)^2 : (-2)^2$ $[3^3; 4^6; -5^{15}; 4]$ **ESERCIZI SVOLTI****199** $(-18^4) : (+6^4)$

Il dividendo, -18^4 , è negativo, mentre il divisore, $+6^4$, è positivo; quindi, per la regola dei segni, il quoto è negativo. Il valore assoluto del quoto è il quoto dei valori assoluti, ossia $18^4 : 6^4$. Perciò:

$$(-18^4) : (+6^4) = -(18^4 : 6^4) = -(18 : 6)^4 = -3^4 = \mathbf{-81}$$

200 $(-18)^4 : (+6^4) = (+18)^4 : (+6^4) = [(+18) : (+6)]^4 = (+3)^4 = \mathbf{81}$

Il dividendo, avendo esponente pari, è positivo: $(-18)^4 = +18^4$. Ricordiamo che -18^4 è diverso da $(-18)^4$!

201 $(-24^{15}) : (+8^{15})$ $(-14^3) : (+2)^3$ $(-24)^{16} : (-8^{16})$ $[-3^{15}; -7^3; -3^{16}]$ **202** $(-56)^{13} : (-7^{13})$ $(-81^8) : (-9)^8$ $(-56^{12}) : (+7)^{12}$ $[8^{13}; -9^8; -8^{12}]$ **203** $(+21^5) : (-3)^5$ $(-21^5) : (-7)^5$ $(-12)^3 : (-4^3)$ $[-7^5; +3^5; 27]$

ESERCIZI SVOLTI

204 $(-8)^5 : (-2)^4$

Teniamo presente che $-8 = (-2)^3$; sostituiamo quindi $(-2)^3$ al posto di -8 . In questo modo possiamo ridurre l'espressione data a una divisione tra potenze con base -2 :

$$(-8)^5 : (-2)^4 = [(-2)^3]^5 : (-2)^4 = (-2)^{3 \cdot 5} : (-2)^4 = (-2)^{15} : (-2)^4 = (-2)^{15-4} = (-2)^{11} = -2^{11}$$

205 $(-32)^7 : (-8)^6$

Osserviamo che $-32 = (-2)^5$ e $-8 = (-2)^3$; sostituiamo quindi nell'espressione data:

$$\begin{aligned} (-32)^7 : (-8)^6 &= [(-2)^5]^7 : [(-2)^3]^6 = (-2)^{5 \cdot 7} : (-2)^{3 \cdot 6} = (-2)^{35} : (-2)^{18} = \\ &= (-2)^{35-18} = (-2)^{17} = -2^{17} \end{aligned}$$

206 $(-81)^5 : 27^6$

Il dividendo $(-81)^5 = -81^5$ è negativo, mentre il divisore 27^6 è positivo. Il quoto, per la regola dei segni, è quindi negativo e il suo valore assoluto si ottiene eseguendo la divisione tra i valori assoluti di dividendo e divisore:

$$(-81)^5 : 27^6 = -81^5 : 27^6$$

Osserviamo ora che $81 = 3^4$ e $27 = 3^3$; quindi si ha

$$(-81)^5 : 27^6 = -81^5 : 27^6 = -(3^4)^5 : (3^3)^6 = -3^{4 \cdot 5} : 3^{3 \cdot 6} = -3^{20} : 3^{18} = -3^{20-18} = -3^2 = -9$$

207 $(-16)^3 : (-4)^2$ $(+27)^5 : (-9)^2$ $(-9)^5 \cdot (-3)^3$ $(-25)^3 \cdot (+5)^2$ $[-4^4; 3^{11}; 3^{13}; -5^8]$

208 $(-9)^5 : (-3)^3$ $(-25)^3 : (-5)^2$ $(-9)^8 \cdot (-3)^{16}$ $(-25)^4 \cdot (+5)^3$ $[3^7; -5^4; 3^{32}; 5^{11}]$

COMPLETARE...

209 $(-2)^9 \cdot (-2)^4 = (-2)^{\dots}$ $(+5)^6 \cdot (+5)^3 = (+5)^{\dots}$ $(-8)^{10} \cdot (-8) = (\dots)^{10+\dots} = (-8)^{\dots}$

210 $(+6) \cdot (+6)^{12} = (+6)^{\dots+12} = (+6)^{\dots}$ $(+7)^6 \cdot (+7)^{\dots} = (+\dots)^9$ $(-10)^{\dots} \cdot (-\dots)^4 = (-10)^{10}$

211 $(-10)^5 \cdot (-2)^5 = (+20)^{\dots}$ $(-2)^9 \cdot (+4)^9 = (\dots)^9$ $(-6)^5 \cdot \dots = (+18)^5$

212 $(-9)^5 \cdot \dots = (-27)^5$ $(+12)^{\dots} \cdot (+12)^{\dots} = 1$ $\dots^{50} \cdot \dots^{41} = 1$

213 $(+15)^{15} : (+15)^5 = (+15)^{\dots}$ $(-9)^8 : (-9)^6 = (-9)^{\dots}$ $(-3)^{\dots} : (-3)^8 = (-3)^{12}$

214 $(+8)^{80} : (+8)^{\dots} = (+8)^{70}$ $(-11)^{89} : (-11)^{\dots} = -11$ $(+16)^{40} : (+16)^{\dots} = 1$

215 $(-20)^7 : (+5)^7 = (\dots)^7$ $(-36)^{10} : (-9)^{10} = (\dots)^{10}$ $(+81)^3 : (\dots)^3 = (-9)^3$

216 $(\dots)^{12} : (-12)^{12} = (+2)^{12}$ $(-50)^{15} : (\dots)^{15} = (+50)^{15}$ $(\dots)^9 : (-5)^9 = -1$

217 $(+12)^7 : (-4)^{\dots} = (\dots)^{\dots}$ $(-25)^{\dots} : (+\dots)^{21} = (\dots)^{21}$ $[(-3)^4]^5 = (-3)^{\dots}$

218 $[(+6)^2]^{11} = (+6)^{\dots}$ $[(+10)^3]^8 = \dots$ $[(-8)^5]^7 = \dots$ $[(-2)^{\dots}]^4 = (+2)^{12}$

219 $[(+8)^5]^{\dots} = (+8)^{20}$ $(-8)^5 = [(-2)^3]^5 = (-2)^{\dots}$ $(+81)^{10} = [(+\dots)^4]^{10} = (\dots)^{\dots}$

220 $(-16)^7 = -16^7 = -(2^{\dots})^7 = -2^{\dots}$ $(-25)^6 = +25^6 = [(+5)^{\dots}]^6 = +5^{\dots}$ $[(-544)^7]^{\dots} = 1$

221 $[(\dots)^{10}]^{12} = 0$ $[(-2)^5 \cdot (+6)^5]^6 = \{ [(-2) \cdot (+6)]^{\dots} \}^6 = [(\dots)^{\dots}]^6 = (\dots)^{\dots}$

222 $[(-2)^5 \cdot (+6)^5]^6 = [(-2)^5]^6 \cdot [(+6)^5]^6 = (\dots)^{\dots} \cdot (\dots)^{\dots} = (\dots)^{\dots}$

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

223 $-64^{49} =$

a $(-64)^{40} \cdot (-64)^9$ **b** $(-64)^7 \cdot (-64)^7$ **c** $(-8)^{40} \cdot (-8)^9$ **d** $(-8)^7 \cdot (-8)^7$

224 $25^{36} =$

a $(-25)^{30} \cdot (-25)^6$ **b** $(+25)^6 \cdot (+25)^6$ **c** $(-5)^{30} \cdot (-5)^6$ **d** $(+5)^6 \cdot (+5)^6$

- 225** $(-3)^8 \cdot 9 =$ **a** $(-27)^8$ **b** $(+3)^{10}$ **c** $(-3)^{72}$ **d** $(-3)^{16}$
- 226** $(-5)^n \cdot (-5) =$ **a** $(-5)^n$ **b** 25^n **c** $(-5)^{n+1}$ **d** -25^{n+1}
- 227** $6^{n+1} =$
a $(-6)^n \cdot (-6)$ **b** $(+6)^n \cdot (+6)$ **c** $(+3)^n \cdot (+2)$ **d** $(-3)^n \cdot (-2)$
- 228** $(-5)^9 \cdot (+2)^9 =$ **a** $+10^9$ **b** -10^9 **c** $(-10)^{81}$ **d** $(-10)^{18}$
- 229** $(-6)^6 : (-6) =$ **a** $(+1)^6$ **b** $(-6)^1$ **c** -6^5 **d** $+6^6$
- 230** $(-40)^9 : (-40)^3 =$ **a** 1^6 **b** $(-40)^6$ **c** $(-40)^3$ **d** $(-40)^{12}$
- 231** $(-15)^n : (-15) =$ **a** $(-15)^n$ **b** 1^n **c** $(-15)^{n-1}$ **d** $(-15)^{n+1}$
- 232** $12^8 =$
a $(-12)^{14} : (-12)^6$ **b** $(+12)^{16} : (+12)^2$ **c** $(-24)^{14} : (+2)^6$ **d** $(-24)^{16} : (+2)^2$
- 233** $(+24)^3 : (-8)^3 =$ **a** $(+32)^3$ **b** $(-3)^1$ **c** $(-3)^0$ **d** $(-3)^3$
- 234** $[(-3)^3]^2 =$ **a** $(-27)^6$ **b** $(-3)^5$ **c** $(-3)^9$ **d** $(-3)^6$
- 235** $[(-3)^n]^2 =$ **a** $3^{n \cdot 2}$ **b** $(-3)^{n^2}$ **c** 3^{n+2} **d** $(-3 \cdot n)^2$
- 236** $[(-2)^3]^n =$ **a** 2^{n+3} **b** $(-2)^{n^2}$ **c** $(-2)^{3 \cdot n}$ **d** $(-2)^{3+n}$
- 237** $4^{36} =$ **a** $(+4^6)^2$ **b** $[(-4)^{18}]^{18}$ **c** $[(-4)^6]^6$ **d** $(+2^2)^{18}$

Esegui i calcoli indicati, utilizzando le proprietà delle potenze.

ESERCIZIO SVOLTO

238 $(-12)^6 \cdot (+2)^4 \cdot (-3)^3$

Dobbiamo calcolare un prodotto di tre fattori; i primi due, cioè $(-12)^6 = +12^6$ e $(+2)^4 = +2^4$, sono positivi, mentre il terzo, $(-3)^3 = -3^3$, è negativo. Quindi, per la regola dei segni, il prodotto è negativo. Sappiamo poi che il valore assoluto del prodotto è il prodotto dei valori assoluti dei singoli fattori, ossia $12^6 \cdot 2^4 \cdot 3^3$. Inoltre $12 = 2^2 \cdot 3$. Perciò:

$$\begin{aligned} (-12)^6 \cdot (+2)^4 \cdot (-3)^3 &= -(12^6 \cdot 2^4 \cdot 3^3) = -[(2^2 \cdot 3)^6 \cdot 2^4 \cdot 3^3] = -[(2^2)^6 \cdot 3^6 \cdot 2^4 \cdot 3^3] = \\ &= -(2^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^6 \cdot 3^3) = -(2^{12+4} \cdot 3^{6+3}) = \mathbf{-2^{16} \cdot 3^9} \end{aligned}$$

- 239** $(-18)^3 \cdot (-2)^4 \cdot (-9)^6 \cdot (-2^3)$ $12^5 : (-4)^3 \cdot (-6)^2 \cdot (-6^2)$ $[2^{10} \cdot 3^{18}; +2^8 \cdot 3^9]$
- 240** $(-12)^4 \cdot (-3)^2 \cdot (-4)^3 : (-2^2)$ $-36 \cdot (-6)^6 \cdot (+2)^5 \cdot (-12)^2$ $[2^{12} \cdot 3^6; -2^{17} \cdot 3^{10}]$
- 241** $(-15)^3 : (-5^2) \cdot (-35)^4 \cdot (-70)^2$ $[2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^7 \cdot 7^6]$
- 242** $[(2^7 \cdot 2^{11}) : (-2)^{12}]^2$ $[(-3^2)^4 \cdot (-5)^{81}]^2$ $[2^{12}; 15^{16}]$
- 243** $[(-3)^4 \cdot (-3)^7 : (-3)^6]^3$ $[(-10)^7 : (-5)^7]^5$ $[-3^{15}; 2^{35}]$
- 244** $3^4 \cdot (3 \cdot 3^6)^4 : (-3)^{12}$ $(-5^3) \cdot (-2)^3 \cdot (+3)^3$ $[3^{20}; 30^3]$
- 245** $-5^4 \cdot (5^2 \cdot 5^3)^2 : (-5^2)^6$ $[-7^3 : (-7)^2 \cdot (-7)^4]^3$ $[-5^2; -7^{15}]$
- 246** $(-16)^4 \cdot 4^{10} : (-32)^7$ $9^5 \cdot (-3)^3 \cdot (-27)^3$ $[-2; 3^{22}]$
- 247** $(-32^3)^3 : (-4)^5 : (-16^2)^3$ $(-100)^6 : (-10^2)^3 \cdot (-1000)^2$ $[-2^{11}; -10^{12}]$
- 248** $-5^{12} \cdot (+25)^4 : (-125)^4$ $27^4 : (-9)^5 \cdot (-81^4)^3 : (-81)^4$ $[-5^8; 3^{34}]$
- 249** $-18^2 \cdot (-24)^3 : (-12^5)$ $(-9^2)^3 : (-81)^2 \cdot (-12)^4 : (-6^2)^3$ $[-18; 36]$

Espressioni

RICORDIAMO LA TEORIA

■ Espressioni con i numeri interi relativi

Ricorda le priorità delle operazioni: prima devi eseguire gli elevamenti a potenza, poi le moltiplicazioni e le divisioni nell'ordine indicato, infine le addizioni e le sottrazioni. Il segno meno, quando viene usato per indicare l'opposto di un numero o di un'espressione, ha la stessa priorità di addizioni e sottrazioni. Le parentesi possono alterare le priorità delle operazioni.

VERO O FALSO?

- | | | | | |
|------------|---|---|---|---|
| 250 | a. $3 - 5 \cdot 4 = -2 \cdot 4 = -8$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | c. $-2 \cdot 7 + 5 = -2 \cdot 12 = -24$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| | b. $5 \cdot 3 + (4 - 8) = 15 - 4 = 11$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | d. $-8 + 6 \cdot (-4) = -8 - 24 = -32$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| 251 | a. $5 - 40 : 5 = 5 - 8 = -3$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | c. $70 : 10 - 15 = 7 - 15 = -8$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| | b. $48 + 12 : (-2) = 60 : (-2) = -30$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | d. $36 : (-12) : 3 = 36 : (-4) = -9$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| 252 | a. $30 - 20 : (-2) = 10 : (-2)$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | c. $12 - 72 : 4 = -60 : (-4)$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| | b. $72 : (-8) \cdot (-2) - 5 = 72 : (+16) - 5$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | d. $12 - 72 : (-9) \cdot (+2) = 12 + 8 \cdot (+2)$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| 253 | a. $9 - 3^2 = 9 + 9 = 18$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | c. $5 \cdot (-3^2) = 5 \cdot (-9) = -45$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| | b. $36 : (-3)^2 = -12^2 = -144$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | d. $7 + (-3)^3 = 7 - 27 = -20$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| 254 | a. $5 + 2^3 - (-3)^2 = 4$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | c. $(-3^2)^2 + (-6)^4 : (+6)^3 = 87$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| | b. $-2^2 \cdot 3^2 + (-5)^2 \cdot 5^3 : (-25) = -89$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | d. $-5^2 - 15 \cdot 2^2 : (-10) = -13$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 255** $48 : (-4) \cdot (-2) : (+6) =$ a 1 b -1 c 4 d -4
- 256** $(-3 + 6) : (-4 + 3) \cdot [-9 + 3 \cdot (-6)] =$ a 81 b -27 c -108 d -81
- 257** $-[3 \cdot (-7 + 2) - (-4) \cdot (-5 + 10)] : (-6 + 5) =$ a 5 b -5 c 35 d -35
- 258** $6 - 3^2 \cdot 2 =$
- | | | |
|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> a $-3^2 \cdot 2 = -9 \cdot 2 = -18$ | <input type="checkbox"/> c $6 - 9 \cdot 2 = -3 \cdot 2 = -6$ | <input type="checkbox"/> e $6 - 6^2 = 6 - 36 = -30$ |
| <input type="checkbox"/> b $(-3)^2 \cdot 2 = 9 \cdot 2 = 18$ | <input type="checkbox"/> d $6 - 9 \cdot 2 = 6 - 18 = -12$ | |
- 259** $-18 + 27 : 3^2 =$
- | | | |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> a $9 : 3^2 = 9 : 9 = 1$ | <input type="checkbox"/> c $-18 + 9^2 = -9^2 = -81$ | <input type="checkbox"/> e $-18 + 9^2 = (-9)^2 = 81$ |
| <input type="checkbox"/> b $-18 + 9^2 = -18 + 81 = 63$ | <input type="checkbox"/> d $-18 + 27 : 9 = -18 + 3 = -15$ | |
- 260** $-4 + 36 : (-2)^2 =$
- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> a $32 : (+4) = 8$ | <input type="checkbox"/> c $-4 + 36 : (+4) = -4 + 9 = 5$ |
| <input type="checkbox"/> b $-4 + (-18)^2 = -4 + 324 = 320$ | <input type="checkbox"/> d $+32 : (-2)^2 = (-16)^2 = 2^8$ |
- 261** $-2^2 - (-3)^3 \cdot (-3)^4 : (-3)^5 =$
- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> a $4 - (-3)^{3+4-5} = 4 - (-3)^2 = 4 - 9 = -5$ | <input type="checkbox"/> c $-4 - (-3)^2 = -4 - (+9) = -4 - 9 = -13$ |
| <input type="checkbox"/> b $-4 + 3^2 = -4 + 9 = 5$ | <input type="checkbox"/> d $4 - (-3)^7 : (-3)^5 = 4 - 1^2 = 3$ |
- 262** Il valore dell'espressione $(-2^2) \cdot [8 - 3 \cdot (-3)^3]$ è
- | | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| <input type="checkbox"/> a -356 | <input type="checkbox"/> b +540 | <input type="checkbox"/> c -288 | <input type="checkbox"/> d +356 |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
- 263** Il valore dell'espressione $-[2^3 - 2 \cdot (-2)^4 : (-2^3) + (-3)^3]$ è
- | | | | |
|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> a -39 | <input type="checkbox"/> b 15 | <input type="checkbox"/> c 39 | <input type="checkbox"/> d -15 |
|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

ESERCIZI SVOLTI

$$\begin{aligned}
 264 \quad & -1 + (-2) \cdot (+5) - (+8) : (-2) + (-3) = \\
 & = -1 + \underbrace{(-2) \cdot (+5)}_{(-10)} - \underbrace{(+8) : (-2)}_{(-4)} + (-3) = -1 - 10 + 4 - 3 = \mathbf{-10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 265 \quad & -5 + (-9 - 3) : (-2 + 5) - (-5) \cdot (-2) + 1 = \\
 & = -5 + \underbrace{(-9 - 3)}_{(-12)} : \underbrace{(-2 + 5)}_{(+3)} - \underbrace{(-5) \cdot (-2)}_{(+10)} + 1 = \\
 & = -5 + \underbrace{(-12) : (+3)}_{(-4)} - 10 + 1 = -5 - 4 - 10 + 1 = \mathbf{-18}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 266 \quad & -5 + [-9 - 3 : (-2 + 5) - (-5)] \cdot (-2) + 1 = \\
 & = -5 + [-9 - 3 : \underbrace{(-2 + 5)}_{(+3)} + 5] \cdot (-2) + 1 = \\
 & = -5 + [-9 - \underbrace{1}_{+3} + 5] \cdot (-2) + 1 = \\
 & = -5 + \underbrace{(-9 - 1 + 5)}_{(-5)} \cdot (-2) + 1 = -5 + 10 + 1 = \mathbf{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 267 \quad & 3 - \{2 + [-3 + 40 : (-5) - 2 \cdot (-3)] - [(-5) \cdot (-2) - (2 \cdot 5 - 4)]\} = \\
 & = 3 - \{2 + [-3 + \underbrace{40 : (-5)}_{(-8)} - \underbrace{2 \cdot (-3)}_{(-6)}] - [\underbrace{(-5) \cdot (-2)}_{+10} - \underbrace{(2 \cdot 5 - 4)}_{(10 - 4)}]\} = \\
 & = 3 - \{2 + [-5] - [10 - 6]\} = 3 - \{2 - 5 - 4\} = 3 - (-7) = \mathbf{+10}
 \end{aligned}$$

$$268 \quad -[(-5) \cdot (-2 + 3) \cdot (-3) + (-1 + 4 - 9) : (-1)] + (-2) : (+2) \quad \mathbf{[-22]}$$

$$269 \quad -4 \cdot (5 + 2 - 4) - [(-8 + 4 - 7) \cdot (-2) + 5] \quad 3^2 \cdot 2 - 2^4 \quad -5^2 \cdot (-2) + 2^3 \quad \mathbf{[-39; 2; 58]}$$

$$270 \quad (6 + 5^2) \cdot (-3) \quad [8^2 - 17 \cdot (+2)] : (-6) \quad (-7 + 3^2) \cdot (-4)^3 : (-16) \quad \mathbf{[-93; -5; 8]}$$

$$271 \quad [(-3)^2]^2 : 9 - (-2)^3 \quad [2^3 \cdot (-5)^3]^2 : [10^8 : (-10^2)^3] \quad 15 - [(-2^3)^4 : 2^6 + 3] \quad \mathbf{[17; -10^4; -52]}$$

$$272 \quad [21 + 3 \cdot (-5)] \cdot (-36)^3 : (+6)^5 \quad [-10 \cdot 3 + (-2)^2 : 2] : [-7^2 : (-7)] \quad \mathbf{[-36; -4]}$$

$$273 \quad [(-2^2)^3 \cdot (+3)^6 : (-6)^6 - (5 - 10 - 3 \cdot 2^2)]^8 : (-16^6) : (-4)^4 \quad \mathbf{[-1]}$$

$$274 \quad 7 : [(8^8 : 8^5)^3 : (-4^7 : 4^4)^3 + 8^3] \quad \mathbf{[l'espressione non ha significato]}$$

$$275 \quad \{-2 - [5 - (-2)^2 \cdot 3 + (-3)^2 \cdot (-2)] \cdot (2^2 - 5)^{13}\}^3 : (-3^8) \quad \mathbf{[3]}$$

$$276 \quad [-2^4 + (-2)^2] : [(-3)^2 - (+3)^3 : (-3)^2] + |-2^4 : (-4)^2| \quad \mathbf{[-1]}$$

$$277 \quad \{3^4 : (-3^2) + (-2)^3 : (-2)^2 \cdot [(-2)^3 + 5] : (-6) + |1 - 3^2| + 2\}^{2^4 - 4^2} \quad \mathbf{[l'espressione non ha significato]}$$

$$278 \quad -35^4 \cdot (-16)^2 : (-49)^2 : (-50^2) - [2 \cdot (-3)^2 - 18]^3 - |-7 + 2^2|^3 \quad \mathbf{[37]}$$

$$279 \quad 32 \cdot (-27^4) \cdot (-18)^2 : (-12)^3 + 2 \cdot 3^{13} \quad \mathbf{[4 \cdot 3^{13}]}$$

- 280** Traduci in un'espressione le seguenti operazioni: dal prodotto di -2 per -10 toglì il cubo di $+3$, eleva al cubo la differenza ottenuta e dividi il risultato per il quadrato di -7 ; calcolane poi il valore. $[-7]$
- 281** Traduci in un'espressione le seguenti operazioni: moltiplica la somma di 10 con il cubo di -2 per la differenza tra il quadrato dell'opposto di $+5$ e il quadrato di $+6$; calcolane poi il valore. $[-22]$
- 282** Sottrai dal cubo di -3 il quadrato della differenza tra $+3$ e $+2$; dividi poi la differenza così ottenuta per l'opposto del quadrato di -2 . Calcola il valore dell'espressione che traduce le operazioni indicate. $[7]$
- 283** Sottrai dal prodotto di 5 per l'opposto di -9 la somma del quadrato di 3 con il cubo di -2 ; dividi la differenza per -11 ed eleva il quoto alla terza. Calcola il valore dell'espressione trovata. $[-64]$