

Laboratorio di matematica

D Risolvere sistemi lineari

Con *Derive* è possibile, grazie a un apposito comando, risolvere in modo immediato i sistemi lineari (vedi l'esercitazione **RISOLUZIONE IMMEDIATA DEI SISTEMI**). Prima di imparare a utilizzare tale comando preferiamo però mostrare come si possa utilizzare *Derive* per svolgere tutti i passaggi del procedimento risolutivo. In tal modo potrai concentrare la tua attenzione sul metodo, lasciando a *Derive* il compito di eseguire i calcoli.

Supponiamo di voler risolvere, con il metodo di sostituzione, il sistema

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -1 \\ 3x - 2y + z = 2 \\ x - 9y + 5z = -2 \end{cases}$$

Per introdurre la prima equazione nella casella d'inserimento scriviamo

$$2x - 3y + z = -1$$

e quindi premiamo *Invio*. Inseriamo quindi, allo stesso modo, le altre due equazioni (espressioni **#1**, **#2**, **#3** di **FIGURA 3**).

Risoliamo la prima equazione rispetto all'incognita x . Selezioniamola con un clic del mouse e facciamo clic sul pulsante *Risolvi espressione*, denotato dall'icona . Compare una finestra di dialogo (**FIGURA 1**).

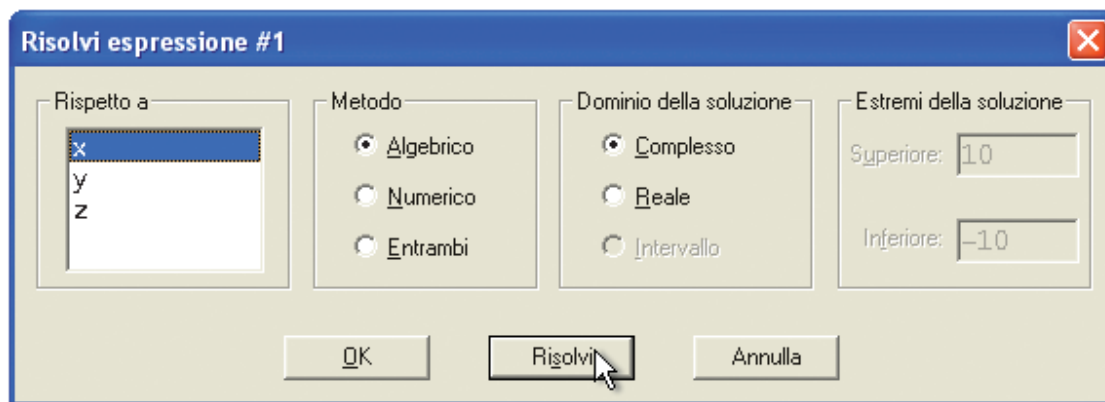


FIGURA 1

In questa finestra dobbiamo indicare l'incognita rispetto a cui vogliamo risolvere l'equazione. Controlliamo perciò che nella casella *Rispetto a* sia selezionata l'incognita x ; se così non fosse, selezioniamola facendo clic sopra di essa. Facciamo quindi clic sul pulsante *Risolvi*. Otteniamo l'espressione **#5** di **FIGURA 3**.

Dobbiamo ora sostituire questa espressione di x nelle altre due equazioni. Selezioniamo perciò la seconda equazione (espressione **#2**) e facciamo clic sul pulsante di sostituzione . Apparirà una finestra di dialogo (**FIGURA 2**).

In questa finestra dobbiamo indicare nella casella *Variabili* la variabile a cui vogliamo assegnare un nuovo valore.

#5:

$$x = \frac{3 \cdot y - z - 1}{2}$$

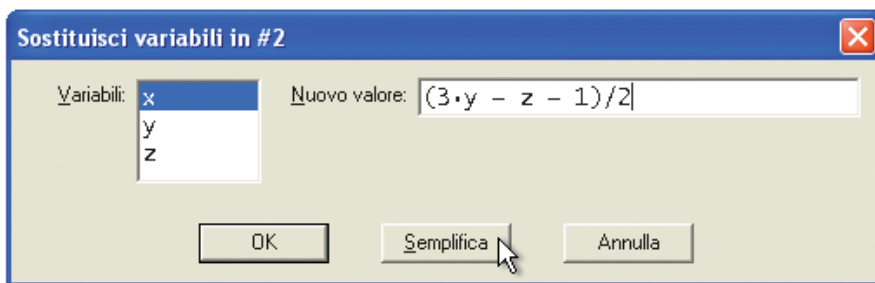


FIGURA 2

Selezioniamo la x (se non è già selezionata) e quindi, senza chiudere la finestra di dialogo, torniamo con il puntatore del mouse sull'espressione di x (espressione #5) e facciamo clic più volte sul secondo membro in modo da selezionarlo, come mostrato in FIGURA 2; ritorniamo ancora alla finestra di dialogo e facciamo clic nella casella *Nuovo Valore*. Premendo il tasto $F3$ l'espressione selezionata viene automaticamente inserita. Possiamo ora fare clic sul pulsante *Semplifica*.

Ripetiamo il procedimento ora descritto per sostituire anche nella terza equazione al posto di x l'espressione trovata.

Abbiamo così ottenuto le espressioni #6 e #7 di FIGURA 3, che non sono altro che la seconda e terza equazione del sistema dato con la sostituzione, in esse, dell'espressione data dalla #5 al posto della x .

Selezioniamo ora l'equazione #6 e, facendo clic sul pulsante $\mathcal{Q}$, risolviamola rispetto all'incognita y , ottenendo così l'espressione #9. Sostituiamo quindi l'espressione di y così trovata nella equazione #7. Otteniamo l'equazione #10, che non è altro che la terza equazione del sistema dato in cui abbiamo sostituito prima la x e ora la y con le espressioni trovate.

Questa equazione contiene adesso solo l'incognita z . Risolviamola, sempre mediante il comando *Risolvi espressione* (pulsante $\mathcal{Q}$) e troviamo che $z = 3$ (espressione #12).

Sostituiamo ora il valore di z così trovato nell'espressione #9, trovando così il valore dell'incognita y . Per terminare, sostituiamo questo e il valore di z prima trovato nell'espressione #5. Il sistema è stato così risolto.

In FIGURA 3 puoi vedere tutti i passaggi della risoluzione svolti con *Derive*, e di seguito gli stessi passaggi della risoluzione, scritti nel modo usuale, con il riferimento alla corrispondente espressione di *Derive* evidenziato a sinistra di ogni equazione.

#1: $2 \cdot x - 3 \cdot y + z = -1$

#2: $3 \cdot x - 2 \cdot y + z = 2$

#3: $x - 9 \cdot y + 5 \cdot z = -2$

#4: SOLVE($2 \cdot x - 3 \cdot y + z = -1$, x)

#5: $x = \frac{3 \cdot y - z - 1}{2}$

#6: $\frac{5 \cdot y - z - 3}{2} = 2$

#7: $-\frac{15 \cdot y - 9 \cdot z + 1}{2} = -2$

#8: SOLVE($\frac{5 \cdot y - z - 3}{2} = 2$, y)

#9: $y = \frac{z + 7}{5}$

#10: $3 \cdot z - 11 = -2$

#11: SOLVE($3 \cdot z - 11 = -2$, z)

#12: $z = 3$

#13: $y = 2$

#14: $x = 1$

FIGURA 3

$$\begin{array}{lcl}
 \#1 \left\{ \begin{array}{l} 2x - 3y + z = -1 \\ 3x - 2y + z = 2 \\ x - 9y + 5z = -2 \end{array} \right. & \Rightarrow & \begin{array}{l} \#5 \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3y - z - 1}{2} \\ \frac{5y - z - 3}{2} = 2 \\ -\frac{15y - 9z + 1}{2} = -2 \end{array} \right. \\ \#6 \\ \#7 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \#5 \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3y - z - 1}{2} \\ y = \frac{z + 7}{5} \\ 3z - 11 = -2 \end{array} \right. & \Rightarrow & \begin{array}{l} \#14 \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{array} \right. \\ \#13 \\ \#12 \end{array}
 \end{array}$$