

Laboratorio di matematica

D Enunciati e predicati

Prova a inserire e quindi semplificare l'espressione $5 + 9$. Naturalmente otterrai 14. Ma che cosa succede se inseriamo e semplifichiamo un'espressione come $5 < 9$ o $5 > 9$?

Osserva la **FIGURA 1**. L'espressione $5 + 9$ indica un'operazione algebrica: semplificandola *Derive* ne calcola il risultato. Ma $5 < 9$ non è un'operazione ma un enunciato; semplificandolo *Derive* ci indica che il suo valore di verità è **true**, ossia vero. Analogamente *Derive* dice che l'espressione $5 > 9$ è **false** (falsa).

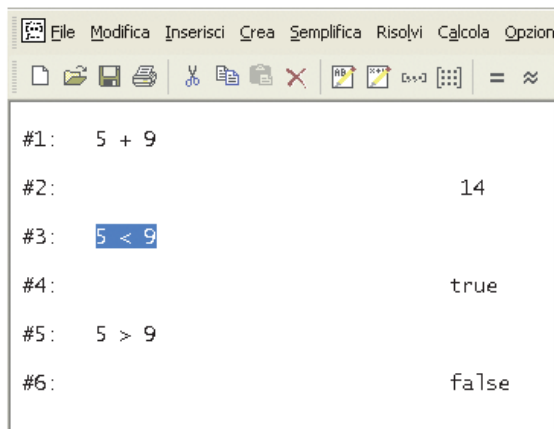


FIGURA 1

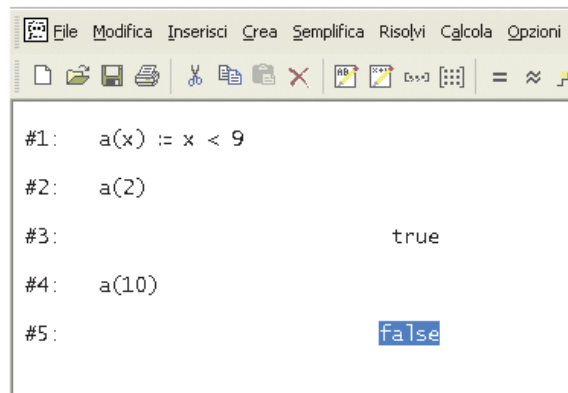


FIGURA 2

Con *Derive* possiamo anche definire dei predicati: inseriamo ad esempio l'espressione

$$a(x) := x < 9$$

Inseriamo poi le espressioni $a(2)$ e $a(10)$ e semplifichiamole. Come vedi in **FIGURA 2** la prima espressione, che equivale a $2 < 9$, risulta vera, mentre la seconda, equivalente a $10 < 9$, risulta falsa.

Possiamo combinare enunciati e predicati mediante i connettivi logici: la congiunzione si realizza mediante l'usuale simbolo $\wedge$ e la disgiunzione mediante il simbolo $\vee$. La negazione corrisponde al simbolo $\neg$ e l'implicazione si ottiene con il simbolo $\rightarrow$. Tutti questi simboli si possono ottenere facendo clic sulle rispettive icone nella barra dei simboli, in basso a destra della finestra di *Derive* (**FIGURA 3**).

ASSEGNAZIONE

In *Derive* i caratteri $:=$ indicano un'**assegnazione**; sono utilizzati per assegnare un valore a una variabile o per definire una funzione.

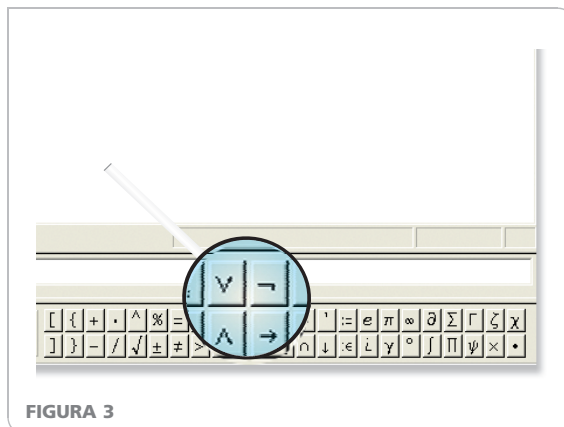


FIGURA 3

Inseriamo ad esempio i predicati seguenti:

$$a(x) := x < 9 \text{ e } b(x) := x > 2$$

e quindi anche l'espressione $a(x) \wedge b(x)$ e semplifichiamola, facendo clic sul pulsante $=$. Vediamo in FIGURA 4, espressione #4, che il risultato è $2 < x < 9$. In effetti asserire che un numero x è sia minore di 9 che maggiore di 2 significa affermare che x è compreso tra 2 e 9.

Proviamo ora a inserire e semplificare l'espressione

$$a(x) \vee b(x)$$

In FIGURA 5 vediamo che il risultato è **true**, cioè vero! Ciò perché ogni numero è minore di 9 oppure (vel) maggiore di 2. Quindi il predicato $a(x) \vee b(x)$ è vero indipendentemente dal valore assegnato alla variabile x .

Per sperimentare anche l'operatore di negazione inseriamo ora il predicato $(\neg a(x) \vee b(x))$ che, nella casella di inserimento di *Derive*, dev'essere scritto

$$\neg(\neg a(x) \vee b(x))$$

ANTEPORRE

L'operatore di negazione in *Derive* dev'essere anteposto (ossia scritto prima) dell'enunciato o del predicato che si vuole negare.

In FIGURA 5 vediamo l'esito della semplificazione di tale espressione, che è $x \leq 2$. Ti lasciamo il compito di giustificare tale risultato.

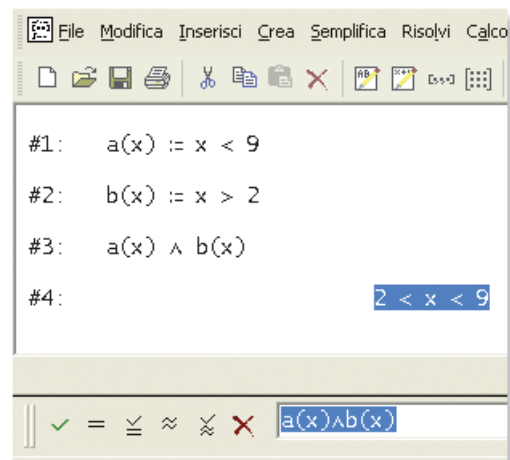


FIGURA 4

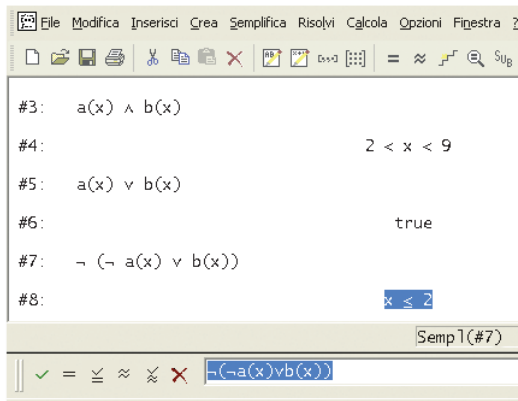


FIGURA 5