

Laboratorio di matematica

■ Un problema di geometria analitica

Consideriamo il seguente problema.

■ *Determinare le intersezioni tra la retta passante per $A(-1; 1)$ e $B(3; -2)$ e l'asse del segmento di estremi $C(4; 2)$ e $D(1; -4)$.*

Prima di risolvere il problema, introduciamo una nuova funzione di *Derive* che permetta di ottenere l'equazione della retta passante per due punti dati $P(x_1; y_1)$ e $Q(x_2; y_2)$. Tale equazione, come sai, è

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad x_1 \neq x_2 \wedge y_1 \neq y_2$$

Tuttavia tale equazione è valida solo se $x_1 \neq x_2$ e $y_1 \neq y_2$. Utilizzarla per ottenere l'equazione della retta passante per due punti con la stessa ascissa ($x_1 = x_2$) o la stessa ordinata ($y_1 = y_2$) sarebbe un errore.

Ma se poniamo a denominatore comune entrambi i membri ed eliminiamo i denominatori otteniamo:

$$\frac{(y - y_1)(x_2 - x_1)}{(y_2 - y_1)(x_2 - x_1)} = \frac{(x - x_1)(y_2 - y_1)}{(y_2 - y_1)(x_2 - x_1)} \longrightarrow (y - y_1)(x_2 - x_1) - (x - x_1)(y_2 - y_1) = 0 \quad \boxed{1}$$

Quest'ultima formula, come puoi facilmente verificare, fornisce l'equazione della retta per due punti dati anche nel caso in cui sia $x_1 \neq x_2$ o $y_1 \neq y_2$.

Per inserire la nuova funzione nell'esercitazione **DISTANZA DI UN PUNTO DA UNA RETTA: DIMOSTRAZIONE**, facciamo clic sul pulsante *Apri* (icona ) e scegliamo il file *geometria analitica* (vedi box **SALVARE LE DEFINIZIONI** nell'esercitazione richiamata). Si apre una finestra dove possiamo vedere le definizioni che abbiamo inserito. Per inserire la nuova funzione, dal menu *Crea* scegliamo *Definisci funzione*. Nella casella *Nome della funzione ed argomenti* scriviamo

Retta2Punti(x1,y1,x2,y2)

e nella casella *Definizione*: scriviamo la 1, cioè

$$(y - y_1)(x_2 - x_1) = (x - x_1)(y_2 - y_1)$$

Premiamo quindi il tasto *Invio* e salviamo il file facendo clic sul pulsante .

Per risolvere il problema proposto apriamo una nuova finestra, facendo clic sul pulsante . Per prima cosa dobbiamo caricare tutte le definizioni del file appena salvato: dal menu *File* scegliamo *Carica file* ► *Utilità* e nella finestra che compare scegliamo il file *geometria analitica*.

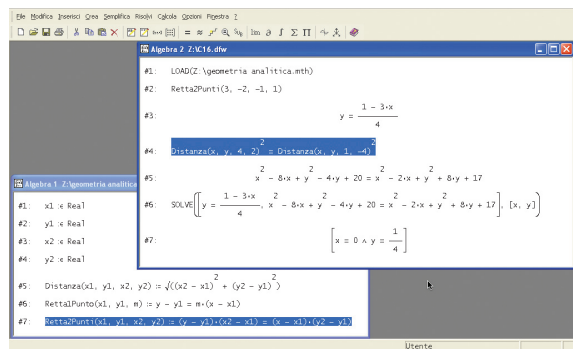


FIGURA 1

Per ottenere l'equazione della retta passante per A e B utilizziamo la funzione *Retta2Punti* inserendo come argomenti le coordinate di A e di B . Scriviamo nella casella di inserimento:

Retta2Punti(3,-2,-1,1)

premiamo *Invio* e facciamo clic sul pulsante *Semplifica* (FIGURA 1).

L'asse di CD è il luogo dei punti P equidistanti da C e da D ossia tali che

$$\overline{PC} = \overline{PD} \longrightarrow \overline{PC}^2 = \overline{PD}^2$$

Utilizzando la funzione *Distanza* possiamo scrivere tale equazione nella casella di inserimento in questo modo:

$$(\text{Distanza}(x,y,4,2))^2 = (\text{Distanza}(x,y,1,-4))^2$$

Premiamo quindi *Invio* e facciamo clic sul pulsante *Semplifica*. Non ci resta ora che risolvere il sistema formato dalle equazioni #3 e #5, seguendo il procedimento noto. Troviamo così che il punto di intersezione richiesto ha coordinate $\left(0; \frac{1}{4}\right)$.

In FIGURA 2 vediamo la rappresentazione grafica del problema.

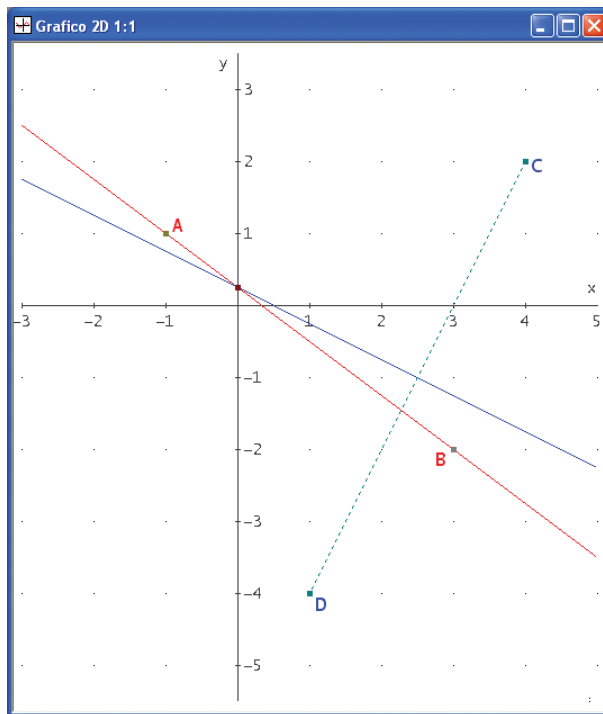


FIGURA 2