

MATEMATICA IN LABORATORIO

Fare matematica
con Derive

- L'ambiente di lavoro
- Introdurre ed elaborare espressioni
- Gestire la finestra di lavoro

L'ambiente di lavoro

1 Che cosa è Derive

Il programma *Derive** è stato definito un «assistente matematico». Esso consente di eseguire rapidamente e con sicurezza molti dei calcoli, numerici e simbolici, che devono essere svolti quotidianamente da chi utilizza la matematica, e permette di tracciare con discreta precisione grafici di vario tipo. In questo testo ci riferiamo alla versione più recente che è la 6.1. Tuttavia le considerazioni che esponiamo si possono applicare, con alcuni cambiamenti marginali, anche alle altre versioni.

Avvertiamo che, per conformarci alla terminologia del programma *Derive*, indicheremo con il termine **espressioni** tutti gli oggetti matematici trattati da *Derive*, siano essi espressioni algebriche, equazioni ecc.

2 L'ambiente Derive

L'ambiente di lavoro di *Derive* è illustrato in **FIGURA 1**. Possiamo vedere:

- la **barra dei menu**, in cui sono raggruppati i comandi disponibili;
- la **barra degli strumenti** in cui compaiono le icone corrispondenti ai comandi di uso più frequente;
- la casella per l'**inserimento delle espressioni** dove si scrivono le espressioni matematiche che si vogliono elaborare con *Derive*;
- i pulsanti per l'inserimento dei **caratteri speciali** che consentono di inserire nelle espressioni quei caratteri che non sono presenti sulla tastiera, come π o il simbolo $\sqrt{\quad}$ di radice quadrata;
- le **finestre** algebriche e grafiche.

* *Derive 6* è un marchio depositato di Texas Instruments Incorporated.

All'avvio di *Derive* vedremo una sola finestra algebrica vuota che riempie tutta la parte centrale dello schermo. Le finestre, come quelle di tutti i programmi, si possono spostare trascinando la barra del titolo e ridimensionare trascinandone i bordi o gli angoli.

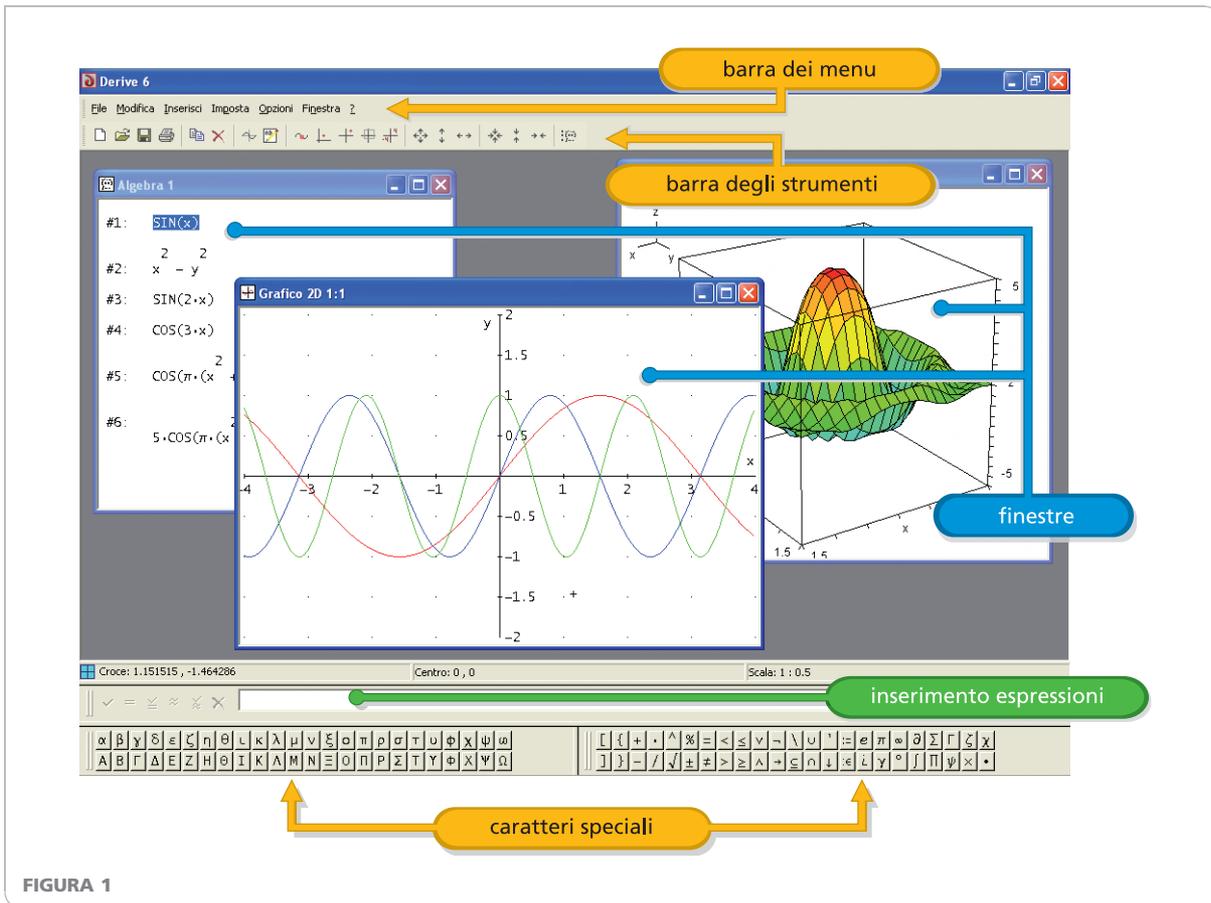


FIGURA 1

3 Usare Derive

Lavorare con *Derive* significa, in genere, scrivere una o più espressioni e quindi elaborarle mediante opportuni comandi. Le espressioni scritte e i risultati delle elaborazioni compaiono nella finestra di lavoro, mentre i comandi si eseguono scegliendoli tra i menu o facendo clic sui pulsanti della barra degli strumenti.

Per scegliere un comando da un menu dobbiamo portare il puntatore del mouse sul nome del menu, che si trova nella *barra dei menu*, e premere il pulsante del mouse (salvo diversa indicazione, il pulsante del mouse da premere è quello sinistro): il menu si apre «a tendina» (FIGURA 2); portiamo allora il puntatore del mouse sul comando prescelto e premiamo nuovamente il pulsante.

Osserviamo che:

- alcuni comandi possono comparire in grigio; ciò significa che tali comandi non sono al momento disponibili;
- alcuni comandi sono seguiti da puntini di sospensione: essi non vengono eseguiti immediatamente, perché scegliendoli si apre una finestra di dialogo;
- a destra del nome di alcuni comandi è riportata una combinazione di tasti; premendo tali tasti possiamo eseguire tale comando in modo immediato, senza sceglierlo dal menu.

Sotto la barra dei menu, troviamo la *barra degli strumenti*; ciascuna delle icone che compare in essa corrisponde a un comando di uso frequente: portando il puntatore del mouse su una di esse e premendo il pulsante tale comando viene eseguito immediatamente, senza bisogno di sceglierlo da un menu.

Alcuni pulsanti possono apparire in grigio: ciò significa che i corrispondenti comandi non sono al momento disponibili.

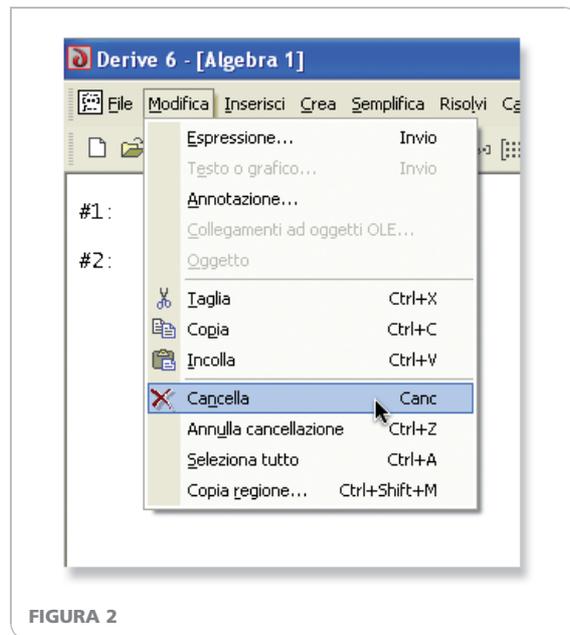


FIGURA 2

Introdurre ed elaborare espressioni

4 Come inserire le espressioni matematiche

Come abbiamo detto generalmente una sessione di lavoro con *Derive* si inizia scrivendo una o più espressioni da elaborare.

All'avvio di *Derive* il cursore si trova già posizionato nella casella per l'inserimento delle espressioni. Se non lo fosse basta portare il puntatore del mouse in tale casella e premere il pulsante del mouse.

Possiamo quindi scrivere l'espressione nell'apposito riquadro; i pulsanti dei caratteri speciali possono essere utilizzati per inserire nell'espressione lettere greche o simboli speciali che non si trovano sulla tastiera. Terminata la scrittura si preme *Invio*.

L'espressione così inserita compare, evidenziata dallo sfondo blu, nella finestra di *Derive* (FIGURA 3); alla sua sinistra vediamo i caratteri #1: *Derive* numera in questo modo, progressivamente, le espressioni che vengono via via introdotte o che risultano dall'elaborazione di altre espressioni.



FIGURA 3 La prima espressione



FIGURA 4

Vi sono altri modi per inserire le espressioni: nella parte inferiore dello schermo, a sinistra della casella per l'inserimento delle espressioni, vediamo alcuni simboli (FIGURA 4).

Terminata la scrittura dell'espressione, invece di premere *Invio*, possiamo fare clic su uno di essi.

- Fare clic sul simbolo \checkmark (*Crea espressione*) equivale a premere *Invio*: l'espressione viene immessa nella finestra così come l'abbiamo scritta (FIGURA 5: in questa e in altre figure abbiamo «rimpicciolito» la finestra di *Derive* per esigenze di spazio).

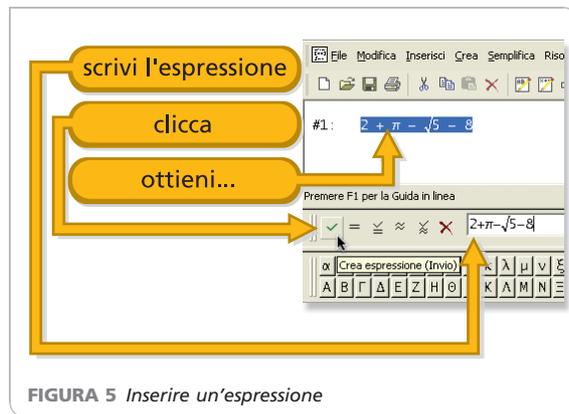


FIGURA 5 Inserire un'espressione

- Se facciamo clic sul simbolo $=$ (*Semplifica*) l'espressione viene semplificata e quindi immessa nella finestra (FIGURA 6). Si noti che l'espressione così semplificata compare allineata a destra.



FIGURA 6 Inserire semplificando

- Se facciamo clic sul simbolo \cong (*Crea e semplifica*) l'espressione viene prima inserita nella finestra così come l'abbiamo scritta e quindi semplificata e immessa una seconda volta (FIGURA 7). Otteniamo così due espressioni; la prima, l'originale, allineata a sinistra, la seconda, semplificata, allineata a destra. Lo stesso risultato si ottiene premendo i tasti *Ctrl+Invio*.

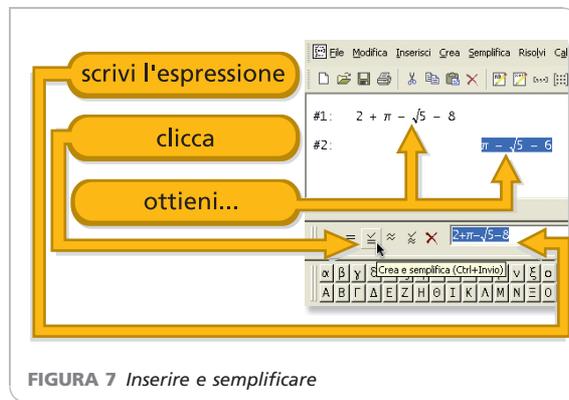


FIGURA 7 Inserire e semplificare

- Se facciamo clic sul simbolo \approx (*Approssima*) l'espressione viene approssimata e quindi il suo valore numerico viene immesso nella finestra (FIGURA 8), dove compare allineato a destra.



FIGURA 8 Inserire approssimando

- Se facciamo clic sul simbolo \approx (*Crea ed approssima*) l'espressione viene prima inserita nella finestra così come l'abbiamo scritta e quindi approssimata e il suo valore numerico immesso nella finestra (FIGURA 9). Otteniamo così due espressioni; l'espressione originale, allineata a sinistra, e il suo valore numerico approssimato, allineato a destra. Lo stesso risultato si ottiene premendo i tasti *Maiuscole+Invio*.



FIGURA 9 Inserire e approssimare

5 Scrivere le espressioni matematiche

La sintassi delle espressioni algebriche in *Derive* è simile a quella comunemente usata in matematica; in particolare si utilizzano i simboli:

- + per l'addizione;
- - per la sottrazione;
- * per la moltiplicazione;
- / per la divisione;
- ^ per le potenze.

Possiamo inoltre utilizzare le parentesi tonde (le parentesi quadre e graffe sono destinate a utilizzi particolari). Devi tener presente che le espressioni vanno scritte su un'unica linea: per rappresentare una frazione si dovranno perciò inserire numeratore e denominatore, separati dal simbolo di divisione / ed eventualmente **racchiusi tra parentesi**. Analoghe considerazioni valgono per la rappresentazione delle potenze.

| | | |
|----------------|-------------|------------------------|
| $(5+7)/(12-3)$ | rappresenta | $\frac{5+7}{12-3}$ |
| $5+7/12-3$ | rappresenta | $5 + \frac{7}{12} - 3$ |
| 2^{5-3} | rappresenta | 2^{5-3} |
| 2^5-3 | rappresenta | $2^5 - 3$ |

Le espressioni possono contenere numeri e lettere:

- i numeri si rappresentano utilizzando l'abituale notazione: occorre soltanto ricordare di utilizzare il punto al posto della virgola decimale;
- il simbolo di moltiplicazione può essere omesso dove non vi siano ambiguità: per esempio si può scrivere $2a$ invece di $2*a$; per indicare $2 \cdot 3$ occorre invece scrivere $2*3$;
- per quanto riguarda le lettere, ricorda che *Derive* non distingue tra maiuscole e minuscole; l'espressione $a*A$ equivale quindi ad a^2 . Inoltre non si possono utilizzare variabili letterali costituite da più di un carattere come talvolta si fa invece in matematica. Variabili come $a1$, $a2$, bk vengono interpretate come prodotti: $a*1$, $a*2$, $b*k$ ecc.

Una volta che è stata introdotta l'espressione, essa apparirà nella finestra di lavoro in una forma simile a quella comunemente usata in matematica: i simboli di moltiplicazione sono visualizzati con dei puntini, i simboli di divisione sono visualizzati con frazioni ecc.

PER APPROFONDIRE

Qualora fosse necessario, è possibile assegnare a una variabile un nome costituito da più di un carattere; occorre però definirla esplicitamente, scegliendo dal menu *Crea* la voce *Dominio di una variabile*.

ESEMPIO

Per inserire l'espressione $\frac{2a - \frac{b}{3}}{\frac{5}{8}a + b^3}$ occorre scrivere $(2a-b/3)/((5/8)a+b^3)$. Nella **FIGURA 10** è rappresentata la corrispondenza tra gli elementi dell'espressione, scritta nei due modi. In **FIGURA 11** vediamo come viene rappresentata questa espressione nella finestra di *Derive*.

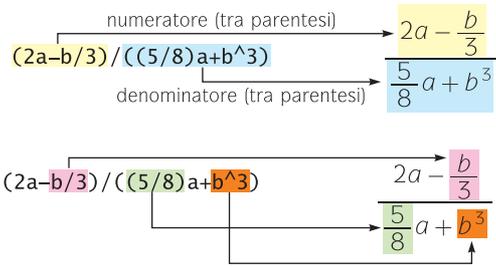


FIGURA 10

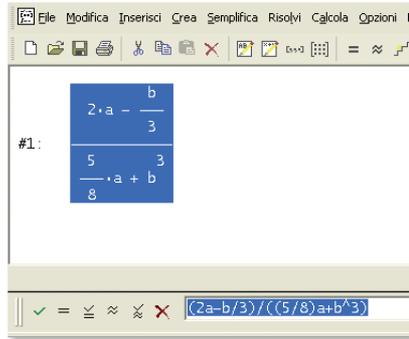


FIGURA 11

6 Selezionare le espressioni

Quando eseguiamo un comando, l'espressione elaborata è quella selezionata in quel momento e che compare evidenziata (**FIGURA 12**).

Per selezionare un'altra espressione è sufficiente fare clic sopra di essa. È possibile anche selezionare una sottoespressione: i comandi impartiti avranno effetto solo su di essa e non sull'intera espressione. Si supponga di voler selezionare, nell'espressione #3 di **FIGURA 12**, $(\frac{12}{5})^2$. Portiamo il puntatore su di essa e premiamo il pulsante del mouse più volte, fino a quando non risulta selezionata (**FIGURA 13**). Se ora facciamo clic, per esempio, sul pulsante *Semplifica*, viene semplificata solo la parte dell'espressione selezionata (**FIGURA 14**).

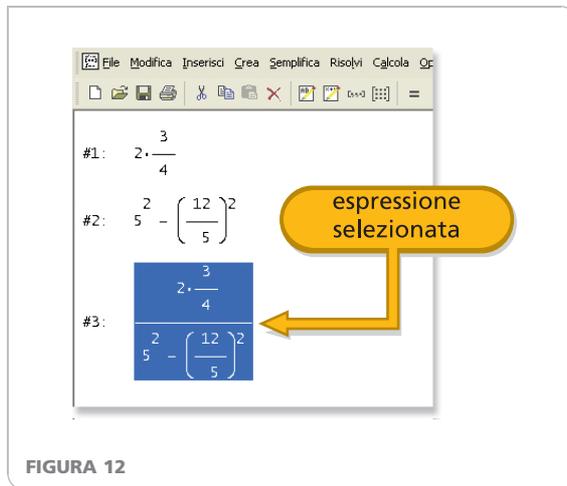


FIGURA 12

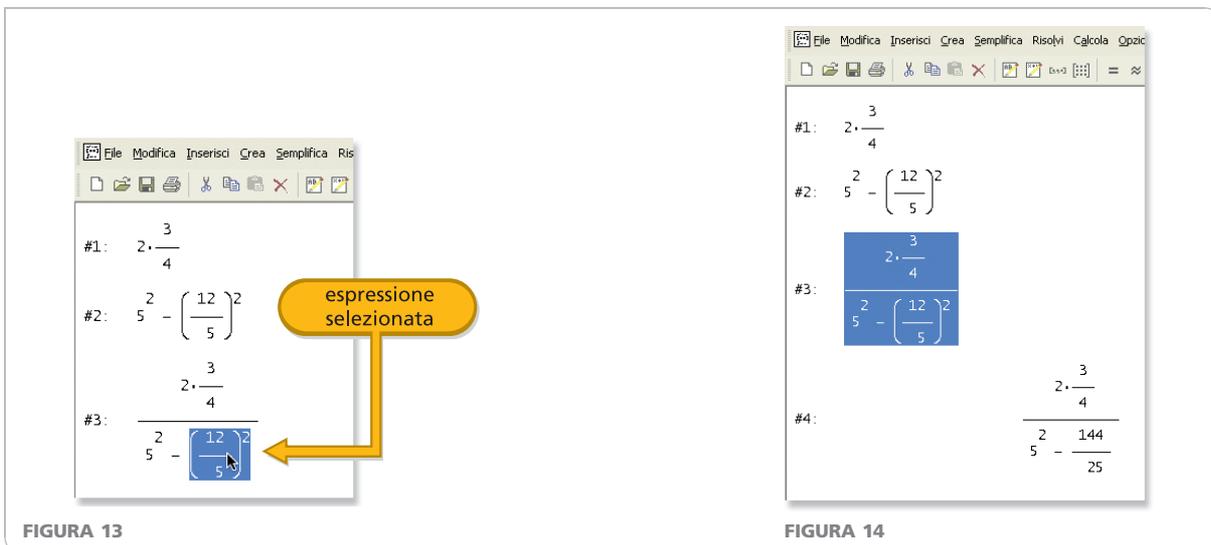


FIGURA 13

FIGURA 14

7 Elaborare le espressioni

Con *Derive* è possibile elaborare le espressioni mediante molti comandi diversi: alcuni di tali comandi sono trattati nelle esercitazioni svolte; altri comandi sono connessi a concetti matematici che apprenderai nei successivi anni di corso. Per tali motivi qui ci limitiamo a esaminare solo alcuni comandi.

Passiamo ora in rassegna alcuni dei comandi con cui si può operare sulle espressioni. Immaginiamo una ipotetica sessione di lavoro in *Derive*: introdurremo espressioni e le elaboreremo. Come si è già detto le espressioni create vengono progressivamente numerate. Le espressioni introdotte appaiono allineate a sinistra, mentre quelle risultanti dall'esecuzione di un comando compaiono allineate a destra.

= Pulsante *Semplifica*

Questo comando fa quello che promette: semplifica l'espressione selezionata; in particolare, se l'espressione è numerica, ne viene calcolato il valore.

ESEMPIO

Introduciamo l'espressione $\frac{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{5}{12} + \frac{3}{4}}$ scrivendo nella casella d'inserimento:

$$(3/2-2/3)/(5/12+3/4)$$

premiamo *Invio* e facciamo clic sul pulsante =. In **FIGURA 15** vediamo l'espressione #1, che è quella inserita, allineata a sinistra, e l'espressione #2, che è il risultato della semplificazione, allineata a destra.

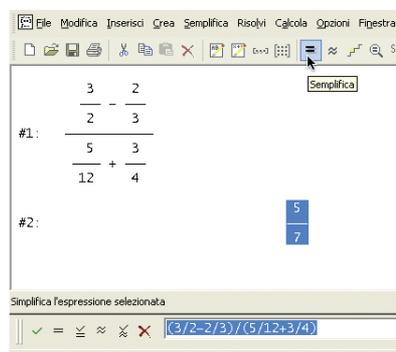


FIGURA 15

≈ Pulsante *Approssima*

Con questo comando si ottiene il valore numerico dell'espressione selezionata, approssimato alla decima cifra decimale.

PER APPROFONDIRE

È possibile variare il numero di cifre decimali scegliendo, dal menu *Opzioni*, la voce *Modalità*.

ESEMPIO

Selezioniamo l'espressione #1 precedentemente inserita facendo clic su di essa e quindi facciamo clic sul pulsante ≈. In **FIGURA 16** vediamo l'espressione #3 così ottenuta, ossia l'approssimazione 0,7142857142.

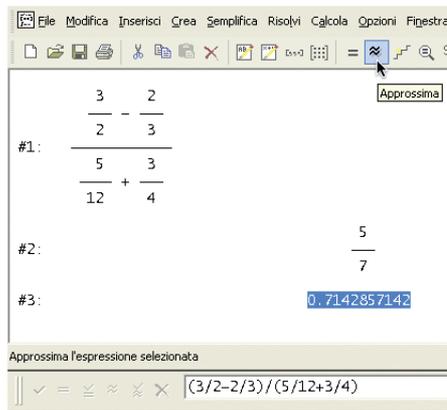


FIGURA 16

 Pulsante *Risolvi espressione*

Questo comando permette di risolvere equazioni e sistemi di equazioni. Qui lo utilizziamo per risolvere una semplice equazione.

ESEMPIO

Introduciamo un'equazione e risolviamola. Scriviamo nella casella d'inserimento delle espressioni: $(x-3)/5=x-63$ e premiamo *Invio*. Quindi facciamo clic sul pulsante . Si apre una finestra di dialogo; facciamo clic su *Risolvi* (e non su *OK*). Otteniamo l'espressione **#3** di **FIGURA 17**, che esprime la soluzione dell'equazione.

Non ci soffermiamo per ora ad analizzare le scelte possibili nella finestra di dialogo che appare dopo aver cliccato sul pulsante. Osserva che, prima dell'espressione **#3** che ci fornisce la soluzione dell'equazione, compare anche l'espressione **#2**.

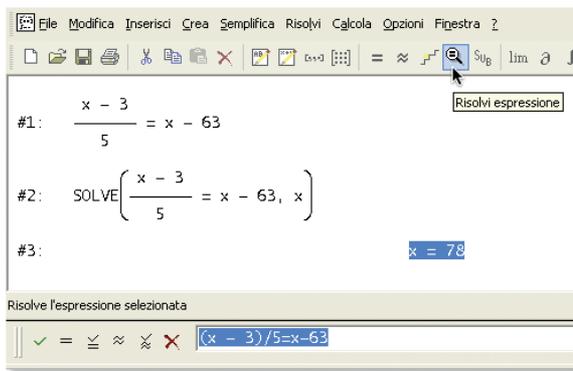


FIGURA 17

 Pulsante *Sostituisci le variabili*

Mediante questo comando possiamo sostituire, al posto delle lettere che figurano in un'espressione letterale, numeri o altre espressioni letterali.

ESEMPIO

Inseriamo l'espressione $\frac{a+b}{a-b}$ scrivendo nella casella d'inserimento:

$$(a+b)/(a-b)$$

e premiamo *Invio*. Sostituiamo ora, al posto di a e b , rispettivamente i numeri $\frac{2}{3}$ e -3 .

Facciamo clic sul pulsante . Appare una finestra (**FIGURA 18**).

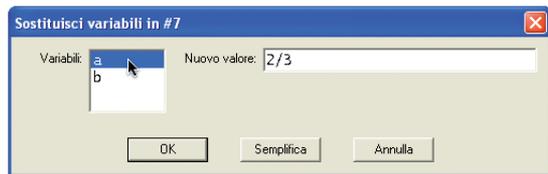


FIGURA 18

Nella casella di sinistra vediamo l'elenco delle variabili contenute nell'espressione. Una di esse, a , appare evidenziata.

Nella casella di destra scriviamo il valore o l'espressione che vogliamo sostituire a essa: nel nostro caso scriveremo $2/3$. Quindi portiamo il puntatore del mouse sulla variabile b nella casella a sinistra e, dopo aver fatto clic su di essa in modo che venga evidenziata, scriviamo -3 nella casella a destra. Infine facciamo clic su *OK*.

Appare l'espressione **#2**. Ora, facendo clic sul pulsante $=$, la semplifichiamo; otteniamo l'espressione **#3** di **FIGURA 19**.

È anche possibile sostituire, a una lettera, un'altra lettera o un'espressione letterale. Possiamo per esempio, nella precedente espressione **#1**, sostituire $x + y$ al posto di a , e $x - y$ al posto di b . La procedura da seguire è identica a quella appena descritta.

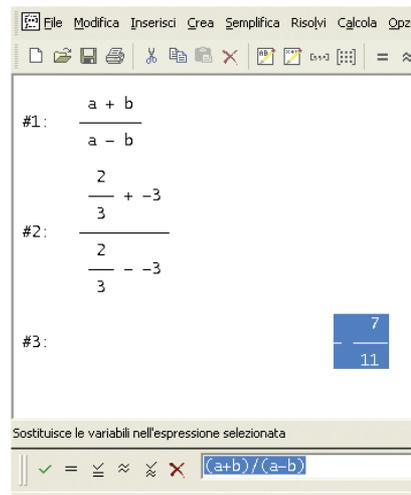


FIGURA 19

Gestire la finestra di lavoro

8 Cancellare le espressioni

✕ Pulsante *Cancella oggetto*

Per cancellare un'espressione dalla finestra di lavoro dobbiamo innanzitutto selezionarla, facendo clic su di essa; facciamo poi clic sul pulsante ✕. L'espressione selezionata viene eliminata dalla finestra di lavoro e le espressioni rimanenti vengono automaticamente rinumerate.

È anche possibile cancellare contemporaneamente diverse espressioni consecutive. A tale scopo dobbiamo selezionare le espressioni da cancellare: facciamo clic su una di esse, quindi premiamo il tasto delle maiuscole e, senza rilasciarlo, facciamo clic sulle altre espressioni che vogliamo selezionare. Quindi facciamo clic sul pulsante ✕. Le espressioni selezionate saranno tutte eliminate dalla finestra.

9 Costruire espressioni complesse

Talvolta è necessario inserire espressioni molto complesse: ciò rappresenta un problema, perché *Derive* ci impone di scrivere tali espressioni su di un'unica linea, all'interno di una finestra di limitate dimensioni; in queste condizioni è difficile controllare la correttezza di quello che stiamo scrivendo. Per ovviare a tale inconveniente è opportuno scrivere, anziché l'intera espressione, diverse sue parti, che poi potremo opportunamente combinare. Per fare ciò ci serviremo di due tasti che in *Derive* svolgono una particolare funzione:

- *F3* inserisce l'espressione selezionata, senza modificarla, nella casella di inserimento delle espressioni nella posizione in cui si trova il cursore;
- *F4* inserisce l'espressione selezionata, racchiudendola tra parentesi, nella casella di inserimento delle espressioni nella posizione in cui si trova il cursore.

ESEMPIO

Supponiamo per esempio di voler introdurre l'espressione

$$\frac{1 + \frac{1}{1-x}}{1 - \frac{1}{x}} - \frac{1 - \frac{1}{x-1}}{1 + \frac{1}{x}} - \frac{4}{x-1} \quad \mathbf{1}$$

Ci serviremo di una nuova finestra di lavoro. Per crearla è sufficiente fare clic sul pulsante *Nuovo*, denotato dall'icona □. La vecchia finestra può essere chiusa facendo clic sul pulsante ✕ posto nell'angolo superiore destro della finestra di lavoro.

Cominciamo con l'inserire il numeratore della prima frazione dell'espressione **1**, ossia $1 + \frac{1}{1-x}$. Scriviamo, nella casella d'inserimento delle espressioni:

$$1+1/(1-x)$$

e premiamo *Invio*. Allo stesso modo introduciamo il denominatore della medesima frazione e quindi numeratore e denominatore della seconda frazione; infine introduciamo la terza frazione. A questo punto la finestra di lavoro appare come in **FIGURA 20**.

Per «costruire» la prima frazione, avente per numeratore l'espressione **#1** e per denominatore l'espressione **#2**, cominciamo a selezionare l'espressione **#1** facendo clic su di essa. Poiché vogliamo costruire una frazione, occorrerà inserire numeratore e denominatore tra parentesi: perciò premiamo il tasto *F4*, e scriviamo il simbolo /, che rappresenta la linea di frazione; selezioniamo ora l'espressione **#2** e premiamo ancora *F4*. Infine premiamo il tasto *Invio*; otteniamo l'espressione **#6**. In modo del tutto analogo costruiremo la seconda frazione del primo membro, servendoci delle espressioni **#3** e **#4**, e ottenendo così l'espressione **#7**.

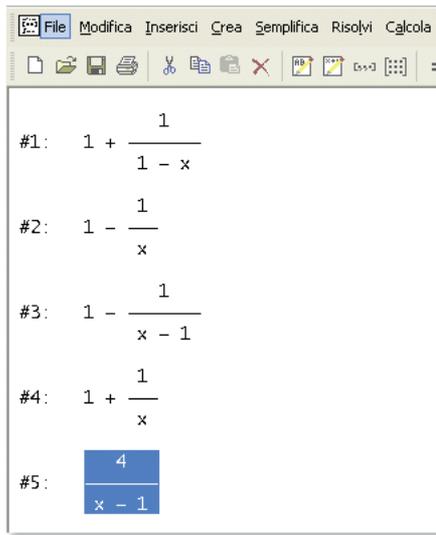


FIGURA 20

La finestra di lavoro, a questo punto, apparirà come in **FIGURA 21**.

Ora abbiamo a disposizione i tre termini che compongono l'espressione **1**; il primo termine è l'espressione **#6**, il secondo termine è l'espressione **#7** e il terzo termine è l'espressione **#5**.

Facciamo clic ancora nella casella d'inserimento e selezioniamo l'espressione **#6**, premiamo il tasto **F3**, scriviamo il segno **-**, selezioniamo l'espressione **#7**, premiamo **F3**, scriviamo ancora il segno **-**, infine selezioniamo l'espressione **#5** e premiamo **F3**. Premendo **Invio** l'espressione **1** viene finalmente inserita nella finestra, con il numero **#8** (**FIGURA 22**).

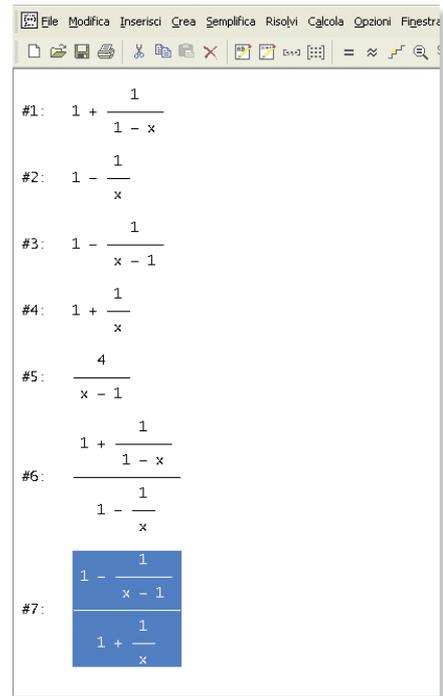


FIGURA 21

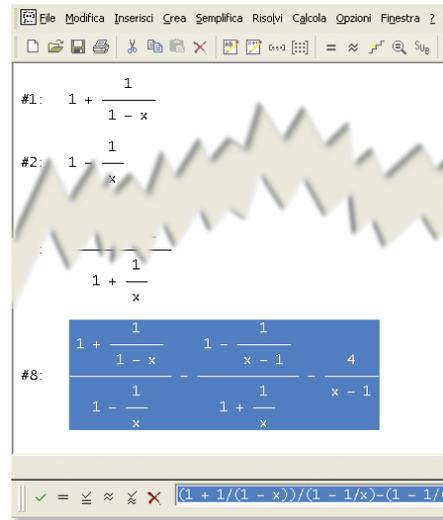


FIGURA 22

10 Modificare le espressioni

Se, per un qualsiasi motivo, sorge la necessità di modificare un'espressione già immessa, per correggerla non è necessario riscriverla completamente. Supponiamo, per esempio, di dover correggere l'espressione **#3** di **FIGURA 20**: volevamo scrivere $1 - \frac{1}{x^2 - 1}$ ma, per errore, abbiamo dimenticato l'esponente della x .

Portiamo il puntatore del mouse sull'espressione **#3** e facciamo clic una volta sola con il pulsante sinistro, in modo da selezionare l'espressione. Quando l'espressione risulta evidenziata, sempre con il puntatore del mouse su di essa, facciamo clic con il *pulsante destro*: compare un menu (**FIGURA 23**) da cui scegliamo la voce *Modifica*, facendo clic su di essa.

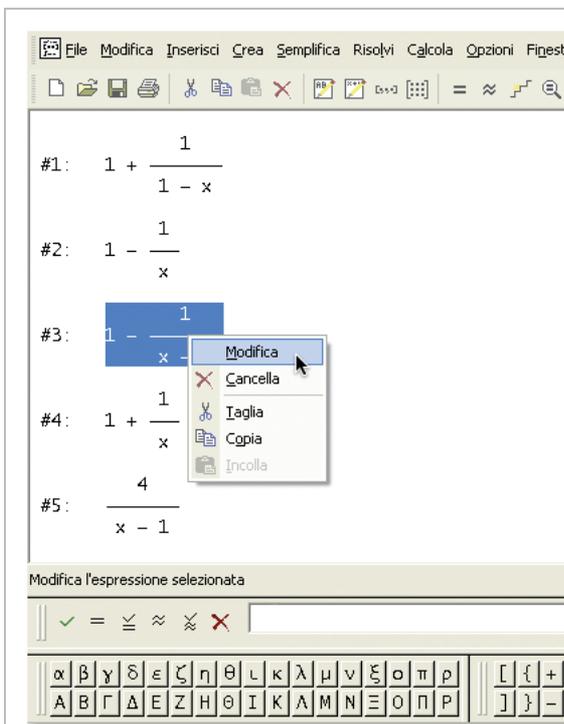


FIGURA 23

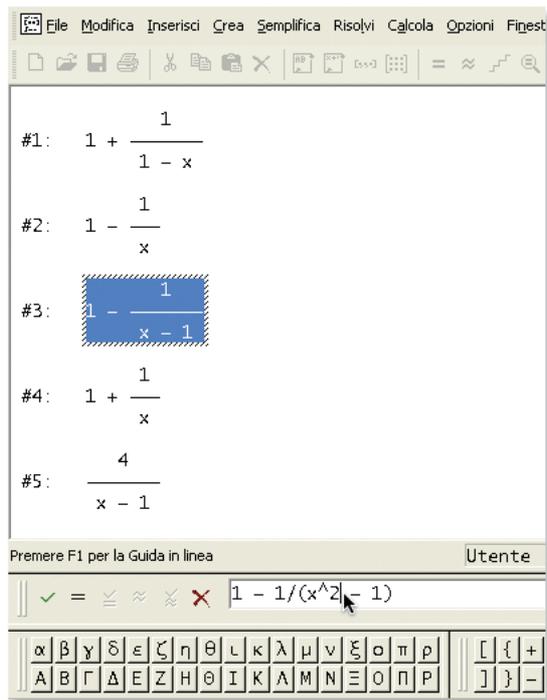


FIGURA 24

L'espressione **#3**, sempre evidenziata, appare ora anche contornata da un bordo e l'espressione stessa compare nella casella d'inserimento. Portiamoci all'interno della casella d'inserimento con il puntatore del mouse e facciamo clic; posizioniamoci immediatamente a destra della x usando i tasti con le frecce e aggiungiamo l'esponente mancante scrivendo i caratteri 2 (FIGURA 24). Infine premiamo il tasto *Invio*: l'espressione **#3** è ora corretta (FIGURA 25).

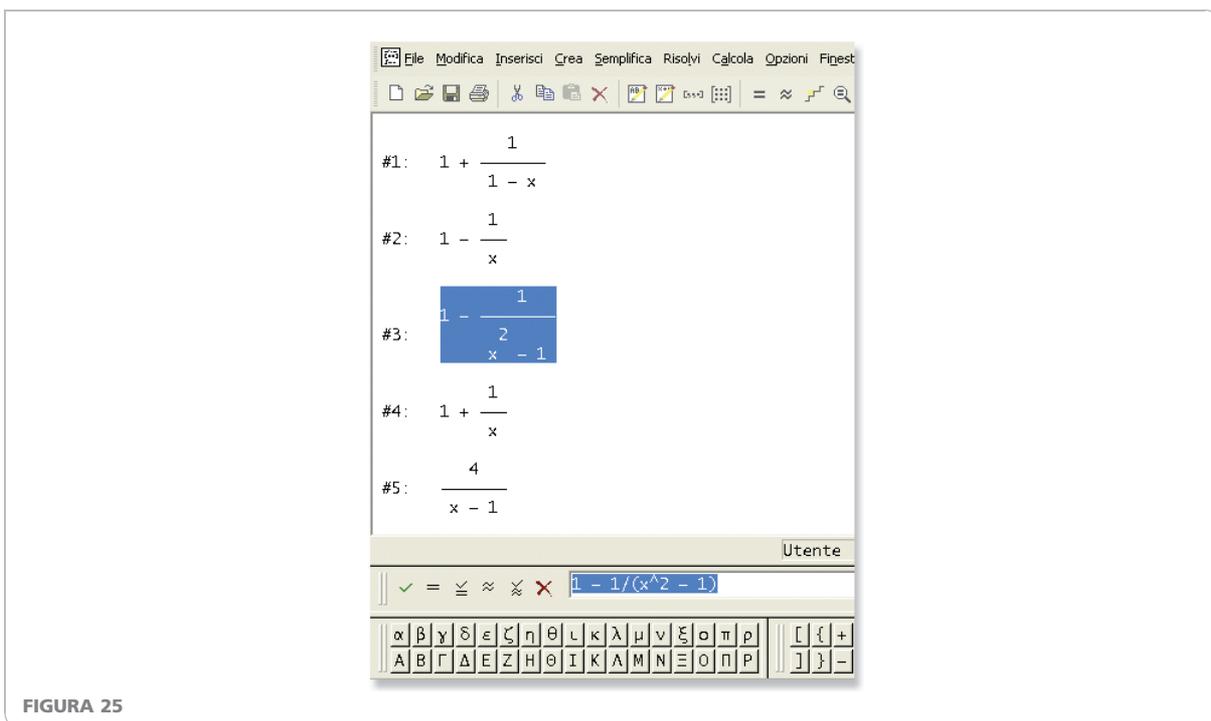


FIGURA 25