

Laboratorio di matematica

D Grafici di funzioni contenenti valori assoluti

Il modulo, o valore assoluto, di una generica espressione letterale $f(x)$ nella variabile x è uguale a $f(x)$ se $f(x)$ è maggiore o uguale a zero ed è uguale a $-f(x)$ se $f(x)$ è minore di zero:

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{se } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{se } f(x) < 0 \end{cases}$$

- Consideriamo la funzione $y = |x|$, ossia la funzione valore assoluto. Ci proponiamo di visualizzare il suo grafico. Scriviamo nell'apposita casella $|x|$ oppure **ABS(x)** e confermiamo con *Invio*.

Selezioniamo il pulsante denotato dall'icona . Si apre la finestra grafica di *Derive*. Per visualizzare contemporaneamente la finestra di algebra e quella grafica, dal menu *Finestra* selezioniamo la voce *Disponi verticalmente*. Selezioniamo quindi nella finestra grafica il pulsante *Traccia il grafico*, denotato dalla stessa icona . Il grafico viene disegnato come è mostrato in **FIGURA 1**.

Come ci aspettiamo dalla definizione di valore assoluto, il suo grafico è contenuto nel semipiano $y \geq 0$. Il grafico che si ottiene è l'unione della bisettrice del primo quadrante con la bisettrice del secondo quadrante.

- Consideriamo ora la funzione di equazione $y = |x + 1|$. Inseriamo l'espressione $|x+1|$ nell'apposita casella e visualizziamo il suo grafico accanto a quello di $y = |x|$ con i comandi visti prima. Il risultato è mostrato in **FIGURA 2**. Osserviamo che anche il grafico di $y = |x + 1|$ è contenuto nel semipiano $y \geq 0$. Inoltre esso tocca l'asse x nel punto $(-1; 0)$ mentre il grafico di $y = |x|$ lo tocca nell'origine. Il grafico di $y = |x + 1|$ si ottiene traslando verso sinistra di un'unità quello di $y = |x|$.

PRECISIAMO

Per ottenere il valore assoluto di un'espressione ci sono due possibilità:

- si scrive l'espressione come abbiamo fatto, utilizzando il simbolo $|$ di valore assoluto che compare nella tastiera in alto a sinistra, e che si ottiene tenendo premuto il tasto delle maiuscole mentre si preme il tasto che contiene tale simbolo;
- si usa la funzione **ABS** di *Derive*, che fornisce il valore assoluto dell'espressione contenuta tra le parentesi tonde che seguono il nome della funzione.

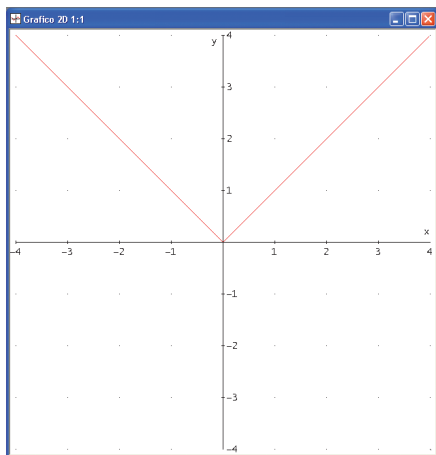


FIGURA 1

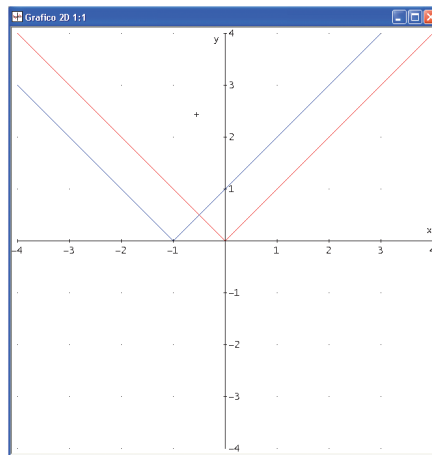


FIGURA 2

Cancelliamo il grafico di $y = |x + 1|$ facendo clic sul pulsante  che cancella l'ultimo grafico tracciato.

- Consideriamo ora la funzione di equazione $y = |x - 1|$ e con l'aiuto di *Derive* visualizziamone il grafico (FIGURA 3).

Come puoi vedere il grafico di $y = |x - 1|$ si ottiene traslando verso destra di un'unità quello di $y = |x|$.

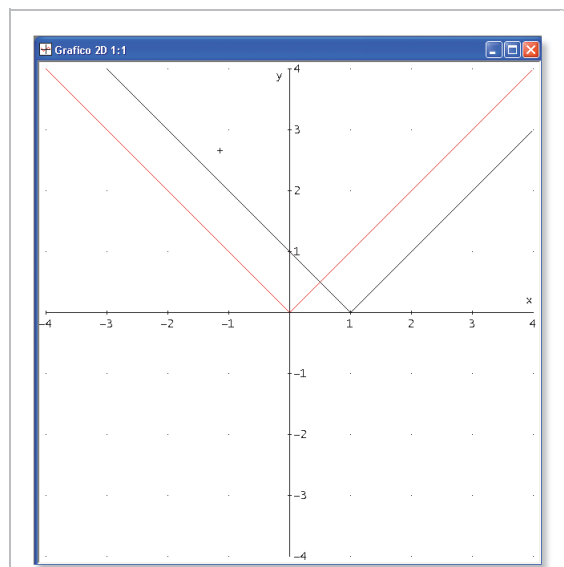


FIGURA 3

- Ci proponiamo ora di tracciare il grafico della funzione di equazione $y = |x| + 1$. Prima di visualizzarlo nella finestra grafica proviamo a intuire quale potrebbe essere la posizione del grafico rispetto a quello di $y = |x|$. In corrispondenza del valore $x = 0$ il valore assunto da $y = |x|$ è 0, quello assunto da $y = |x| + 1$ è $0 + 1 = 1$. In generale, come è evidente, il valore di $y = |x| + 1$ è uguale a quello di $y = |x|$ aumentato di 1 e quindi possiamo intuire che il grafico di $y = |x| + 1$ si ottiene traslando verso l'alto di un'unità il grafico di $y = |x|$. Usiamo *Derive* per verificare la nostra idea. Il grafico di $y = |x| + 1$ è mostrato in verde nella FIGURA 4, in cui abbiamo aggiunto una legenda.
- Come sarà il grafico della funzione di equazione $y = |x| - 1$? Il risultato è mostrato in FIGURA 5. Osserviamo che il grafico di $y = |x| - 1$ si ottiene traslando verso il basso di un'unità il grafico di $y = |x|$.

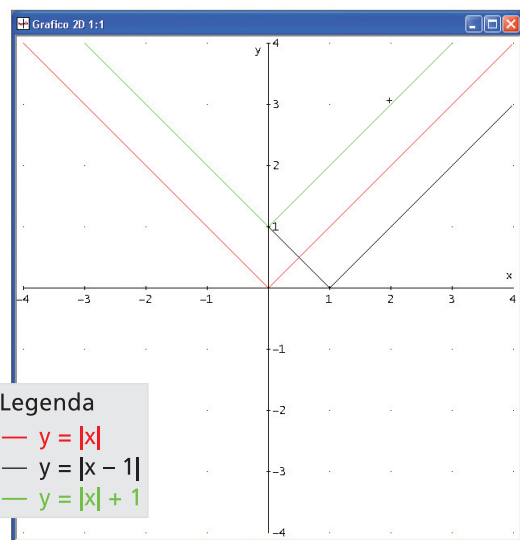


FIGURA 4

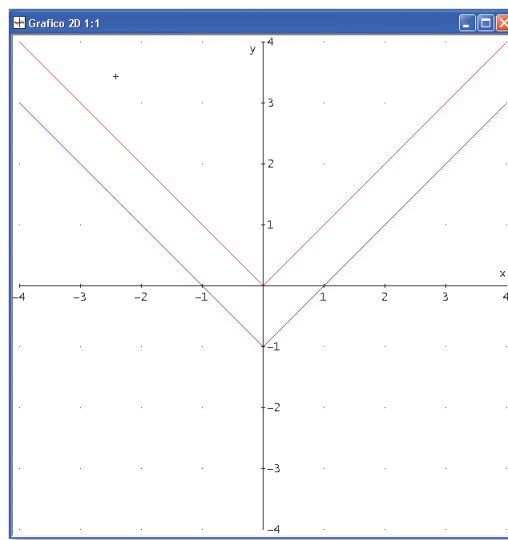


FIGURA 5