

Laboratorio di matematica

D Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni con valori assoluti

Ci proponiamo di risolvere graficamente l'equazione

$$|x - 3| = 2x - 3$$

1

Essa può essere interpretata graficamente osservando che è l'equazione risolvente del sistema

$$\begin{cases} y = |x - 3| \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

che si ottiene uguagliando a y entrambi i membri della 1. Pertanto le soluzioni dell'equazione data sono le ascisse dei punti di intersezione dei grafici di $y = |x - 3|$ e di $y = 2x - 3$.

Scriviamo nella casella di inserimento **ABS(x-3)** e confermiamo con *Invio*. Prima di tracciare il grafico, proviamo a intuirne la posizione. Per quanto visto ci aspettiamo che il grafico della funzione di equazione $y = |x - 3|$ si ottenga traslando quello di $y = |x|$ verso destra di tre unità. Tracciamo il grafico con *Derive*, che conferma le nostre attese. Inseriamo ora nella casella di inserimento **2x-3** e confermiamo con *Invio*. Tracciamone il grafico.

Per individuare le coordinate dei punti di intersezione tra i due grafici, selezioniamo il comando *Modalità traccia* che si trova nel menu *Opzioni* della finestra grafica (FIGURA 1). In alternativa si può selezionare il corrispondente pulsante che nella barra degli strumenti è denotato dall'icona . Se si attiva questa modalità, la croce assume la forma di un piccolo quadratino vuoto, il cui centro è posizionato sul grafico più vicino. Il numero dell'espressione corrispondente a tale grafico è visualizzato nel titolo della finestra grafica. Per spostare il quadratino si può utilizzare il puntatore del mouse oppure i tasti freccia della tastiera come segue:

- la freccia sinistra muove il quadratino di un pixel a sinistra;
- la freccia destra muove il quadratino di un pixel a destra.

Tenendo premuto il tasto *Ctrl* mentre si premono i tasti freccia destra e freccia sinistra, il quadratino si sposta più velocemente.

PER APPROFONDIRE

Il termine pixel (dall'inglese *picture element*) indica ciascuno degli elementi puntiformi che compongono un'immagine digitale. I pixel sono affiancati l'uno all'altro, ciascuno con una sua tonalità cromatica. All'occhio, i pixel si confondono a formare linee e tonalità di colore continue.

Le frecce verso l'alto e verso il basso della tastiera consentono di passare da un grafico all'altro quando, come nel nostro caso, ci sono più grafici nella stessa finestra.

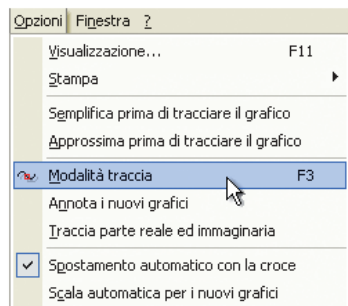


FIGURA 1

PER APPROFONDIRE

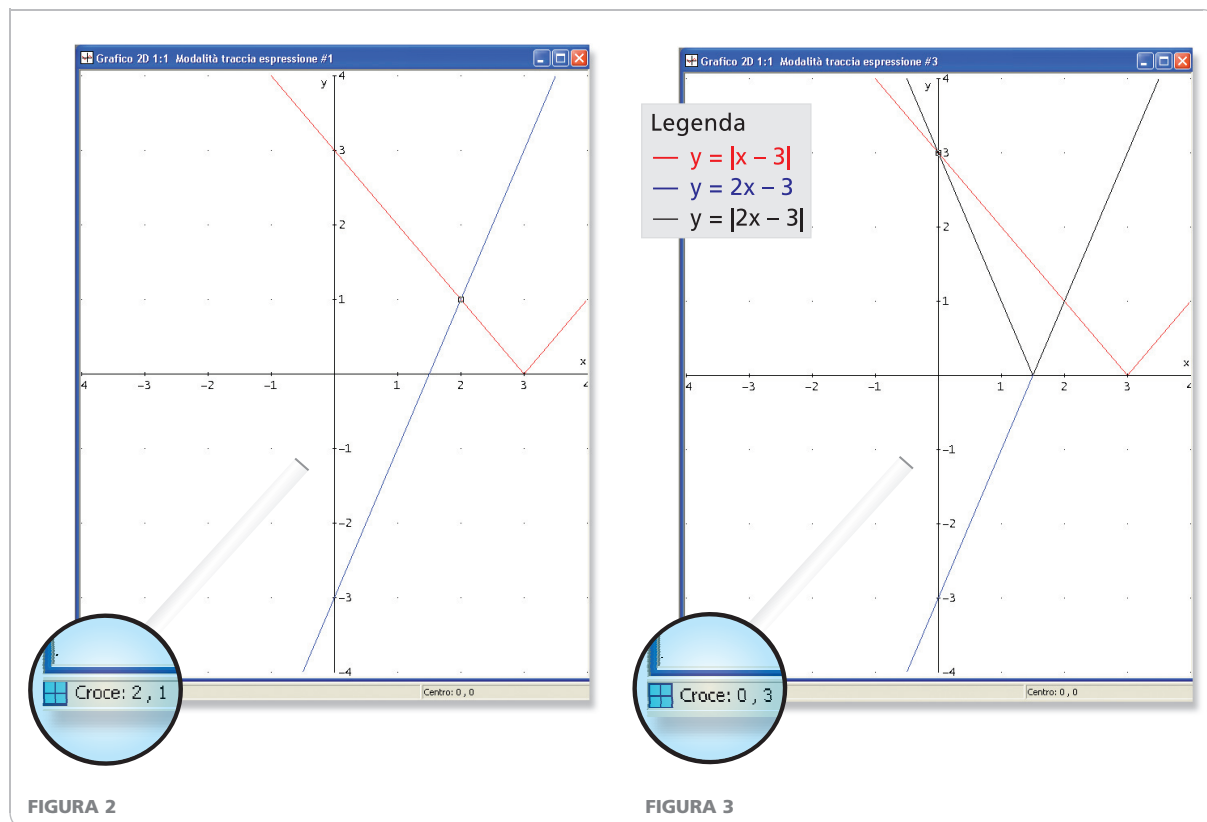
Quando si è in *Modalità traccia* conviene attivare il comando *Spostamento automatico con la croce* che si trova nel menu *Opzioni*. In questo modo la finestra viene fatta scorrere per «seguire» la croce quando questa esce dalla finestra grafica, altrimenti la croce sparisce quando oltrepassa i bordi della finestra. In ogni caso le coordinate della croce sono comunque aggiornate e riportate in fondo nella barra di stato.

Spostiamo quindi il quadratino fino all'intersezione visualizzata in **FIGURA 2**. Leggiamo quindi le sue coordinate nella *barra di stato*, che si trova sopra la casella di inserimento: esse sono $(2; 1)$. L'equazione $|x - 3| = 2x - 3$ ha quindi soluzione $x = 2$.

Risoliamo ora l'equazione

$$|x - 3| = |2x - 3|$$

Scriviamo nell'apposita casella l'espressione $|2x - 3|$ e confermiamo con *Invio*. Tracciamo il grafico di $y = |2x - 3|$ (**FIGURA 3**), in cui abbiamo aggiunto una legenda.



Notiamo che il grafico di $y = |2x - 3|$ passa per il punto di coordinate $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ così come il grafico di $y = 2x - 3$. Per valori di x maggiori di $\frac{3}{2}$, per i quali $y = 2x - 3$ è positivo, il grafico disegnato coincide con quello di $y = 2x - 3$. Per valori di x minori di $\frac{3}{2}$, per i quali $y = 2x - 3$ è negativo, il grafico disegnato è *simmetrico*, rispetto all'asse delle ascisse, di quello di $y = 2x - 3$.

Le intersezioni tra $y = |x - 3|$ e $y = |2x - 3|$ sono due: la prima è ancora in corrispondenza del punto $(2; 1)$; la seconda è in corrispondenza del punto $(0; 3)$, come puoi verificare con il pulsante *Modalità traccia*. Le soluzioni cercate sono quindi $x = 0$ e $x = 2$. Ti lasciamo il compito di verificare la correttezza delle soluzioni trovate con il comando *Risolvi espressione* della finestra di algebra.

Ci proponiamo ora di risolvere graficamente la disequazione

$$|x - 3| > |2x - 3|$$

Abbiamo già visualizzato i grafici di $y = |x - 3|$ e $y = |2x - 3|$ e abbiamo già individuato le ascisse delle loro intersezioni. L'insieme delle soluzioni sarà in questo caso costituito dalle ascisse dei punti in corrispondenza dei quali il grafico di $y = |x - 3|$ si trova sopra quello di $y = |2x - 3|$. Dalla **FIGURA 3** osserviamo che esso è $(0; 2)$.