

Laboratorio di matematica

E Scomposizione di un polinomio mediante il teorema e la regola di Ruffini

Tra le tecniche di scomposizione in fattori dei polinomi che hai studiato, la tecnica più laboriosa, dal punto di vista dei calcoli da svolgere, è certamente l'applicazione del teorema e della regola di Ruffini. Supponiamo di dover scomporre in fattori il polinomio

$$3x^6 - 26x^4 - 11x^2 + 18$$

Dovremmo, per prima cosa, determinare un numero c che, sostituito al posto di x , rende nullo il polinomio; quindi dovremmo eseguire la divisione del polinomio dato per $x - c$ mediante la regola di Ruffini.

Grazie al teorema di Ruffini e al foglio elettronico possiamo fare le due cose contemporaneamente. Predisponiamo perciò una tabella del tutto simile a quella che si utilizza per eseguire «manualmente» i calcoli di una divisione tra polinomi mediante la regola di Ruffini (FIGURA 1).

<	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		Divisione di Polinomi mediante la Regola di Ruffini								
3										
4		Polinomio dividendo								
5		Grado	6	5	4	3	2	1	t. noto	
6		Coefficienti	3	0	-26	0	-11	0	18	
7		Binomio divisore: x-	1							
8		Applicazione della regola di Ruffini								
9			3	0	-26	0	-11	0	18	
10		1	3	3	3	-23	-23	-34	-34	
11		Coefficienti quoziente	3	3	-23	-23	-34	-34	-16	
12		Grado	5	4	3	2	1	t.noto	resto	
13										

FIGURA 1

Abbiamo suddiviso il foglio elettronico in due parti. Nella parte superiore abbiamo posto le celle in cui inseriremo i dati, ossia i coefficienti del polinomio dividendo e il termine noto del divisore ($x - c$) cambiato di segno, ossia c . Nella parte inferiore abbiamo posto le celle in cui svolgere i calcoli e in cui appariranno i risultati, ossia i coefficienti del quoziente e il resto; in pratica la parte inferiore del foglio non è null'altro che la tabella in cui si svolgono i calcoli prescritti dalla regola di Ruffini. In effetti, per calcolare per esempio $(3x^6 - 26x^4 - 11x^2 + 18) : (x - 1)$ dovresti realizzare una tabella come la seguente:

	3	0	-26	0	-11	0	18
1		3	3	-23	-23	-34	-34
	3	3	-23	-23	-34	-34	-16

Questa tabella è esattamente quella che vedi nella parte inferiore del foglio elettronico. Per realizzarla abbiamo riprodotto, mediante le formule del foglio elettronico, le stesse operazioni che si eseguono a mano.

Abbiamo previsto che il grado del polinomio da scomporre sia al massimo 6; se non bastasse, non ti sarà difficile modificare il foglio aggiungendo le colonne necessarie in modo da operare anche con polinomi di grado superiore.

Dopo aver scritto le varie intestazioni tra cui, nella riga **5**, i gradi dei termini del polinomio da scomporre, inseriamone i coefficienti nelle celle della riga **6**: nella cella **D6** inseriamo il coefficiente del termine di grado 6, nella cella **E6** il coefficiente del termine di grado 5 e così via, fino al termine noto che sarà inserito nella cella **J6**. Nel nostro esempio il polinomio è $3x^6 - 26x^4 - 11x^2 + 18$, quindi inseriremo 0 nelle celle **E6**, **G6** e **I6**, destinate a contenere i termini di grado 5, 3 e 1, che non compaiono nel polinomio da scomporre. Nella cella **E7** inseriamo il numero c , da scegliere tra i divisori del termine noto del polinomio da scomporre in fattori. Cominceremo, come in **FIGURA 1**, inserendo il numero 1. Ciò equivale a eseguire la divisione del polinomio dato per $x - 1$.

Nella riga **9** vogliamo che appaiano ancora i coefficienti del polinomio dividendo, che avevamo inserito nelle corrispondenti celle della riga **6**.

Invece di riscriverli, inseriamo nella cella **D9** la formula

$$(cella D9) \rightarrow =D6$$

e copiamola quindi nelle celle da **E9** a **J9**.

Nella cella **C10** dovrà comparire nuovamente il termine noto del binomio divisore, cambiato di segno, che avevamo inserito in **E7**. Scriviamo quindi in **C10** la formula

$$(cella C10) \rightarrow =E7$$

Ora non faremo altro che «riprodurre» i passaggi necessari all'applicazione della regola di Ruffini. Nella cella **D11** dobbiamo «abbassare» il numero contenuto nella soprastante cella **D9**.

Scriviamo quindi in **D11** la formula

$$(cella D11) \rightarrow =D9$$

In **E10** deve comparire il prodotto tra il termine prima «abbassato» in **D11** e il termine noto del divisore, cambiato di segno, che si trova in **C10**. Scriviamo quindi in **E10** la formula

$$(cella E10) \rightarrow =D11* \$C\$10$$

Osserviamo che questa formula dovrà essere copiata nelle successive celle della riga **10**. Affinché il riferimento alla cella **C10** non venga modificato, abbiamo scritto l'indirizzo di tale cella come indirizzo assoluto.

Nella cella **E11** deve comparire la somma delle due celle soprastanti. Scriviamo perciò nella cella **E11** la formula

$$(cella E11) \rightarrow =E9+E10$$

A questo punto non dobbiamo fare altro che selezionare le celle **E10** ed **E11** e copiarle nelle celle corrispondenti delle colonne da **F** a **J**. Il foglio elettronico è completato e, nelle celle della riga **11**, possiamo leggere i coefficienti del quoziente e il resto.

Possiamo quindi dedurre che il quoziente è

$$3x^5 + 3x^4 - 23x^3 - 23x^2 - 34x - 34$$

e il resto, che vediamo evidenziato in azzurro nella cella **J11**, è -16 . Ciò significa che il nostro polinomio **non è** divisibile per $x - 1$ (teorema di Ruffini).

Per continuare la nostra ricerca è sufficiente inserire nella cella **E7** altri numeri, scelti tra i divisori del termine noto del polinomio dato, che è 18, fino a che il resto della divisione, che compare nella cella **J11**, risulta 0.

Inserendo quindi nella cella **E7** successivamente i numeri -1 , 2 , -2 , 3 osserviamo che i resti della divisione sono rispettivamente -16 , -250 , -250 , 0 .

Abbiamo trovato il valore di c che cercavamo (FIGURA 2): il resto della divisione tra il polinomio dato e $x - 3$ è 0 e, osservando i coefficienti del quoziente che compaiono in riga 11, possiamo affermare che questo è $3x^5 + 9x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x - 6$.

La scomposizione in fattori che cercavamo è:

$$3x^6 - 26x^4 - 11x^2 + 18 = (3x^5 + 9x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x - 6)(x - 3)$$

FIGURA 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										

Divisione di Polinomi mediante la Regola di Ruffini									
Polinomio dividendo									
Grado	6	5	4	3	2	1	t. noto		
Coefficienti	3	0	-26	0	-11	0	18		
Binomio divisore: x-3									
Applicazione della regola di Ruffini									
		3	0	-26	0	-11	0	18	
	3		9	27	3	9	-6	-18	
Coefficienti quoziente	3	9	1	3	-2	-6	0		
Grado	5	4	3	2	1	t.noto	resto		

Ora puoi continuare la scomposizione in fattori, utilizzando la tabella realizzata per scomporre anche il quoziente appena trovato.

È sufficiente inserire nelle celle di riga 6 i coefficienti del polinomio $3x^5 + 9x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x - 6$ e nella cella E7 i divisori interi di 6, fino a quando non vedi comparire 0 nella cella J11.

Puoi escludere dalla ricerca i numeri 1, -1, 2, -2: sai già che non annullano il polinomio considerato inizialmente, e quindi non possono neppure annullare il quoziente esatto trovato.

Potrai poi utilizzare il foglio elettronico per eseguire altre scomposizioni in fattori o semplicemente delle divisioni con la regola di Ruffini.

ATTENZIONE!

Ricordati che il foglio elettronico esegue i calcoli con i numeri decimali, approssimando le frazioni. Per inserire una frazione, per esempio $\frac{2}{3}$, in una cella, devi scriverti $=2/3$, ma dopo l'immissione questa frazione viene trasformata nel numero decimale 0,666666667 e i calcoli successivi forniranno dei risultati approssimati.

Per questo motivo la tabella che abbiamo realizzato può essere utilizzata per dividere un **polinomio a coefficienti interi** per un binomio del tipo $x - c$ con **c intero**. I risultati che si otterrebbero inserendo valori frazionari non sono da considerarsi corretti.