

Laboratorio di matematica

C Composizione di simmetrie centrali

Verifica che la trasformazione che si ottiene applicando prima una simmetria centrale di centro O_1 e poi una simmetria centrale di centro O_2 è una traslazione di vettore $\overrightarrow{2O_1O_2}$.

Cominciamo a disegnare i due centri di simmetria: selezioniamo dal menu *punti*, il secondo da sinistra, lo strumento *Punto*, e facciamo clic in due posizioni nella finestra di *Cabri*, assegnando poi i nomi O_1 e O_2 ai punti così creati.

SIMMETRIA CENTRALE

Lo strumento *Simmetria centrale* si trova nel menu *trasformazioni*, il sesto da sinistra.

Lo si utilizza facendo clic prima sull'oggetto da trasformare e poi su di un punto, che sarà il centro della simmetria.

Disegniamo ora il vettore $\overrightarrow{2O_1O_2}$. Il modo più semplice è quello di costruire il punto P simmetrico di O_1 rispetto a O_2 . Poiché, per definizione di simmetria centrale, O_2 è il punto medio di O_1P , il segmento O_1P ha lunghezza doppia di O_1O_2 e inoltre ha la stessa direzione e lo stesso verso di O_1O_2 ; dunque il segmento orientato O_1P rappresenta il vettore $\overrightarrow{2O_1O_2}$. Selezioniamo perciò, dal menu *trasformazioni*, lo strumento *Simmetria centrale*, portiamo il puntatore vicino al punto O_1 e facciamo clic quando appare il messaggio *Simmetrico di questo punto*, spostiamo poi il puntatore vicino al punto O_2 e, quando vediamo comparire il messaggio *rispetto a questo punto*, facciamo nuovamente clic per indicare il centro di simmetria (FIGURA 1).

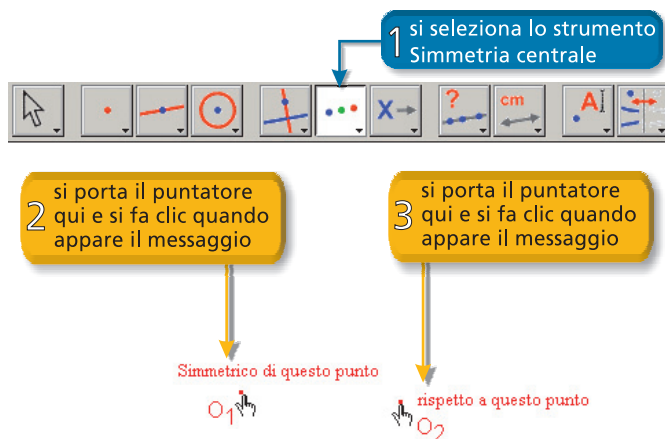


FIGURA 1

Assegniamo il nome P al punto ottenuto. Quindi dal menu *oggetti rettilinei* scegliamo lo strumento *Vettore*, portiamo il puntatore vicino al punto O_1 e, quando vediamo comparire il messaggio *da questo punto*, facciamo clic, spostiamo il puntatore vicino a P e facciamo clic quando appare il messaggio *a questo punto* (FIGURA 2). In questo modo abbiamo creato il vettore, che chiameremo v , che definisce la traslazione che dovremo applicare.

Per eseguire la verifica proposta potremmo applicare a una stessa figura, ad esempio un triangolo, prima la simmetria di centro O_1 seguita dalla simmetria di centro O_2 e poi la traslazione di vettore $2\overrightarrow{O_1O_2}$. In questo modo dovremmo ottenere due figure perfettamente sovrapposte. Tale sovrapposizione costituirebbe effettivamente una verifica dell'identità delle due trasformazioni, ma il disegno che così si otterrebbe non sarebbe molto significativo.

Preferiamo perciò procedere nel modo seguente: disegniamo una circonferenza e un triangolo inscritto in essa: applicheremo poi le due simmetrie al triangolo e la traslazione alla circonferenza.

Scegliamo perciò dal menu *oggetti curvilinei*, il quarto da sinistra, lo strumento *Circonferenza*, e con esso facciamo clic in due posizioni della finestra di *Cabri* per definire rispettivamente il centro e un punto della circonferenza; diamo alla circonferenza il nome g . Quindi, dal menu *oggetti rettilinei*, scegliamo lo strumento *Triangolo* e con esso facciamo clic su tre punti della circonferenza, facendo attenzione a premere il pulsante del mouse solo quando viene visualizzato il messaggio *su questa circonferenza*, in modo da essere sicuri che i vertici del triangolo che stiamo creando appartengano effettivamente alla circonferenza. Assegniamo ai vertici del triangolo creato i nomi A, B, C .

Per costruire il simmetrico del triangolo rispetto a O_1 scegliamo, dal menu *trasformazioni*, lo strumento *Simmetria centrale*. Portiamo il puntatore del mouse vicino a un lato di ABC e facciamo clic quando vediamo il messaggio *Simmetrico di questo triangolo*; spostiamo poi il puntatore vicino al punto O_1 e facciamo clic quando appare il messaggio *rispetto a questo punto* (FIGURA 3). Compare un nuovo triangolo, ai cui vertici assegniamo i nomi A', B', C' .

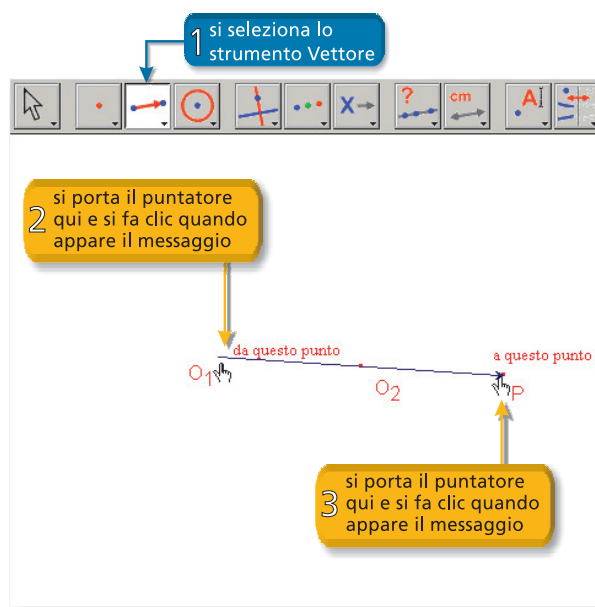


FIGURA 2

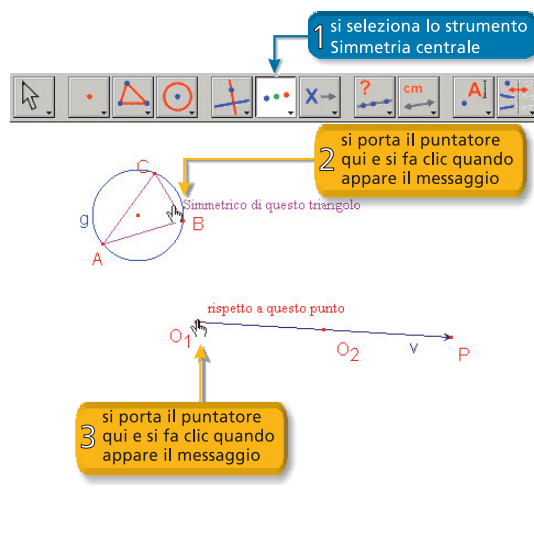


FIGURA 3

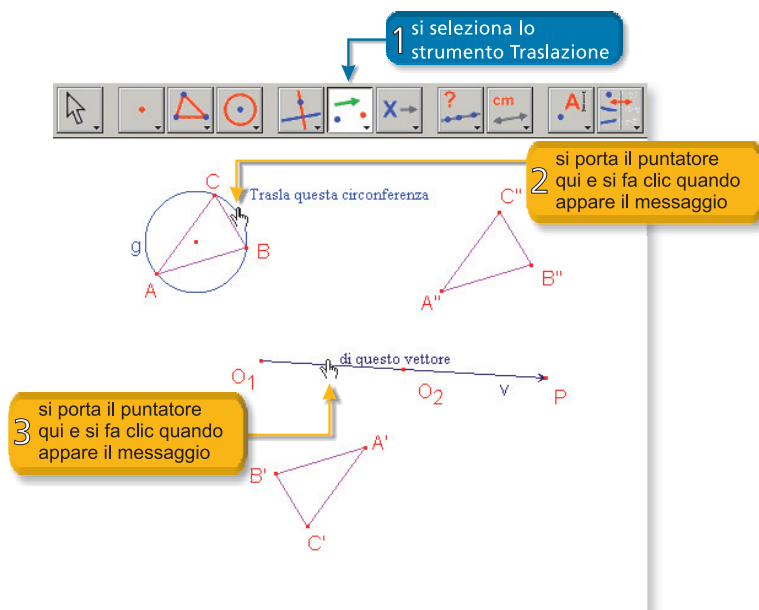


FIGURA 4

Ripetiamo la procedura appena descritta per creare il triangolo simmetrico di $A'B'C'$ rispetto al punto O_2 , e assegniamo i nomi A'' , B'' , C'' ai suoi vertici.

Applichiamo ora la traslazione di vettore $\vec{v}$ alla circonferenza g : dal menu *trasformazioni* scegliamo lo strumento *Traslazione*, portiamo il puntatore vicino alla circonferenza e facciamo clic quando vediamo il messaggio *Trasla questa circonferenza*; spostiamo il puntatore vicino al vettore $\vec{v}$ e, quando compare il messaggio *di questo vettore*, facciamo clic (FIGURA 4). Assegniamo il nome g' alla circonferenza così creata.

La costruzione è così completata. Puoi vedere che il triangolo $A''B''C''$ risulta inscritto nella circonferenza g' . Poiché $A''B''C''$ è stato ottenuto applicando due simmetrie centrali al triangolo ABC , mentre la circonferenza g' è stata ottenuta applicando una traslazione a g , possiamo affermare di aver verificato che la trasformazione composta dalle due simmetrie centrali di centri O_1 e O_2 ha lo stesso effetto della traslazione di vettore $2\overrightarrow{O_1O_2}$. Possiamo averne ulteriore conferma spostando il centro della circonferenza g con lo strumento *Puntatore*: in questo modo assieme alla circonferenza g si sposterà anche il triangolo ABC . Di conseguenza si sposteranno anche il triangolo $A''B''C''$ e la circonferenza g' , ma $A''B''C''$ resterà sempre inscritto nella circonferenza g' (FIGURA 5).

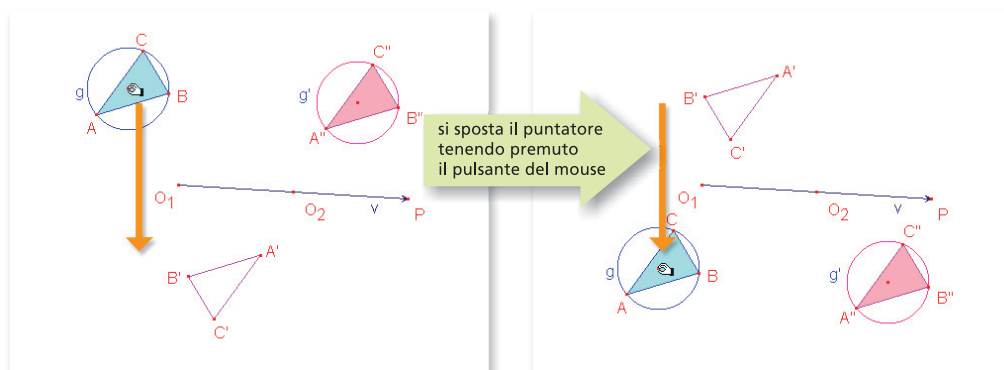


FIGURA 5