

Laboratorio di matematica

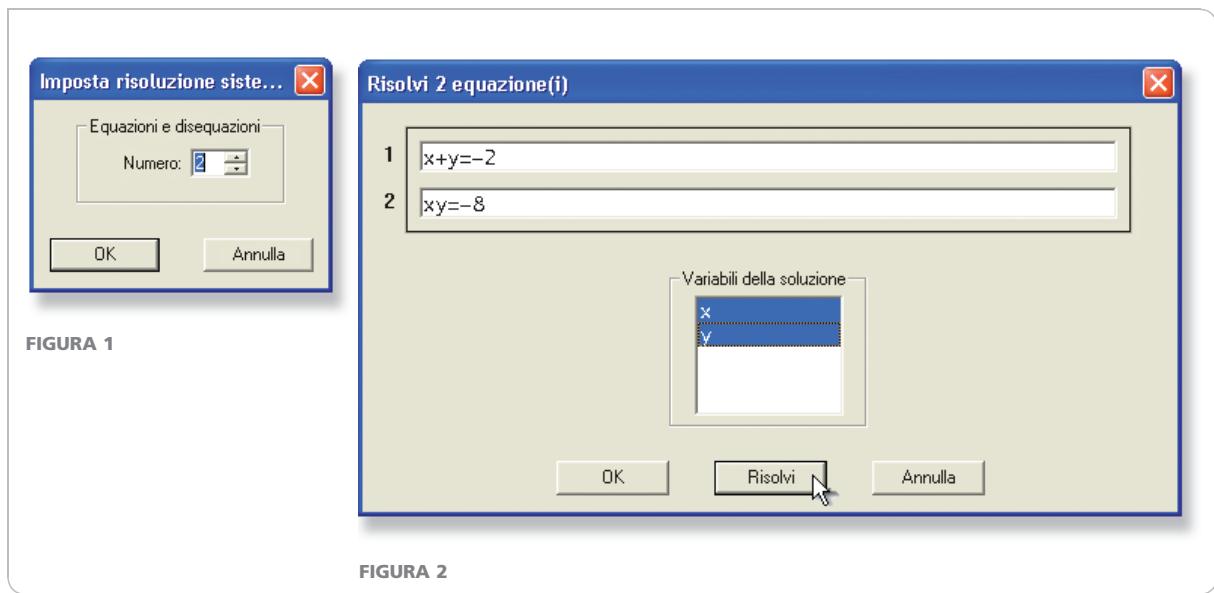
D Sistemi simmetrici

Come noto, *Derive* dispone di un apposito comando che permette la risoluzione immediata dei sistemi. Utilizziamolo per risolvere il sistema simmetrico

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ xy = -8 \end{cases}$$

1

Dal menu *Risolvi* scegliamo *Sistema*. Compare una finestra di dialogo (FIGURA 1) in cui dobbiamo inserire il numero di equazioni del sistema. Scriviamo quindi 2 nell'apposita casella e facciamo clic su *OK*. Nella seconda finestra che compare (FIGURA 2) scriviamo, una per ciascuna riga, le equazioni del sistema. Facciamo clic nella casella sottostante e controlliamo che siano selezionate le incognite del sistema. Infine facciamo clic sul pulsante *Risolvi*.



Nella finestra di *Derive* compaiono le soluzioni del sistema (espressioni #1 e #2 di FIGURA 3). Un sistema simmetrico presenta una «simmetria» nelle soluzioni: le coppie ordinate $(2; -4)$ e $(-4; 2)$ si ottengono l'una dall'altra scambiando tra loro i valori assegnati alle due incognite.

La risoluzione di un sistema simmetrico di secondo grado in forma canonica come il sistema 1 si può ricondurre alla ricerca delle soluzioni dell'equazione di secondo grado $t^2 - st + p = 0$. Nel nostro caso l'equazione è $t^2 + 2t - 8 = 0$. Nella casella d'inserimento scriviamo $t^2 + 2t - 8 = 0$ e premiamo *Invio*. Facciamo clic sul pulsante *Risolvi espressione*, denotato dall'icona . Nella finestra di dialogo che compare controlliamo che nella casella *Dominio della soluzione* sia selezionata la voce *Reale* e facciamo quindi clic sul pulsante *Risolvi*. Otteniamo le soluzioni $t = -4$ e $t = 2$ (espressione #5 di FIGURA 3) da cui, come sai, si possono dedurre le soluzioni del sistema.

Utilizziamo ora le capacità grafiche di *Derive* per studiare il sistema 1.

Per aprire la finestra grafica selezioniamo il pulsante . Per visualizzare contemporaneamente sia la finestra di algebra sia la finestra grafica apriamo il menu *Finestra* e scegliamo la voce *Disponi verticalmente*.

The figure shows a screenshot of the TI-Nspire CX CAS software. The menu bar includes File, Modifica, Inserisci, Crea, Semplifica, Risolvi, Calcola, Opzioni, Finestra, and Help. The toolbar contains icons for file operations, drawing, and mathematical functions like sin, cos, and ln. The input field displays a sequence of commands and their results:

```

#1: SOLVE([x + y = -2, x·y = -8], [x, y])
#2: [x = 2 ∧ y = -4, x = -4 ∧ y = 2]
#3: t2 + 2·t - 8 = 0
#4: SOLVE(t2 + 2·t - 8 = 0, t, Real)
#5: t = -4 ∨ t = 2

```

FIGURA 3

Nella finestra di algebra selezioniamo, nell'espressione **#1**, la prima equazione, facendo clic sopra di essa, fino a quando appare evidenziata solo l'espressione $x+y=-2$. Attiviamo la finestra grafica facendo clic all'interno di essa e selezioniamo il pulsante . Nella finestra grafica viene tracciata la retta di equazione $x + y = -2$. Torneremo alla finestra di algebra e ripetiamo il procedimento per la seconda equazione: nella finestra grafica viene tracciata l'iperbole equilatera di equazione $xy = -8$. La **FIGURA 4**, dove abbiamo tracciato anche la bisettrice del primo e terzo quadrante, mostra il risultato. Notiamo che entrambi i grafici sono *simmetrici* rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante e quindi lo sono anche le loro intersezioni, che corrispondono alle soluzioni del sistema.

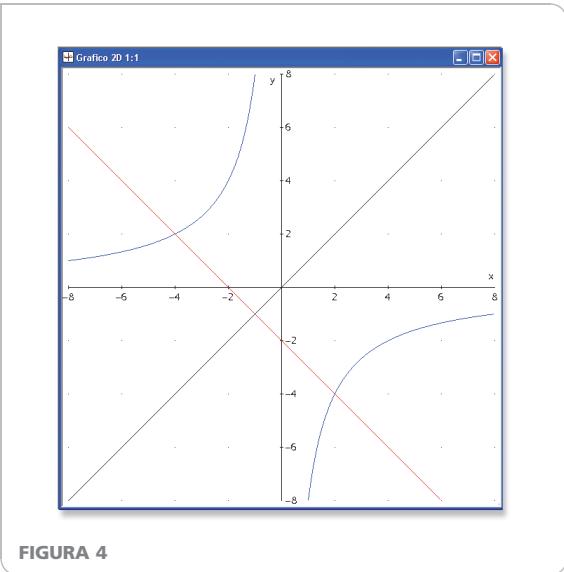


FIGURA 4

Ci proponiamo ora di risolvere il seguente sistema simmetrico

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

2

Dal menu *Risolvi* scegliamo *Sistema* e seguiamo il procedimento visto prima. Nella finestra di *Derive* compaiono le soluzioni del sistema (**FIGURA 5**). Anche in questo caso le soluzioni $(0 ; 5)$ e $(5 ; 0)$ presentano una «simmetria».

The screenshot shows the TI-Nspire CX CAS interface. The menu bar includes File, Modifica, Inserisci, Crea, Semplifica, Risoli, Calcola, Opzioni, Finestra, and ?.

The toolbar contains icons for file operations (New, Open, Save, Print, Exit), mathematical symbols (approximation, square root, multiplication, division, limit, derivative, integral, sum, product, plus, minus, times, divide, less than or equal to, greater than or equal to), and a unit converter.

In the main workspace, the following commands are entered:

```
#1: SOLVE([x + y = 5, x2 + y2 = 25], [x, y])
#2: 
```

The result for #2 is displayed as $[x = 0 \wedge y = 5, x = 5 \wedge y = 0]$.

FIGURA 5

Usiamo ora le capacità grafiche di *Derive* per studiare il sistema 2.

Nella finestra di algebra selezioniamo, nell'espressione #1, la prima equazione facendo clic su di essa fino a quando appare evidenziata solo l'espressione $x+y=5$. Attiviamo la finestra grafica e selezioniamo il pulsante . Nella finestra grafica viene tracciata la retta di equazione $x+y=5$. Ripetiamo il procedimento per rappresentare la seconda equazione: nella finestra grafica viene tracciata una circonferenza che ha centro nell'origine e raggio 5. La FIGURA 6, dove abbiamo tracciato anche la bisettrice del primo e terzo quadrante, mostra il risultato. Anche in questo caso entrambi i grafici sono *simmetrici* rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante. Le soluzioni del sistema corrispondono alle coordinate dei punti di intersezione tra la retta e la circonferenza. Anche le due intersezioni sono simmetriche rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante.

PER APPROFONDIRE

In generale un'equazione della forma $x^2 + y^2 = r^2$ è l'equazione di una circonferenza che nel piano cartesiano ha centro nell'origine e raggio r .

Nell'equazione in esame il secondo membro è 25, quindi $r^2 = 25 \rightarrow r = 5$.

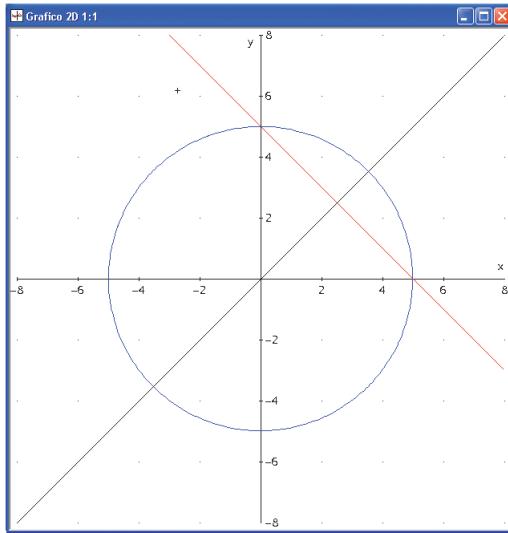


FIGURA 6