

ESERCIZI

- **Frazioni** [p. 121]
- **Numeri razionali** [p. 125]
- **Operazioni con i numeri razionali** [p. 127]
- **Potenze dei numeri razionali** [p. 135]
- **Esercizi di riepilogo sulle operazioni con i numeri razionali** [p. 145]
- **Frazioni e numeri decimali** [p. 150]
- **Proporzioni** [p. 157]
- **Percentuali** [p. 162]

Frazioni

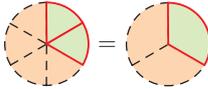
RICORDIAMO LA TEORIA

- **Frazione:** è un'espressione del tipo $\frac{n}{d}$ o n/d che indica il risultato della divisione tra i numeri interi relativi n e d , con $d \neq 0$.

■ **Termini di una frazione**

numeratore $\rightarrow \frac{n}{d}$
 denominatore $\rightarrow d$ con $d \neq 0$

- **Frazioni equivalenti:** $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se $c \cdot b = a \cdot d$

Frazioni equivalenti rappresentano lo stesso quoto $\rightarrow \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \rightarrow$ 

■ **Proprietà invariante delle frazioni**

Moltiplicando o dividendo entrambi i termini di una frazione per uno stesso numero diverso da zero, si ottiene una frazione equivalente a quella data:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a : c}{b : c} \quad c \neq 0$$

■ **Riduzione ai minimi termini**

Una frazione è *ridotta ai minimi termini* o *irriducibile* se il *MCD* dei valori assoluti dei suoi termini è 1. Per ridurre una frazione ai minimi termini si dividono entrambi i suoi termini per il *MCD* dei loro valori assoluti.

■ **Riduzione al minimo comune denominatore**

Il *minimo comune denominatore* di due o più frazioni, ridotte ai minimi termini, è il *mcm* dei loro denominatori. Per *ridurre due o più frazioni al minimo comune denominatore* occorre

- A** ridurre le frazioni ai minimi termini, se possibile;
- B** calcolare il *mcm* dei denominatori, che è appunto il *minimo comune denominatore*;
- C** moltiplicare il numeratore di ciascuna frazione ridotta per il quoto tra il minimo comune denominatore e il corrispondente denominatore.

QUESITI

- 1 Che cosa rappresenta una frazione? Come si chiamano i termini di una frazione?
- 2 Quando si dice che due frazioni sono equivalenti?
- 3 Enuncia la proprietà invariantiva delle frazioni.
- 4 Come si procede per ridurre una frazione ai minimi termini? Quale proprietà si applica?
- 5 Che cos'è il minimo comune denominatore di due o più frazioni?
- 6 Come devi procedere per ridurre due frazioni al minimo comune denominatore?

COMPLETARE...

7 $\frac{-2}{3} = \dots$ $\frac{5}{-8} = \dots$ $\frac{-15}{-4} = \dots$ $\frac{+8}{5} = \dots$ $\frac{-7}{+4} = \dots$

8 $\frac{+4}{+9} = \dots$ $\frac{-7}{-10} = \dots$ $\frac{-11}{+5} = \dots$ $\frac{+21}{-4} = \dots$ $\frac{13}{-2} = \dots$

9 $\frac{20}{25} = \frac{20 : 5}{25 : 5} = \dots$ $-\frac{18}{24} = -\frac{18 : 6}{24 : 6} = \dots$ $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \dots$

10 $-\frac{2}{6} = -\frac{2 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \dots$ $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \dots$ $\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot \dots}{12 \cdot \dots} = \frac{15}{36}$

11 $-\frac{16}{24} = -\frac{16 : \dots}{24 : \dots} = -\frac{4}{\dots}$ $-\frac{10}{15} = -\frac{10 : \dots}{15 : \dots} = -\frac{2}{\dots}$ $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot \dots}{4 \cdot \dots} = \frac{\dots}{36}$

12 $-\frac{8}{7} = -\frac{8 \cdot \dots}{7 \cdot \dots} = -\frac{\dots}{21}$ $\frac{36}{30} = \frac{36 : \dots}{30 : \dots} = \frac{\dots}{5}$ $\frac{10}{4} = \frac{10 : \dots}{4 : \dots} = \frac{5}{\dots}$

13 $-\frac{1}{3} = -\frac{1 \cdot \dots}{3 \cdot \dots} = -\frac{8}{\dots}$ $\frac{-2}{3} = \dots \frac{2 \cdot \dots}{3 \cdot \dots} = \dots \frac{\dots}{27}$ $\frac{20}{30} = \frac{2}{\dots}$

14 $\frac{4}{5} = \frac{8}{\dots}$ $-\frac{32}{20} = -\frac{\dots}{5}$ $\frac{5}{7} = \frac{\dots}{14}$ $-\frac{12}{16} = -\frac{3}{\dots}$ $\frac{12}{15} = \frac{\dots}{5}$

15 $-\frac{5}{12} = -\frac{\dots}{36}$ $-\frac{24}{18} = -\frac{\dots}{9}$ $\frac{5}{10} = \frac{\dots}{2} = \frac{4}{\dots}$ $\frac{12}{18} = \frac{4}{\dots} = \frac{\dots}{24}$

16 $\frac{6}{8} = \frac{30}{\dots} = \frac{\dots}{20}$ $\frac{4}{10} = \frac{\dots}{5} = \frac{\dots}{15}$ $\frac{1}{3} = \frac{2}{\dots} = \frac{\dots}{18}$ $\frac{20}{8} = \frac{\dots}{2} = \frac{15}{\dots}$

17 $-\frac{48}{36} = -\frac{\dots}{6} = -\frac{4}{\dots}$ $\frac{-32}{28} = \dots \frac{\dots}{7} = \dots \frac{\dots}{35}$ $-\frac{33}{9} = \frac{-11}{\dots} = \frac{\dots}{-6}$

18 $\frac{75}{20} = \frac{\dots}{4} = \frac{45}{\dots}$ $\frac{42}{56} = \frac{\dots}{8} = \frac{3}{\dots}$ $-\frac{54}{36} = -\frac{\dots}{12} = -\frac{3}{\dots}$

- 19 Riduci ai minimi termini la frazione $\frac{56}{21}$:

$$MCD(56; 21) = \dots \quad \frac{56}{21} = \frac{56 : \dots}{21 : \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

- 20 Riduci ai minimi termini la frazione $-\frac{30}{48}$:

$$MCD(30; 48) = \dots \quad -\frac{30}{48} = -\frac{30 : \dots}{48 : \dots} = -\frac{\dots}{\dots}$$

- 21 Riduci ai minimi termini la frazione $\frac{360}{150}$:

$$MCD(360; 150) = \dots \quad \frac{360}{150} = \frac{360 : \dots}{150 : \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

22 Riduciamo al minimo comune denominatore le frazioni $\frac{15}{12}$ e $\frac{16}{20}$.

■ Riduciamo ai le due frazioni:

$$MCD(15; 12) = 3; \quad \frac{15}{12} = \frac{15 : 3}{12 : 3} = \frac{5}{4} \qquad MCD(16; 20) = 4; \quad \frac{16}{20} = \frac{16 : 4}{20 : 4} = \frac{4}{5}$$

■ Determiniamo il minimo comune denominatore tra i denominatori delle frazioni ridotte:

$$mcm(4; 5) = 20$$

■ Dividiamo il comune denominatore 20 per il denominatore di ciascuna frazione ridotta, quindi moltiplichiamo entrambi i termini di ciascuna frazione per il rispettivo quoto:

$$\begin{aligned} \frac{5}{4} &\longrightarrow 20 : 4 = \dots \longrightarrow \frac{5}{4} = \frac{5 \cdot \dots}{4 \cdot \dots} = \frac{\dots}{\dots} \\ \frac{4}{5} &\longrightarrow 20 : 5 = \dots \longrightarrow \frac{4}{5} = \frac{4 \cdot \dots}{5 \cdot \dots} = \frac{\dots}{\dots} \end{aligned}$$

23 Riduciamo al minimo comune denominatore le frazioni $\frac{4}{14}$; $\frac{7}{42}$; $\frac{15}{12}$.

■ Riduciamo le tre frazioni ai minimi termini:

$$\begin{aligned} MCD(4; 14) &= \dots; \quad \frac{4}{14} = \frac{4 : \dots}{14 : \dots} = \frac{\dots}{\dots} \\ MCD(8; 42) &= \dots; \quad \frac{8}{42} = \frac{8 : \dots}{42 : \dots} = \frac{\dots}{\dots} \\ MCD(15; 12) &= \dots; \quad \frac{15}{12} = \frac{15 : \dots}{12 : \dots} = \frac{\dots}{\dots} \end{aligned}$$

■ Determiniamo il tra i denominatori delle nuove frazioni:

$$mcm(\dots; \dots; \dots) = \dots$$

■ Dopo aver diviso il *mcm* per i nuovi denominatori delle tre frazioni, moltiplichiamo i ottenuti ciascuno per il rispettivo numeratore delle frazioni ridotte:

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

24 Una frazione si dice apparente se

- a** il numeratore è minore del denominatore **d** il numeratore è multiplo del denominatore
 b il numeratore è maggiore del denominatore **e** il denominatore è 1
 c numeratore e denominatore sono uguali

25 Due frazioni si dicono equivalenti se

- a** rappresentano lo stesso quoto **c** hanno lo stesso numeratore
 b hanno lo stesso denominatore **d** hanno i termini rispettivamente uguali

26 Una frazione è irriducibile se

- a** il denominatore è multiplo del numeratore **c** numeratore e denominatore sono uguali
 b il numeratore è multiplo del denominatore **d** il *MCD* di numeratore e denominatore è 1

27 Il minimo comune denominatore di due o più frazioni irriducibili è

- a** il massimo comune divisore dei denominatori **c** il prodotto dei denominatori
 b il minimo comune multiplo dei denominatori **d** la somma dei denominatori

28 Quale delle seguenti è una frazione apparente?

- a** $\frac{1}{4}$ **b** $-\frac{1}{4}$ **c** $\frac{8}{4}$ **d** $-\frac{5}{4}$

29 Quale delle seguenti frazioni è irriducibile?

- a** $-\frac{12}{36}$ **b** $\frac{20}{10}$ **c** $\frac{1}{2}$ **d** $-\frac{45}{42}$

30 Quale delle seguenti frazioni non è irriducibile? **a** $\frac{15}{52}$ **b** $\frac{21}{15}$ **c** $-\frac{1}{3}$ **d** $-\frac{4}{1}$

31 Quale delle seguenti frazioni è uguale a 5? **a** $\frac{6}{1}$ **b** $\frac{5}{1}$ **c** $\frac{1}{5}$ **d** $\frac{10}{5}$

32 Quale delle seguenti frazioni è uguale a -3 ? **a** $\frac{-3}{-1}$ **b** $-\frac{5}{2}$ **c** $-\frac{9}{3}$ **d** $-\frac{1}{3}$

33 Riducendo ai minimi termini la frazione $\frac{70}{28}$ ottieni

a $\frac{35}{14}$ **b** $\frac{10}{4}$ **c** $\frac{4}{10}$ **d** $\frac{5}{2}$

34 Il minimo comune denominatore delle frazioni $\frac{2}{15}$ e $\frac{7}{18}$ è

a $15 \cdot 18 = 270$ **b** 18 **c** $15 + 18 = 33$ **d** 90

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni.

35 $\frac{25}{45}$; $\frac{121}{33}$; $\frac{54}{81}$; $\frac{10}{8}$; $-\frac{48}{64}$; $-\frac{28}{45}$; $-\frac{32}{80}$; $\frac{15}{9}$ $\left[\frac{5}{9}; \frac{11}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{4}; -\frac{3}{4}; -\frac{28}{45}; -\frac{2}{5}; \frac{5}{3} \right]$

36 $\frac{81}{27}$; $-\frac{30}{5}$; $\frac{48}{16}$; $-\frac{54}{18}$; $\frac{4}{6}$; $-\frac{96}{36}$; $\frac{40}{45}$; $\frac{280}{105}$ $\left[3; -6; 3; -3; \frac{2}{3}; -\frac{8}{3}; \frac{8}{9}; \frac{8}{3} \right]$

37 $\frac{150}{45}$; $\frac{72}{162}$; $\frac{60}{40}$; $\frac{52}{44}$; $\frac{36}{84}$; $-\frac{270}{450}$; $-\frac{48}{108}$; $\frac{37}{111}$ $\left[\frac{10}{3}; \frac{4}{9}; \frac{3}{2}; \frac{13}{11}; \frac{3}{7}; -\frac{3}{5}; -\frac{4}{9}; \frac{1}{3} \right]$

Quali tra le seguenti frazioni sono equivalenti tra loro?

38 $\frac{12}{8}$; $\frac{9}{6}$; $\frac{15}{20}$; $\frac{300}{200}$; $\frac{30}{45}$; $\frac{45}{60}$ $\left[\frac{12}{8} = \frac{9}{6} = \frac{300}{200}; \frac{15}{20} = \frac{45}{60} \right]$

39 $\frac{28}{35}$; $\frac{140}{100}$; $\frac{21}{15}$; $\frac{8}{10}$; $\frac{20}{25}$; $\frac{84}{60}$ $\left[\frac{28}{35} = \frac{8}{10} = \frac{20}{25}; \frac{140}{100} = \frac{21}{15} = \frac{84}{60} \right]$

40 $\frac{24}{70}$; $\frac{20}{6}$; $\frac{36}{105}$; $\frac{144}{420}$; $\frac{170}{51}$; $\frac{108}{315}$ $\left[\frac{24}{70} = \frac{36}{105} = \frac{144}{420} = \frac{108}{315}; \frac{20}{6} = \frac{170}{51} \right]$

Riduci al minimo comune denominatore le frazioni dei seguenti gruppi.

41 $\left\{ \frac{3}{8}; \frac{9}{6} \right\}$ $\left\{ \frac{5}{24}; \frac{11}{20}; \frac{16}{18} \right\}$ $\left[\left\{ \frac{3}{8}; \frac{12}{8} \right\}; \left\{ \frac{75}{360}; \frac{198}{360}; \frac{320}{360} \right\} \right]$

42 $\left\{ \frac{14}{3}; \frac{12}{9}; \frac{28}{35} \right\}$ $\left\{ -2; \frac{4}{5}; -\frac{2}{45} \right\}$ $\left[\left\{ \frac{70}{15}; \frac{20}{15}; \frac{12}{15} \right\}; \left\{ -\frac{90}{45}; \frac{36}{45}; -\frac{2}{45} \right\} \right]$

43 $\left\{ \frac{10}{36}; \frac{6}{27}; \frac{21}{24} \right\}$ $\left\{ \frac{2}{20}; \frac{3}{11}; \frac{15}{25}; \frac{170}{110} \right\}$ $\left[\left\{ \frac{20}{72}; \frac{16}{72}; \frac{63}{72} \right\}; \left\{ \frac{11}{110}; \frac{30}{110}; \frac{66}{110}; \frac{170}{110} \right\} \right]$

44 $\left\{ \frac{12}{36}; \frac{5}{10}; \frac{7}{16}; \frac{16}{18} \right\}$ $\left[\left\{ \frac{48}{144}; \frac{72}{144}; \frac{63}{144}; \frac{128}{144} \right\} \right]$

45 $\left\{ -\frac{7}{5}; \frac{8}{27}; \frac{1}{90}; -\frac{3}{50} \right\}$ $\left[\left\{ -\frac{1890}{1350}; \frac{400}{1350}; \frac{15}{1350}; -\frac{81}{1350} \right\} \right]$

46 $\left\{ 5; -\frac{8}{13}; \frac{4}{121}; -\frac{3}{143} \right\}$ $\left[\left\{ \frac{7865}{1573}; -\frac{968}{1573}; \frac{52}{1573}; -\frac{33}{1573} \right\} \right]$

Numeri razionali

RICORDIAMO LA TEORIA

■ **Numero razionale:** è l'insieme di tutte le frazioni equivalenti a una data frazione. Per indicare un numero razionale si utilizza una frazione di tale insieme, preferibilmente quella irriducibile.

■ **Insieme dei numeri razionali**

L'insieme dei numeri razionali si indica con il simbolo \mathbb{Q} .
L'insieme \mathbb{Z} dei numeri interi e l'insieme \mathbb{N} dei numeri naturali sono sottoinsiemi di \mathbb{Q} :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

■ **Opposto di un numero razionale**

L'opposto di un numero razionale a si indica con $-a$ ed è il numero che si ottiene cambiando il segno di a :

$$a > 0 \rightarrow -a < 0 \qquad a < 0 \rightarrow -a > 0$$

■ **Valore assoluto di un numero razionale**

Il valore assoluto di un numero razionale a si indica con $|a|$ ed è così definito:

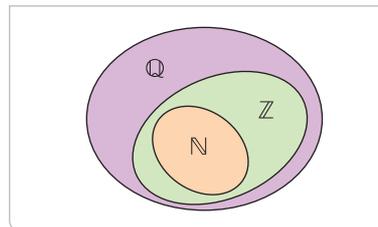
$$|a| = \begin{cases} a & \text{se } a \geq 0 \\ -a & \text{se } a < 0 \end{cases}$$

■ **Confronto tra numeri razionali**

Per confrontare due numeri razionali concordi occorre esprimerli come frazioni con lo stesso denominatore positivo. Si confrontano quindi i loro numeratori, considerando negativi i numeratori delle frazioni negative.

■ **Proprietà dell'insieme dei numeri razionali**

- L'insieme dei numeri razionali è infinito.
- L'insieme dei numeri razionali non ha un elemento minimo.
- L'insieme dei numeri razionali non ha un elemento massimo.
- Tra due numeri razionali sono compresi infiniti numeri razionali (\mathbb{Q} è *denso*).



QUESITI

- 47** Che cos'è un numero razionale?
- 48** Quale frazione è preferibile scegliere per rappresentare un numero razionale?
- 49** Esiste un numero razionale uguale al suo opposto? E se esiste, qual è?
- 50** In quale caso un numero razionale è uguale al suo valore assoluto?
- 51** Spiega come si possono rappresentare su una retta i numeri razionali.
- 52** Perché il concetto di successivo non ha senso nell'insieme dei numeri razionali?
- 53** Esponi le proprietà dell'insieme dei numeri razionali.

COMPLETARE...

- 54** L'insieme $A = \left\{ \frac{4}{5}; \frac{8}{10}; \frac{12}{15}; \frac{16}{20}; \dots \right\}$ rappresenta un numero razionale perché tutte le frazioni che appartengono ad A sono tra loro
Per rappresentare questo numero razionale si sceglie preferibilmente la frazione perché è
Tale numero razionale è positivo perché le frazioni di A sono
- 55** L'insieme $B = \left\{ -\frac{4}{3}; -\frac{8}{6}; -\frac{12}{9}; -\frac{16}{12}; \dots \right\}$ rappresenta un numero razionale perché tutte le frazioni che appartengono a B sono tra loro
Per rappresentare questo numero razionale si sceglie preferibilmente la frazione perché è
Tale numero razionale è perché le frazioni di B sono

56 L'insieme $C = \left\{ \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \dots \right\}$ non rappresenta un numero razionale perché le frazioni che appartengono a C non sono

57 L'opposto di $\frac{7}{9}$ è; l'opposto di $-\frac{15}{22}$ è; l'opposto di 0 è

58 $\left| +\frac{2}{7} \right| = \dots$ $\left| \frac{3}{5} \right| = \dots$ $\left| -\frac{2}{9} \right| = \dots$ $|0| = \dots$

59	a	$\frac{9}{10}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{18}{12}$	$\frac{10}{5}$	a				
	$-a$					$-a$	$\frac{1}{3}$		$-\frac{12}{6}$	
	$ a $					$ a $				
	$- a $					$- a $				
	$ -a $					$ -a $				
	$-(-a)$					$-(-a)$		$-\frac{3}{4}$		$\frac{25}{30}$
	$- -a $					$- -a $				

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 60** Un numero razionale è
- a** una frazione
 - b** una frazione irriducibile
 - c** un qualsiasi insieme di frazioni
 - d** un insieme di frazioni tra loro equivalenti
 - e** una frazione apparente

- 61** Un numero razionale è positivo se è costituito da un insieme di frazioni
- a** positive
 - b** concordi
 - c** apparenti
 - d** irriducibili
 - e** delle quali almeno una è positiva

COMPLETARE...

Scrivi il simbolo $<$ oppure $>$ al posto dei puntini.

62 $\frac{1}{2} \dots 1$; $-2 \dots -\frac{5}{4}$; $\frac{95}{21} \dots -\frac{76}{19}$; $\frac{9}{8} \dots \frac{7}{8}$; $\frac{11}{10} \dots \frac{111}{100}$

63 $-\frac{7}{6} \dots -\frac{11}{6}$; $\frac{2}{3} \dots \frac{3}{2}$; $-\frac{2}{3} \dots -\frac{3}{2}$; $\frac{5}{12} \dots 0$; $0 \dots -\frac{25}{81}$; $-\frac{23}{10} \dots -\frac{231}{100}$

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 64** Quale tra i seguenti numeri razionali è il minore? **a** $\frac{3}{2}$ **b** $\frac{4}{3}$ **c** $\frac{8}{5}$ **d** $\frac{5}{3}$
- 65** Quale tra i seguenti numeri razionali è il maggiore? **a** $-\frac{1}{2}$ **b** $-\frac{1}{3}$ **c** $-\frac{1}{4}$ **d** $-\frac{1}{5}$
- 66** Quale dei seguenti numeri razionali è compreso tra $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$?
- a** $\frac{1}{4}$
 - b** $\frac{3}{4}$
 - c** $\frac{1}{2}$
 - d** $\frac{3}{2}$
- 67** Quale dei seguenti numeri razionali è compreso tra $-\frac{5}{4}$ e $-\frac{3}{4}$?
- a** -2
 - b** -1
 - c** $-\frac{3}{2}$
 - d** $-\frac{1}{2}$

68 Scrivi in ordine crescente i numeri $\frac{7}{5}$; 1 ; $\frac{2}{3}$; 2 ; $\frac{13}{10}$.

69 Scrivi in ordine crescente i numeri -3 ; $-\frac{12}{5}$; $-\frac{10}{3}$; -2 ; $-\frac{17}{6}$; $-\frac{4}{5}$.

70 Scrivi in ordine decrescente i numeri -3 ; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{4}{5}$; $-\frac{2}{3}$; $-\frac{10}{3}$; $-\frac{7}{2}$.

71 Scrivi in ordine decrescente i numeri $-\frac{17}{5}$; $\frac{13}{4}$; $-\frac{15}{7}$; -1 ; $\frac{7}{5}$; $-\frac{7}{4}$.

72 Quanti e quali sono i numeri interi relativi compresi tra $-\frac{7}{2}$ e $+\frac{11}{4}$?

Rappresenta su una stessa retta orientata i seguenti numeri razionali.

73 $\frac{2}{5}$; $-\frac{3}{5}$; $-\frac{1}{5}$; 1 ; -1

75 $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{7}{4}$; $-\frac{5}{4}$; $\frac{3}{2}$

74 $\frac{2}{3}$; $-\frac{2}{3}$; 1 ; $\frac{5}{3}$; $\frac{5}{2}$

76 $-\frac{3}{2}$; $-\frac{1}{4}$; 2 ; $\frac{5}{2}$; -1

Operazioni con i numeri razionali

RICORDIAMO LA TEORIA

■ Addizione

La *somma* di due frazioni con lo stesso denominatore positivo è la frazione che ha per denominatore lo stesso denominatore delle frazioni date e per numeratore la somma algebrica dei numeratori. In generale, per sommare due o più frazioni è necessario prima ridurle allo stesso denominatore, che di solito è il minimo comune denominatore.

■ Sottrazione

La *differenza* di due frazioni è la somma della prima con l'opposta della seconda.

■ Moltiplicazione

Il *prodotto* di due frazioni è la frazione che ha per numeratore il prodotto dei numeratori e per denominatore il prodotto dei denominatori.

Per eseguire la moltiplicazione è opportuno, quando sia possibile, ridurre ai minimi termini le frazioni ed eseguire le cosiddette *semplificazioni in croce*: il numeratore di una frazione e il denominatore di un'altra possono essere divisi entrambi per il loro massimo comune divisore.

■ Reciproci

Due numeri razionali si dicono *reciproci* se il loro prodotto è 1.

Il reciproco di a , con $a \neq 0$, si può indicare con $\frac{1}{a}$.

■ Divisione

Il *quoto* di due numeri razionali, il secondo dei quali diverso da 0, è il prodotto del primo per il reciproco del secondo.

Ricordiamo che la linea di frazione può essere utilizzata per indicare una divisione.

QUESITI

77 Si possono sommare due frazioni che non hanno lo stesso denominatore? E come si ottiene la loro somma?

78 Che cosa è la differenza di due frazioni?

79 Si possono moltiplicare due frazioni che hanno denominatori diversi? E come si ottiene il loro prodotto?

80 Come si esegue la divisione tra due frazioni?

81 Qual è il reciproco di -3 ? E il reciproco di $-\frac{7}{6}$? Esiste il reciproco di 0?

Addizione, sottrazione e somma algebrica

VERO O FALSO?

- 82** a. La somma di due frazioni si esegue sommandone sia i numeratori sia i denominatori. V F
 b. Se due frazioni hanno denominatori diversi non si possono sommare. V F
 c. La differenza di due frazioni è la somma della prima con l'opposta della seconda. V F
 d. La somma di due frazioni può essere un numero intero. V F
- 83** a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ V F c. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ V F
 b. $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1$ V F d. $\frac{7}{8} - \left(-\frac{7}{8}\right) = 0$ V F

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 84** In quale caso la somma di due numeri razionali è 0?
 a Quando i due addendi sono opposti. c Quando i due addendi sono concordi.
 b Quando i due addendi sono discordi. d Quando uno dei due addendi è 0.

- 85** La differenza tra due razionali relativi è 0 quando
 a sottraendo e minuendo sono concordi c sottraendo e minuendo sono discordi
 b sottraendo e minuendo sono opposti d il sottraendo è uguale al minuendo

- 86** $\frac{3}{10} + \frac{2}{10} =$ a $\frac{1}{2}$ b $\frac{5}{20}$ c $\frac{5}{100}$ d 5
- 87** $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$ a $\frac{2}{6}$ b $\frac{1}{6}$ c $\frac{3}{4}$ d $\frac{3}{2}$
- 88** $\frac{5}{6} + \frac{2}{9} =$ a $\frac{5+2}{6+9}$ b $\frac{5+2}{6 \cdot 9}$ c $\frac{5+2}{18}$ d $\frac{5 \cdot 3 + 2 \cdot 2}{18}$ e $\frac{5 \cdot 9 + 2 \cdot 6}{18}$
- 89** $\frac{3}{10} - \frac{2}{5} =$ a $\frac{1}{5}$ b $-\frac{1}{10}$ c $\frac{1}{10}$ d $-\frac{5}{10}$

COMPLETARE...

- 90** $\frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{\dots + \dots}{6} = \frac{\dots}{6} = \dots$
- 91** $\frac{5}{3} + \frac{1}{2} = \frac{\dots}{6} + \frac{\dots}{6} = \frac{\dots + \dots}{6} = \frac{\dots}{6}$ $\frac{5}{10} - \frac{3}{10} = \frac{\dots - \dots}{10} = \frac{\dots}{10} = \frac{\dots}{5}$
- 92** $\frac{3}{10} + \frac{1}{15} = \frac{\dots}{30} + \frac{\dots}{30} = \frac{\dots + \dots}{30} = \frac{\dots}{30}$ $\frac{7}{4} - \frac{8}{3} = \frac{\dots}{12} - \frac{\dots}{12} = \frac{\dots - \dots}{12} = -\frac{\dots}{12}$
- 93** $\frac{3}{7} + \frac{\dots}{7} = \frac{5}{7}$ $\frac{9}{11} - \frac{\dots}{11} = \frac{6}{11}$ $\frac{7}{19} - \frac{\dots}{19} = -\frac{3}{19}$ $-\frac{3}{5} - \frac{\dots}{5} = -\frac{9}{5}$
- 94** $\frac{3}{8} + \frac{\dots}{8} = \frac{3}{4}$ $\frac{7}{12} - \frac{\dots}{12} = \frac{1}{2}$ $\frac{2}{9} - \frac{\dots}{9} = -\frac{1}{3}$ $-\frac{5}{6} - \frac{\dots}{6} = -\frac{5}{3}$
- 95** $\frac{19}{10} + \frac{\dots}{10} = 2$ $\frac{23}{6} - \frac{\dots}{6} = 3$ $\frac{2}{3} - \frac{\dots}{3} = -2$ $-\frac{5}{8} - \frac{\dots}{8} = -1$
- 96** $\frac{3}{8} + \frac{\dots}{8} = 1$ $\frac{1}{2} - \frac{\dots}{2} = \frac{1}{6}$ $\frac{5}{18} - \frac{\dots}{18} = -\frac{5}{9}$ $-\frac{5}{8} - \frac{\dots}{8} = -\frac{11}{12}$
- 97** $1 + \frac{\dots}{3} = \frac{5}{3}$ $3 - \frac{\dots}{3} = \frac{4}{5}$ $2 - \frac{\dots}{3} = -\frac{1}{2}$ $-3 - \frac{\dots}{3} = -\frac{10}{3}$
- 98** $2 - \dots = -\frac{3}{4}$ $-2 + \dots + \frac{1}{2} = 0$ $3 - \dots + \dots = \frac{7}{3}$
- 99** $3 - \frac{\dots}{2} + \frac{7}{2} = \frac{13}{4}$ $\frac{\dots}{50} - \frac{3}{25} + \frac{\dots}{25} = -\frac{48}{50} = \dots$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

ESERCIZI SVOLTI

$$100 \quad \frac{7}{5} + \frac{2}{5} = \frac{7+2}{5} = \frac{9}{5} \qquad \frac{7}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7-3}{12} = \frac{\cancel{4}^1}{\cancel{12}_3} = \frac{1}{3}$$

$$101 \quad -\frac{8}{24} + \frac{2}{12} = -\frac{\cancel{8}^1}{\cancel{24}_3} + \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{12}_6} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = -\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{-2+1}{6} = -\frac{1}{6}$$

$$102 \quad \frac{12}{5} + \frac{7}{5} \qquad \frac{13}{4} - \frac{7}{4} \qquad -2 + \frac{3}{5} \qquad \frac{2}{3} - \frac{5}{6} \qquad \left[\frac{19}{5}; \frac{3}{2}; -\frac{7}{5}; -\frac{1}{6} \right]$$

$$103 \quad \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \qquad -\frac{1}{7} - \frac{3}{4} \qquad -1 - \frac{12}{16} \qquad -\frac{5}{6} + 2 \qquad \left[-\frac{7}{20}; -\frac{25}{28}; -\frac{7}{4}; \frac{7}{6} \right]$$

$$104 \quad \frac{13}{4} + \frac{1}{6} \qquad \frac{15}{14} - \frac{5}{21} \qquad -\frac{12}{9} - \frac{2}{3} \qquad -\frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{8}{18} \qquad \left[\frac{41}{12}; \frac{5}{6}; -2; \frac{5}{36} \right]$$

$$105 \quad -\frac{4}{22} - \frac{8}{3} + \frac{5}{33} \qquad \frac{6}{7} - 2 + \frac{13}{21} \qquad \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{6}{5} \qquad \left[-\frac{89}{33}; -\frac{11}{21}; \frac{1}{20} \right]$$

ESERCIZI SVOLTI

$$106 \quad \frac{7}{4} - \frac{2}{5} - \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5} \right) = \frac{7}{4} - \frac{\cancel{2}}{5} - \frac{1}{2} + \frac{\cancel{2}}{5} = \frac{7}{4} - \frac{2}{4} = \frac{7-2}{4} = \frac{5}{4}$$

$$107 \quad -\frac{3}{8} + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) - \left[\frac{5}{6} - \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \right) \right] = -\frac{3}{8} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \right) =$$

$$= -\frac{3}{8} + \frac{3}{4} - \frac{\cancel{2}}{3} - \frac{5}{6} + \frac{3}{4} + \frac{\cancel{2}}{3} = \frac{-9+18-20+18}{24} = \frac{7}{24}$$

$$108 \quad \frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{2} + 2 \right) - \left[\frac{4}{5} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{3}{5} - \frac{-1+4}{2} - \left[\frac{4}{5} - \frac{2+3}{6} \right] = \frac{3}{5} - \frac{3}{2} - \left(\frac{4}{5} - \frac{5}{6} \right) =$$

$$= \frac{3}{5} - \frac{3}{2} - \frac{24-25}{30} = \frac{3}{5} - \frac{3}{2} + \frac{1}{30} = \frac{18-45+1}{30} = -\frac{13}{15}$$

$$109 \quad 3 - \left(-\frac{1}{2} + 2 \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \right) \qquad \frac{1}{2} - \left[1 - \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9} \right) \right] \qquad \left[\frac{1}{4}; -\frac{7}{18} \right]$$

$$110 \quad \left(\frac{5}{9} - 1 + \frac{2}{3} \right) - \left[\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{2}{9} \right) \right] - \frac{2}{9} \qquad \left[\frac{13}{9} \right]$$

$$111 \quad -2 + \left[\frac{2}{5} - \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) \right] - \left(\frac{1}{5} - 2 \right) \qquad \left[-\frac{11}{20} \right]$$

$$112 \quad \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{2} \right) - \left\{ \left(1 - \frac{1}{6} \right) - \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{5}{4} \right) - \left(-1 - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \right) \right] \right\} \qquad \left[-\frac{7}{3} \right]$$

$$113 \quad \frac{3}{5} - \left(1 - \frac{2}{3} \right) - \left(-1 + \frac{2}{3} \right) + \left[\frac{2}{5} - \frac{1}{5} - \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{10} \right) \right] - \left(1 - \frac{1}{3} \right) \qquad \left[-\frac{7}{15} \right]$$

$$114 \quad \left(\frac{15}{8} - \frac{1}{4} \right) - \left\{ \frac{8}{9} + \left[\frac{5}{4} - \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{2} \right) - \left(1 - \frac{5}{4} \right) \right] \right\} - \left(\frac{1}{8} - 1 \right) \qquad \left[-\frac{5}{18} \right]$$

$$115 \quad -\left(\frac{5}{4} - \frac{3}{2} + 1 \right) + \left[-\left(2 - \frac{3}{4} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \right] - \left[+\left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right) - \frac{7}{3} \right] \qquad \left[\frac{1}{3} \right]$$

$$116 \quad -\left\{ 4 + \left[-3 - \left(2 + \frac{1}{2} \right) \right] \right\} - \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \left(-\frac{3}{2} + \frac{4}{3} \right) \right] + \left(-2 + \frac{1}{2} \right) \qquad [1]$$

$$117 \quad -3^2 - \left(\frac{2}{3} - 1 \right) - \left[-5 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1 \right) \right] - \left(5 + \frac{5}{6} \right) \qquad \left[-\frac{29}{3} \right]$$

In ciascuno dei seguenti esercizi, individua il passaggio in cui è stato commesso un errore e correggilo.

118 $\frac{5}{4} + \frac{6}{7} = \frac{5+6}{4+7} = \frac{11}{11} = 1$

119 $\frac{7}{5} - 2 = \frac{7-2}{5-2} = \frac{5}{3}$

120 $-\frac{3}{4} - \frac{4}{3} = \frac{-3-4}{12} = \frac{-7}{12}$

121 $2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1+1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

122 $-\frac{4}{3} + \left(1 - \frac{1}{4}\right) = -\frac{4}{3} + \frac{3}{4} = \frac{-4+3}{12} = -\frac{1}{12}$

123 $5 - \frac{10}{3} - \left[\frac{1}{2} - \left(1 - \frac{5}{2}\right)\right] = -\frac{5}{3} - \frac{1}{2} + 1 - \frac{5}{2} = \frac{-10-3+1-15}{6} = -\frac{27}{6} = -\frac{9}{2}$

Moltiplicazione e divisione

VERO O FALSO?

124 a. Il prodotto di due frazioni può essere un numero intero. V F

b. Il prodotto di due frazioni concordi è una frazione positiva. V F

c. Il reciproco di un numero razionale si ottiene cambiando il segno di numeratore e denominatore. V F

d. Per dividere due frazioni si moltiplica la prima per il reciproco della seconda. V F

125 a. $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$ V F c. Il reciproco di $\frac{5}{2}$ è $-\frac{2}{5}$ V F

b. $\frac{3}{5} : \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{2}$ V F d. $\frac{6}{25} : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{6}{25} \cdot \frac{3}{2}$ V F

126 a. $\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} = -1$ V F c. $\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{6}$ V F

b. $\frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{8}{7}\right) = -1$ V F d. $\frac{6}{11} : \left(-\frac{6}{11}\right) = -1$ V F

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

127 Il prodotto di due numeri razionali è uguale a 1 solo se

a entrambi i fattori sono uguali a 1 c i due fattori sono reciproci

b almeno uno dei due fattori è uguale a 1 d i due fattori sono uguali

128 Il quoto di due numeri razionali diversi da zero è uguale a 1 solo se

a entrambi i numeri sono uguali a 1 c i due numeri sono reciproci

b almeno uno dei due numeri è uguale a 1 d i due numeri sono uguali

129 $\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) =$ a $\frac{3-5}{4 \cdot 7}$ b $\frac{3 \cdot 7 - 5 \cdot 4}{28}$ c $-\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 7}$ d $\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 7}$

130 $\frac{5}{7} \cdot (-3) =$ a $\frac{2}{7}$ b $-\frac{15}{7}$ c $-\frac{15}{21}$ d $-\frac{5}{21}$

131 $\frac{5}{4} \cdot 8 =$ a $\frac{40}{32}$ b $\frac{5}{32}$ c 10 d $-\frac{5}{21}$

132 $-\frac{7}{10} \cdot 0 =$ a $-\frac{7}{10}$ b $\frac{7}{10}$ c 0 d $\left|-\frac{7}{10}\right|$

133 Il reciproco di $\frac{5}{12}$ è a $\frac{12}{5}$ b $-\frac{12}{5}$ c $-\frac{5}{12}$ d $\frac{5}{12} - 1$

134 Il reciproco di -5 è a $+5$ b $\frac{1}{5}$ c $-\frac{1}{5}$ d $-(-5)$

- 135** $\frac{8}{5} : \frac{5}{6} =$ **a** $\frac{8}{5} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$ **b** $\frac{8}{6}$ **c** $\frac{8}{5} \cdot \frac{6}{5}$ **d** $\frac{8 \cdot 6 - 5 \cdot 5}{30}$
- 136** $\frac{1}{2} : 2 =$ **a** 1 **b** $\frac{1}{4}$ **c** 2 **d** -1
- 137** $6 : \left(-\frac{1}{3}\right) =$ **a** 3 **b** -2 **c** 2 **d** -18

COMPLETARE...

- 138** $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot \dots}{5 \cdot \dots} = \dots$ $\left(-\frac{7}{12}\right) \cdot \frac{5}{2} = -\frac{\dots \cdot 5}{\dots \cdot 2} = \dots$ $\frac{2}{9} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{\dots \cdot 4}{9 \cdot \dots} = \dots$
- 139** $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{9}{10}\right) = \frac{3 \cdot \dots}{\dots \cdot 10} = \dots$ $\frac{2}{9} \cdot 3 = \frac{2 \cdot \cancel{3}^1}{\cancel{9}_3} = \dots$ $\left(-\frac{10}{4}\right) \cdot 8 = -\frac{10 \cdot \cancel{8}}{\cancel{4}_{2}} = \dots$
- 140** $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{6} = \frac{\cancel{3} \cdot 5}{8 \cdot \cancel{6}} = \frac{\dots \cdot 5}{8 \cdot \dots} = \dots$ $\frac{12}{25} \cdot \frac{10}{7} = \frac{12 \cdot \cancel{10}}{\cancel{25}_{5} \cdot 7} = \frac{12 \cdot \dots}{\dots \cdot 7} = \dots$
- 141** $\left(-\frac{24}{35}\right) \cdot \frac{1}{2} = -\frac{24}{35} \cdot \frac{1}{2} = \dots$ $\left(-\frac{9}{4}\right) \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{9}{4} \cdot \frac{8}{3} = \frac{\dots \cdot \dots}{\dots \cdot \dots} = \dots$
- 142** $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{7}{2} = \frac{3 \cdot \dots \cdot 7}{\dots \cdot 5 \cdot \dots} = \dots$ $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} = \dots$
- 143** $\left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \frac{4}{5} \cdot (-2) = \frac{4 \cdot \dots \cdot 2}{\dots \cdot 5} = \dots$ $(-2) \cdot \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = -2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} = \dots$
- 144** $\frac{80}{81} \cdot \frac{36}{25} = \frac{2^4 \cdot 5}{3^4} \cdot \frac{2^2 \cdot 3^2}{5^2} = \frac{2 \cdot \dots}{3 \cdot \dots \cdot 5} = \dots$ $\left(-\frac{18}{50}\right) \cdot \frac{105}{98} = -\frac{2 \cdot 3^2}{2 \cdot 5 \cdot \dots} \cdot \frac{5 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 7 \cdot \dots} = \dots$
- 145** $\frac{4}{9} : \frac{5}{7} = \frac{4}{9} \cdot \frac{7}{5} = \dots$ $\frac{3}{2} : \frac{9}{10} = \frac{3}{2} \cdot \frac{10}{9} = \dots$ $\frac{8}{15} : 4 = \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{4} = \dots$
- 146** $15 : \frac{1}{4} = 15 \cdot \dots = \dots$ $\frac{27}{40} : (-18) = -\frac{27}{40} \cdot \frac{\dots}{\dots} = \dots$ $\left(-\frac{24}{5}\right) : 36 = -\frac{24}{5} \cdot \frac{\dots}{\dots} = \dots$
- 147** $(-16) : \left(-\frac{4}{3}\right) = 16 \cdot \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$ $(-15) : \left(-\frac{1}{10}\right) = 15 \cdot \dots = \dots$ $\frac{\frac{12}{35}}{\frac{3}{7}} = \frac{12}{35} \cdot \frac{\dots}{\dots} = \dots$
- 148** $\frac{\frac{10}{9}}{-\frac{5}{12}} = \frac{10}{9} \cdot \left(-\frac{\dots}{\dots}\right) = \dots$ $\frac{-12}{\frac{9}{2}} = -12 \cdot \frac{\dots}{\dots} = \dots$ $\frac{-\frac{8}{15}}{-12} = \frac{8}{15} \cdot \frac{\dots}{\dots} = \dots$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

ESERCIZI SVOLTI

- 149** $\frac{7}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{7 \cdot 5}{3 \cdot 6} = \frac{35}{18}$ $\left(-\frac{3}{8}\right) \cdot \frac{5}{4} = -\frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 4} = -\frac{15}{32}$ $3 \cdot \frac{8}{21} = \frac{3 \cdot 8}{21} = \frac{24}{21} = \frac{8}{7}$
- 150** $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{14}{11}\right) = -\frac{1 \cdot 2 \cdot 14}{3 \cdot 5 \cdot 11} = -\frac{28}{165}$ $\frac{18}{55} \cdot \frac{25}{81} = \frac{\cancel{18}_{11} \cdot \cancel{25}^5}{\cancel{55}_{11} \cdot \cancel{81}_9} = \frac{2}{11} \cdot \frac{5}{9} = \frac{10}{99}$
- 151** $\frac{25}{144} \cdot \left(-\frac{54}{100}\right) = -\frac{5^2}{2^4 \cdot 3^2} \cdot \frac{2 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 5^2} = -\frac{\cancel{5}^2}{2^4 \cdot \cancel{3}^2} \cdot \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{3}^3}{\cancel{2}^2 \cdot \cancel{5}^2} = -\frac{3}{2^4 \cdot 2} = -\frac{3}{2^5} = -\frac{3}{32}$

152 $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{16}{5}\right)$ $-\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2}$ $-\frac{8}{15} \cdot 5$ $\frac{12}{7} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)$ $\left[-\frac{32}{15}; -\frac{15}{8}; -\frac{8}{3}; -\frac{36}{35}\right]$

153 $(-2) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{5}{6}$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{5}$ $\frac{16}{7} \cdot \left(-\frac{49}{12}\right)$ $-\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3}$ $\left[\frac{10}{9}; \frac{6}{5}; -\frac{28}{3}; \frac{2}{15}\right]$

154 $-\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{21}{2}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$ $\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)$ $\frac{36}{125} \cdot \left(-\frac{25}{9}\right)$ $\left[-15; \frac{6}{5}; -\frac{4}{5}\right]$

155 $\frac{18}{25} \cdot \left(-\frac{15}{24}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$ $-\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$ $-\frac{8}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{27}{16}\right)$ $\left[\frac{3}{4}; -\frac{1}{24}; 6\right]$

ESERCIZI SVOLTI

156 $1 - \frac{2}{9} \cdot 5$

Dobbiamo rispettare le priorità delle operazioni; eseguiamo la moltiplicazione prima della sottrazione:

$$1 - \frac{2}{9} \cdot 5 = 1 - \frac{2 \cdot 5}{9} = 1 - \frac{10}{9}$$

Eseguiamo ora la sottrazione; riduciamo al minimo comune denominatore, ricordando che $1 = \frac{1}{1}$:

$$1 - \frac{10}{9} = \frac{9}{9} - \frac{10}{9} = \frac{9-10}{9} = -\frac{1}{9}$$

157 $\frac{20}{3} \cdot \frac{9}{10} + \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \cdot 24$

In questo caso, oltre a rispettare le priorità delle operazioni, occorre tenere conto delle parentesi:

$$\frac{\cancel{20}^2}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{9}^3}{\cancel{10}} + \frac{3 \cdot 3 - 5 \cdot 2}{12} \cdot 24 = 6 + \left(-\frac{1}{12}\right) \cdot 24 = 6 - \frac{1}{\cancel{12}} \cdot \cancel{24}^2 = 6 - 2 = 4$$

158 $2 + \frac{3}{5} \cdot (-2) \quad -3 - \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) \quad -\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} + \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (-9) \quad \left[\frac{4}{5}; -\frac{3}{2}; \frac{9}{5}\right]$

159 $-\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-3 + \frac{1}{4}\right) \quad \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{15}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} - 2\right) \cdot \left(-\frac{8}{9}\right) \quad \left[\frac{49}{24}; -\frac{7}{6}\right]$

160 $-\frac{3}{11} \cdot \left(-1 - \frac{1}{10}\right) \cdot \left(-\frac{5}{18}\right) \quad \left(-4 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \quad \left[-\frac{1}{12}; -\frac{1}{2}\right]$

161 $-\frac{12}{5} \cdot \frac{25}{4} + \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{20}{13}\right) \quad \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \frac{16}{27} \cdot \left(-\frac{9}{20}\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) \quad [-17; 2]$

162 $\left[-\frac{1}{2} + 3 - \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right)\right] \cdot \left[2 - \left(1 - \frac{2}{3}\right)\right] \quad \left(2 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \left[2 + \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{20}{9}\right)\right] \quad \left[\frac{13}{3}; \frac{13}{6}\right]$

163 $-\left[-\frac{1}{5} + \frac{3}{2} + \left(-\frac{13}{5}\right) \cdot \left(+\frac{1}{2}\right)\right] \cdot \left[-\frac{1}{4} + 3 \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right)\right] \quad [0]$

164 $\left[-\left(1 + \frac{1}{3}\right) + \frac{10}{3} \cdot \left(+\frac{1}{2}\right)\right] \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{10}\right) \cdot \left(+\frac{4}{3}\right) \quad \left[-\frac{1}{6}\right]$

165 Scrivi i reciproci dei seguenti numeri:

$$\left(+\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 3\right) \quad \left(-\frac{1}{5} + \frac{3}{7}\right) \quad \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{4}\right) \quad \left(-\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right) \quad \left[-\frac{6}{13}; \frac{35}{8}; -\frac{20}{7}; -\frac{15}{22}\right]$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

ESERCIZI SVOLTI

166 $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{\cancel{4}_2} = \frac{5}{6} \quad -5 : \left(-\frac{20}{7}\right) = -\cancel{5}^1 \cdot \left(-\frac{7}{\cancel{20}_4}\right) = +\frac{7}{4}$

167 $\left(-\frac{12}{55}\right) : \frac{32}{11} : 3 = -\frac{12}{55} \cdot \frac{11}{32} : 3 = -\frac{\cancel{2}^2 \cdot 3}{5 \cdot \cancel{11}} \cdot \frac{\cancel{11}}{\cancel{2}^3} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{\cancel{3}}{5 \cdot \cancel{2}^3} \cdot \frac{1}{\cancel{3}} = -\frac{1}{40}$

168 $\left(-\frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{6} = \left(-\frac{3}{4}\right) : \frac{-3+2}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(-\frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \frac{1}{6} = +\frac{3}{4} \cdot \cancel{6} \cdot \frac{1}{\cancel{6}} = \frac{3}{4}$

169 $\frac{4}{3} : \left(-\frac{2}{9}\right) \quad -\frac{15}{7} : \left(-\frac{5}{14}\right) \quad \left(+\frac{2}{5}\right) : \left(-\frac{4}{5}\right) \quad \left(-\frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{4}{5}\right) \quad \left[-6; 6; -\frac{1}{2}; \frac{15}{16}\right]$

170 $1 : \left(-\frac{5}{4}\right) \quad \left(-\frac{6}{5}\right) : \frac{27}{10} \quad \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{5} : \left(-\frac{2}{5}\right) \quad 4 : \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) \quad \left[-\frac{4}{5}; -\frac{4}{9}; -6; -\frac{3}{4}\right]$

- 171** $-11 : \left(-\frac{11}{2}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right) \quad \frac{12}{5} : \left(-\frac{3}{10}\right) : \left(-\frac{1}{9}\right) \quad -\frac{6}{35} \cdot \left(-\frac{28}{9}\right) : \left(-\frac{2}{15}\right) \quad \left[-\frac{8}{3}; 72; -4\right]$
- 172** $\left(\frac{2}{3} + 1\right) : \left(-\frac{1}{6} + 2\right) \quad \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : \left(-1 + \frac{1}{6}\right) \quad \left[\frac{10}{11}; 1\right]$
- 173** $\frac{6}{5} : \left(-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}\right) \quad \left(-\frac{3}{5} + \frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{5}{2} + 1\right) \quad \left[6; \frac{7}{30}\right]$
- 174** $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 1\right) : \left(-2 + \frac{3}{4}\right) \quad -\frac{8}{5} : \left(-\frac{5}{2} + \frac{5}{3}\right) \quad \left[1; \frac{48}{25}\right]$
- 175** $\left(-3 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(-5 + \frac{9}{2}\right) : \left[\frac{1}{2} + \left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)\right] \quad \left[-\frac{15}{4}\right]$
- 176** $\left(-\frac{49}{3} - \frac{21}{2} + \frac{14}{5}\right) : (-7) + 2 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) : (-5) \quad \left[\frac{781}{210}\right]$
- 177** $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{3}{2} - 1\right) : \left(2 + \frac{1}{3} - \frac{5}{2}\right) \quad [-6]$
- 178** $\left(\frac{-13 - 2 + 5 + 3}{-4 + 11} + \frac{-4 + 1}{-5 + 4}\right) : \left(1 - \frac{3}{2}\right) \quad [-4]$
- 179** $\left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} + \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) \quad \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{5} + \frac{3}{35}\right) : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7}\right) \quad \left[-1; \frac{3}{5}\right]$
- 180** $\left(\frac{5}{8} - \frac{3}{2}\right) : \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{6} - 1 + \frac{5}{3}\right) \quad \left[-\frac{5}{6}\right]$
- 181** $\left(\frac{3}{7} - 1\right) : \left(\frac{5}{14} - 1\right) + \left(\frac{5}{18} - \frac{1}{3}\right) \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{9}\right) : \frac{3}{5} \quad \left[\frac{8}{9}\right]$
- 182** $\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) : \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right) : \left(\frac{2}{15} - \frac{4}{5}\right) - \frac{3}{10}\right] : \frac{7}{15} \quad [1]$
- 183** $\left(\frac{1}{3} - 2\right) : \left(-\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{5}{14} - \frac{7}{2}\right) : \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{2}\right) \quad \left[-\frac{32}{7}\right]$
- 184** $\left[\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5}\right)\right] : \left(\frac{3}{8} - 1\right) \quad [0]$
- 185** $\left[\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12} + \frac{5}{3}\right) : \left(\frac{1}{6} - \frac{5}{3}\right) - \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{4}{15} - \frac{2}{5}\right)\right] : \left(-\frac{13}{6}\right) \quad \left[\frac{1}{3}\right]$
- 186** $\left[\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{2}\right) - \frac{5}{14} : \left(\frac{3}{2} + 1\right)\right] : \left[-\frac{2}{5} : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \frac{5}{7}\right] \quad \left[\frac{1}{4}\right]$
- 187** $\left[\frac{13}{9} : \left(-\frac{13}{5}\right) + \frac{2}{3}\right] : \left[-\frac{2}{5} + \left(-1 + \frac{3}{5}\right) : \frac{2^2}{5}\right] \quad \left[-\frac{10}{81}\right]$
- 188** $\left[\frac{2}{3} - \left(3 - \frac{1}{6}\right)\right] : \left[-2\left(1 - \frac{1}{2}\right) + 3\left(-1 - \frac{1}{2}\right)\right] \quad \left[\frac{13}{33}\right]$
- 189** $\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \left[\frac{2}{5} - \left(-\frac{1}{2} + 1\right) + \frac{2}{5}\right] : \left[-\left(\frac{4}{3} - 4\right) + \frac{1}{3}\right] \quad \left[-\frac{1}{12}\right]$
- 190** $\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{1}{2}\right)\right] : \left[\frac{2}{-3^2} : \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right)\right] + 5 : [-(-2)^3] \quad [1]$

Individua il passaggio in cui è stato commesso un errore e correggilo.

- 191** $\frac{5}{4} \cdot 3 = \frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{15}{12}$
- 192** $\frac{12 - 5}{5} = \frac{12 - \cancel{5}^1}{\cancel{5}_1} = \frac{12 - 1}{1} = 11$
- 193** $\left(\frac{3}{4} - 2\right) \cdot 8 = \left(\frac{3}{4} - 2\right) \cdot \cancel{8}^2 = (3 - 2) \cdot 2 = 1 \cdot 2 = 2$
- 194** Il reciproco di $\left(\frac{3}{5} + \frac{5}{2}\right)$ è $\frac{5}{3} + \frac{2}{5} = \frac{31}{15}$.
- 195** $\frac{3}{4} : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{4} \cdot (2 - 3) = \frac{3}{4} \cdot (-1) = -\frac{3}{4}$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

ESERCIZIO SVOLTO

196

$$\frac{5 - \frac{5}{6}}{\frac{1}{12} - \frac{1}{18}}$$

■ Dobbiamo ricordare che la linea di frazione rappresenta una divisione:

$$\frac{5 - \frac{5}{6}}{\frac{1}{12} - \frac{1}{18}} = \left(5 - \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{18}\right) = \frac{30 - 5}{6} : \frac{3 - 2}{36} = \frac{25}{6} : \frac{1}{36} = \frac{25}{6} \cdot \frac{36}{1} = 25 \cdot 6 = 150$$

■ I calcoli si possono anche svolgere in questo modo:

$$\frac{5 - \frac{5}{6}}{\frac{1}{12} - \frac{1}{18}} = \frac{\frac{30 - 5}{6}}{\frac{3 - 2}{36}} = \frac{25}{6} : \frac{1}{36} = \frac{25}{6} \cdot 36 = 25 \cdot 6 = 150$$

197

$$\frac{\frac{3}{4} - 2}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} \quad \frac{1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{4}{3} - \frac{1}{6}} \quad \frac{+\frac{4}{5} + 2}{\frac{1}{15} - \frac{1}{20}} \quad \frac{-\frac{16}{5}}{-3 - \frac{1}{5}} \quad \left[-\frac{15}{2}; 1; 168; 1\right]$$

198

$$\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{8}{3} - \frac{2}{3}} \quad \frac{-8 : \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{10}{3}} \quad \frac{1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{3}{5} : \frac{4}{5}} \quad \frac{\frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3}\right)}{-\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} \quad \left[\frac{4}{15}; 3; 3; -14\right]$$

199

$$\frac{\frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3}\right)}{-\frac{1}{3} + \frac{3}{2}} - \frac{-\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right)}{2\left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) : (+9)} \quad \frac{2 + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{5} : \left(1 - \frac{1}{5}\right)} \quad \left[\frac{1}{2}; 3\right]$$

200

$$\frac{\left(-2 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left[\frac{3}{10} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right)\right]}{\frac{5}{2} - \left(8 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{4}{5}\right)} \quad \frac{\frac{1}{2} - \left(2 + \frac{1}{2}\right) : \left(-1 - \frac{1}{4}\right)}{\frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{8}} \quad \left[-\frac{1}{2}; 20\right]$$

201

$$\left(\frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{12}}{\frac{3}{5} + 1} + \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}}{\frac{2}{3} - \frac{6}{5}} + \frac{\frac{5}{6} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}\right) \cdot \left(\frac{22}{17} - 2\right) + \frac{1}{\frac{2}{3}} - \frac{-3}{2} \quad \left[\frac{5}{4}\right]$$

202

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{4}{5}}{\frac{3}{7} - \frac{1}{40}} : \left[\frac{\frac{5}{3} - \frac{7}{4}}{3 - \frac{1}{6}} \cdot \left(1 + \frac{13}{12}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) : (-8) - \frac{1}{17} : (-3)\right] \quad \text{[l'espressione non ha significato]}$$

203

$$\frac{1 - \frac{1}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{4}}{\frac{2}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{4} - \frac{1}{2}} : \left(1 - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{2}{3} - 3\right) : \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{2}{3}}{4}} \quad \left[-\frac{30}{17}\right]$$

Individua il passaggio in cui è stato commesso un errore e correggilo.

204

$$\frac{10 - \frac{1}{2}}{10 - \frac{2}{3}} = \frac{\cancel{10} - \frac{1}{2}}{\cancel{10} - \frac{2}{3}} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{2}{3}} = \left(-\frac{1}{2}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{4}$$

205

$$\frac{5}{\frac{2}{5} - \frac{1}{3}} = 5 : \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) = 5 \cdot \left(\frac{5}{2} - 3\right) = 5 \cdot \frac{5 - 6}{2} = 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}$$

Potenze dei numeri razionali

RICORDIAMO LA TEORIA

■ Potenze con esponente naturale

- $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ fattori}}$; in particolare $1^n = 1$; $0^n = 0$ (per $n \neq 0$)
- $a^1 = a$; $a^0 = 1$ (per $a \neq 0$); 0^0 non ha significato
- Se il numeratore e il denominatore sono due numeri naturali m, n ($n \neq 0$)

$$\left(\frac{m}{n}\right)^q = \frac{m^q}{n^q} \quad (q \text{ numero naturale})$$

$$\left(-\frac{m}{n}\right)^d = -\frac{m^d}{n^d} \quad (d \text{ dispari}) \qquad \left(-\frac{m}{n}\right)^p = +\frac{m^p}{n^p} \quad (p \text{ pari})$$

■ Proprietà delle potenze

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$
- $a^m : b^m = (a : b)^m$

■ Potenze con esponente intero negativo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad \left(\frac{p}{q}\right)^{-n} = \left(\frac{q}{p}\right)^n \qquad \left(-\frac{p}{q}\right)^{-n} = \left(-\frac{q}{p}\right)^n \qquad a, p, q \neq 0$$

QUESITI

- 206** Come si calcola la potenza di una frazione?
- 207** La potenza di una frazione negativa è sempre negativa?
- 208** Qual è il valore di $\left(\frac{1999}{2000}\right)^0$? E di $\left(-\frac{1000}{999}\right)^1$? E di $\left(\frac{14}{14} - \frac{25}{25}\right)^0$?
- 209** Enuncia le proprietà delle potenze.
- 210** Che cosa significa a^{-n} ? Per quali valori di a e di n ha significato?
- 211** Qual è il segno di $\left(-\frac{45}{56}\right)^{-15}$? E di $\left(-\frac{99}{100}\right)^{-100}$?
- 212** Qual è il valore di 1^{-1} ? E di $(-1)^{-1}$? E di 0^{-1} ?

Potenze con esponente naturale

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 213** La potenza di una frazione può essere 0 se
- a l'esponente è 0 b il denominatore è 0 c il numeratore è 0 d l'esponente è 1
- 214** La potenza di una frazione $\frac{m}{n}$ è 1 se
- a l'esponente è 1 b il denominatore è 1 c il numeratore è 1 d $m = n \neq 0$
- 215** La potenza di un numero razionale è -1 se
- a la base è negativa b la base è -1 c la base è 1 d la base è -1 e l'esponente è dispari
- 216** Quale delle seguenti espressioni è uguale a 1?
- a $\left(\frac{5}{6}\right)^0$ b $\frac{5^0}{6}$ c $\left(\frac{5}{6}\right)^1$ d $-\left(\frac{5}{6}\right)^0$

217 Quale delle seguenti espressioni è uguale a -1 ?

a $\left(-\frac{3}{10}\right)^0$ **b** $-\frac{3^0}{10}$ **c** $-\left(-\frac{3}{10}\right)^0$ **d** $-\left(\frac{3}{10}\right)^1$

218 La potenza di un numero razionale è negativa se

- a** la base è negativa **c** la base è negativa e l'esponente è dispari
b la base è negativa e l'esponente è pari **d** la base è positiva e l'esponente è pari

219 $\left(-\frac{2}{5}\right)^2 =$ **a** $+\frac{4}{25}$ **b** $-\frac{4}{25}$ **c** $-\frac{4}{5}$ **d** $+\frac{4}{10}$ **e** $-\frac{4}{10}$

220 $-\frac{2^2}{5} =$ **a** $+\frac{4}{25}$ **b** $-\frac{4}{25}$ **c** $-\frac{4}{5}$ **d** $+\frac{4}{5}$ **e** $-\frac{4}{10}$

221 $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 =$ **a** $-\frac{27}{8}$ **b** $+\frac{27}{8}$ **c** $+\frac{27}{2}$ **d** $-\frac{27}{2}$ **e** $-\frac{9}{2}$

222 $\left(-\frac{7}{8}\right)^0 =$ **a** $-\frac{7}{8}$ **b** $+\frac{7}{8}$ **c** 0 **d** 1 **e** -1

223 $\left(+\frac{8}{7}\right)^0 =$ **a** $+\frac{8}{7}$ **b** 1 **c** -1 **d** $-\frac{8}{7}$ **e** 0

224 $\frac{7^0}{5} =$ **a** 1 **b** -1 **c** 0 **d** $\frac{7}{5}$ **e** $\frac{1}{5}$

COMPLETARE...

225 $\left(\frac{2}{9}\right)^2 = \frac{2^2}{\dots} = \dots$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{2^{\dots}}{3^{\dots}} = \dots$ $\left(-\frac{3}{2}\right)^4 = +\frac{3^4}{\dots} = \dots$

226 $\left(-\frac{3}{10}\right)^3 = \dots \frac{3^3}{10^3} = \dots \frac{27}{1000}$ $\left(-\frac{4}{3}\right)^4 = \dots \frac{4^4}{3^4} = \dots \frac{256}{81}$ $-\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \dots \frac{\dots}{2^4} = \dots$

227 $\left(\dots \frac{\dots}{\dots}\right)^3 = -\frac{27}{8}$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^{\dots} = +\frac{1}{81}$ $\left(\dots\right)^3 = +\frac{27}{8}$

228 $\left(-\dots \frac{\dots}{\dots}\right)^4 = +\frac{16}{81}$ $\left(-\frac{5}{2}\right)^{\dots} = \frac{625}{16}$ $\left(+\dots \frac{\dots}{\dots}\right)^4 = +\frac{16}{81}$

229 $\left(\frac{253}{356}\right)^0 = \dots$ $-\left(\frac{5}{3}\right)^{\dots} = -1$ $\left(-\frac{101}{1010}\right)^0 = \dots$ $\left(-\frac{3}{5}\right)^{\dots} = -\frac{3}{5}$

230 $\left(\frac{199}{201}\right)^1 = \dots$ $\left(\frac{32}{101}\right)^{\dots} = 1$ $\left(-\frac{201}{199}\right)^1 = \dots$ $\left(-\frac{17}{9}\right)^{\dots} = 1$

Calcola il valore delle seguenti potenze.

231 $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$; $\left(-\frac{5}{2}\right)^2$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$; $-\left(+\frac{1}{3}\right)^4$ $\left[\frac{16}{81}; -\frac{64}{27}; \dots\right]$

232 $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$; $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$; $\left(+\frac{1}{2}\right)^4$; $-\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ $\left[\frac{1}{4}; \frac{4}{9}; \dots\right]$

233 $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$; $\left(\frac{1}{2}\right)^5$; $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$; $-\left(-\frac{2}{5}\right)^2$ $\left[\frac{16}{81}; \frac{1}{32}; \dots\right]$

Calcola, applicando le proprietà delle potenze.

ESERCIZI SVOLTI

234 $\left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \left(\frac{5}{6}\right)^{4+5} = \left(\frac{5}{6}\right)^9$

$$235 \quad \left(\frac{3}{4}\right)^6 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^7$$

Le potenze da moltiplicare non hanno la stessa base, ma l'esponente della prima è un numero pari; quindi è

$$\left(\frac{3}{4}\right)^6 = \left(-\frac{3}{4}\right)^6$$

Possiamo procedere in questo modo:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^6 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^7 = \left(-\frac{3}{4}\right)^6 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^7 = \left(-\frac{3}{4}\right)^{6+7} = \left(-\frac{3}{4}\right)^{13}$$

Il risultato può indifferentemente essere espresso in una delle tre forme

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^{13} \quad -\left(\frac{3}{4}\right)^{13} \quad -\frac{3^{13}}{4^{13}}$$

$$236 \quad \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2; \quad \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3; \quad \left(-\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right); \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \quad \left[\frac{8}{27}; \frac{16}{81}; -\frac{8}{125}; \left(\frac{1}{3}\right)^{15}\right]$$

$$237 \quad -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^5; \quad \left(-\frac{4}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)^3 \quad \left[\frac{1}{3^8}; -\frac{4^9}{5^9}\right]$$

$$238 \quad \left(-\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3; \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2; \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(+\frac{2}{3}\right)^4 \quad \left[\left(\frac{3}{7}\right)^5; -\frac{1}{32}; -\left(\frac{2}{3}\right)^7\right]$$

$$239 \quad \left(-\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^4; \quad -\left(-\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) \quad \left[-\left(\frac{4}{3}\right)^9; -\left(\frac{5}{2}\right)^8\right]$$

ESERCIZIO SVOLTO

$$240 \quad \left(1 + \frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^7 = \left(\frac{2+1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^7 = \left(\frac{3}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^7 = \left(\frac{3}{2}\right)^{5+7} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

$$241 \quad \left(2 - \frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2; \quad \left(-\frac{6}{5}\right)^4 \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right)^3; \quad \left(-\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right)^3 \quad \left[\left(\frac{3}{2}\right)^5; \left(\frac{6}{5}\right)^7; -\left(\frac{1}{4}\right)^6\right]$$

$$242 \quad -3^3 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)^2; \quad \left(-\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^5 \quad \left[125; -\frac{1}{4^{12}}\right]$$

$$243 \quad \left(2 - \frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{7}{5}\right)^3; \quad \left(\frac{6}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{7} - 1\right)^5; \quad -\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)^3 \quad \left[-\frac{7^5}{5^5}; -\left(\frac{6}{7}\right)^7; \left(\frac{5}{6}\right)^7\right]$$

ESERCIZIO SVOLTO

$$244 \quad \left(-\frac{31}{21}\right)^7 : \left(-\frac{31}{21}\right)^2 = \left(-\frac{31}{21}\right)^{7-2} = \left(-\frac{31}{21}\right)^5 = -\left(\frac{31}{21}\right)^5$$

$$245 \quad \left(-\frac{7}{5}\right)^7 : \left(-\frac{7}{5}\right)^6; \quad \left(\frac{2}{3}\right)^6 : \left(-\frac{2}{3}\right)^3; \quad \left(-\frac{4}{3}\right)^5 : \left(+\frac{4}{3}\right)^3 \quad \left[-\frac{7}{5}; -\frac{8}{27}; -\frac{16}{9}\right]$$

$$246 \quad \left(-\frac{13}{7}\right)^{10} : \left(-\frac{13}{7}\right)^7; \quad \left(-\frac{3}{7}\right)^8 : \left(-\frac{3}{7}\right)^3; \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^8 : \left(\frac{2}{3}\right)^6 \quad \left[-\left(\frac{13}{7}\right)^3; -\left(\frac{3}{7}\right)^5; \frac{4}{9}\right]$$

$$247 \quad \left(-\frac{1}{5}\right)^5 : \frac{1}{5}; \quad -\left(-\frac{2}{5}\right)^4 : \left(\frac{2}{5}\right)^3; \quad \left(\frac{3}{5}\right)^8 : \left(-\frac{3}{5}\right)^6; \quad \left(-\frac{7}{11}\right)^9 : \left(-\frac{7}{11}\right)^7 \quad \left[-\frac{1}{5^4}; -\frac{2}{5}; \frac{9}{25}; \frac{49}{121}\right]$$

ESERCIZIO SVOLTO

$$248 \quad \left[\left(-\frac{3}{20}\right)^7\right]^5 = \left(-\frac{3}{20}\right)^{7 \cdot 5} = \left(-\frac{3}{20}\right)^{35} = -\left(\frac{3}{20}\right)^{35} = -\frac{3^{35}}{20^{35}}$$

249 $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \right]^3$; $\left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right]^3$; $-\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \right]^3$ $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^6$; $-\left(\frac{1}{2}\right)^6$; $-\left(\frac{2}{3}\right)^6$

250 $\left[\left(-\frac{2}{5}\right)^3 \right]^3$; $\left[-\left(\frac{2}{5}\right)^3 \right]^4$; $\left[-\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \right]^3$ $\left[-\left(\frac{2}{5}\right)^9$; $\left(\frac{2}{5}\right)^{12}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^9$

251 $\left[-\left(-\frac{4}{7}\right)^3 \right]^2$; $\left[\left(-\frac{4}{7}\right)^3 \right]^2$; $\left[\left(-\frac{7}{5}\right)^3 \right]^3$ $\left[\left(\frac{4}{7}\right)^6$; $\left(\frac{4}{7}\right)^6$; $-\left(\frac{7}{5}\right)^9$

252 $\left\{ \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \right]^2 \right\}^4$; $\left\{ \left[-\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \right]^3 \right\}^3$; $\left\{ -\left[-\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \right]^3 \right\}^3$ $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{24}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{27}$; $-\left(\frac{2}{3}\right)^{27}$

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

253 $-\left(\frac{4}{9}\right)^9 =$
a $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^5$ **b** $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3$ **c** $\left(-\frac{4}{9}\right)^4 \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)^5$ **d** $\left(-\frac{4}{9}\right)^3 \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)^3$

254 $\left(\frac{25}{16}\right)^{36} =$
a $\left(-\frac{25}{16}\right)^{31} \cdot \left(-\frac{25}{16}\right)^5$ **b** $\left(\frac{25}{16}\right)^6 \cdot \left(\frac{25}{16}\right)^6$ **c** $\left(-\frac{5}{4}\right)^{30} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^6$ **d** $\left(\frac{5}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^6$

255 $\left(\frac{11}{7}\right)^8 =$
a $\left(-\frac{11}{7}\right)^{14} : \left(-\frac{11}{7}\right)^6$ **b** $\left(+\frac{11}{7}\right)^{16} : \left(+\frac{11}{7}\right)^2$ **c** $(-11)^{16} : 7^8$ **d** $(-11)^{16} : 7^2$

256 $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \right]^4 =$ **a** $\left(-\frac{1}{2}\right)^7$ **b** $\frac{1}{2^{12}}$ **c** $-\frac{1}{2^7}$ **d** $-\frac{1}{2^{12}}$ **e** $\left(-\frac{1}{2}\right)^{81}$

COMPLETARE...

257 $\left(\frac{15}{8}\right)^{10} \cdot \left(\frac{15}{8}\right)^{\dots} = \left(\frac{15}{8}\right)^{10}$; $\left(-\frac{7}{10}\right)^5 \cdot \left(-\frac{7}{10}\right)^{\dots} = \left(-\frac{7}{10}\right)^9$; $\left(-\frac{20}{21}\right)^3 \cdot \left(-\frac{20}{21}\right)^{\dots} = -\frac{20^9}{21^9}$

258 $\left(-\frac{5}{16}\right)^5 \cdot \left(-\frac{5}{16}\right)^{\dots} = +\frac{5^{10}}{16^{10}}$ $\left(-\frac{15}{11}\right)^{\dots} \cdot \left(+\frac{15}{11}\right)^4 = \left(-\frac{15}{11}\right)^{\dots} \cdot \left(-\frac{15}{11}\right)^4 = \left(-\frac{15}{11}\right)^9$

259 $\left(-\frac{18}{5}\right)^{10} : \left(-\frac{18}{5}\right)^5 = \left(-\frac{18}{5}\right)^{\dots}$; $\left(\frac{35}{24}\right)^{12} : \left(\frac{35}{24}\right)^{\dots} = \left(\frac{35}{24}\right)^4$; $\left(-\frac{3}{4}\right)^{\dots} : \left(-\frac{3}{4}\right)^8 = \left(-\frac{3}{4}\right)^5$

260 $\left(\frac{2}{15}\right)^{\dots} : \left(\frac{2}{15}\right)^8 = \frac{2}{15}$ $\left(\frac{1}{5}\right)^{32} : \left(\frac{1}{5}\right)^{\dots} = \frac{1}{5}$ $\left(-\frac{1}{4}\right)^{10} : \left(-\frac{1}{4}\right)^{\dots} = -\frac{1}{4}$

261 $\left(-\frac{1}{2}\right)^{\dots} : \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = +\frac{1}{4}$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^{\dots} : \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^8}{3^8}$ $\left(-\frac{3}{4}\right)^6 : \left(\dots\frac{3}{4}\right)^{\dots} = -\frac{3}{4}$

262 $\left[\left(\frac{8}{9}\right)^3\right]^4 = \left(\frac{8}{9}\right)^{\dots}$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^{\dots} : \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\left(\frac{2}{3}\right)^5$; $\left[\left(-\frac{5}{6}\right)^{\dots}\right]^3 = \left(\frac{5}{6}\right)^{18}$; $\left[\left(-\frac{43}{41}\right)^7\right]^{\dots} = 1$

263 $\left(\frac{4}{9}\right)^5 = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^{\dots}$ $\left(\frac{27}{8}\right)^7 = \left[\left(\dots\right)^3\right]^7 = \left(\dots\right)^{\dots}$ $\left[\left(+\frac{9}{10}\right)^{\dots}\right]^5 = 1$

264 $\left(-\frac{16}{9}\right)^7 = -\left(\frac{16}{9}\right)^7 = -\left[\left(\frac{4}{3}\right)^{\dots}\right]^7 = -\left(\frac{4}{3}\right)^{\dots}$

265 $\left(-\frac{8}{27}\right)^8 = \left(+\frac{8}{27}\right)^8 = \left[\left(+\frac{2}{3}\right)^{\dots}\right]^8 = \left(+\frac{2}{3}\right)^{\dots}$

Calcola.

ESERCIZI SVOLTI

$$266 \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^8 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right)^8 = \left[\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{9}{4}\right)\right]^8 = \left(+\frac{3}{2}\right)^8 = \frac{3^8}{2^8}$$

$$267 \quad \left(\frac{3}{8}\right)^{10} : \left(\frac{5}{4}\right)^{10} = \left(\frac{3}{8} : \frac{5}{4}\right)^{10} = \left(\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5}\right)^{10} = \left(\frac{3}{10}\right)^{10}$$

$$268 \quad \left(-\frac{3}{4}\right)^7 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^7; \left(\frac{4}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4; \left(\frac{10}{21}\right)^5 : \left(-\frac{5}{3}\right)^5 \quad \left[\left(-\frac{3}{10}\right)^7; 1; -\left(\frac{2}{7}\right)^5\right]$$

$$269 \quad -\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(-\frac{16}{3}\right)^5 : \left(-\frac{8}{9}\right)^5 \cdot \left(+\frac{4}{27}\right)^5; \left(-\frac{36}{25}\right)^7 : \left(-\frac{9}{5}\right)^7 \quad \left[-\left(\frac{2}{3}\right)^5 = -\frac{32}{243}; \left(\frac{4}{5}\right)^7\right]$$

$$270 \quad \left(-\frac{8}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^4 : \left(\frac{2}{25}\right)^4 \cdot \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^2\right]^2 : [(-20)^2]^2 \quad [1]$$

COMPLETARE...

$$271 \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^9 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)^9 = \left(\dots \frac{5}{\dots}\right)^9 \quad \left(-\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^5 = \left(\dots \frac{\dots}{\dots}\right)^5 \quad \left(\dots\right)^6 \cdot \left(\frac{8}{15}\right)^6 = 1$$

$$272 \quad \left(-\frac{5}{3}\right)^{11} \cdot \left(\dots\right)^{11} = \left(-\frac{10}{9}\right)^{11} \quad \left(-\frac{7}{6}\right)^9 \cdot \left(\dots\right)^9 = \left(+\frac{35}{18}\right)^9$$

$$273 \quad \left(\dots\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \left(\frac{3}{5}\right)^5 \quad \left(\dots\right)^9 \cdot \left(-\frac{20}{21}\right)^9 = \left(+\frac{2}{3}\right)^9 \quad \left(-\frac{27}{40}\right)^3 \cdot \left(\dots\right)^3 = 3^3$$

$$274 \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^9 : \left(-\frac{5}{3}\right)^9 = \left(\dots \frac{3}{\dots}\right)^9 \quad \left(-\frac{4}{3}\right)^8 : \left(\frac{4}{5}\right)^8 = \left(\dots\right)^8 \quad \left(\frac{25}{36}\right)^{15} : \left(\dots\right)^{15} = -1$$

$$275 \quad \left(-\frac{4}{3}\right)^{11} : \left(\dots\right)^{11} = \left(-\frac{8}{9}\right)^{11} \quad \left(\dots\right)^{21} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{21} = \left(+\frac{12}{5}\right)^{21} \quad \left(-\frac{19}{26}\right)^{33} : \left(\dots\right)^{33} = 1$$

Applicando le proprietà delle potenze, calcola il valore delle seguenti espressioni.

$$276 \quad \left[-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3\right]^2 : \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^4\right]^2 \quad \left[\frac{16}{81}\right]$$

$$277 \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^5 : \left(+\frac{1}{2}\right)^2 \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 : \left(+\frac{1}{2}\right)^5 \quad \left[\frac{1}{64}; -\frac{1}{4}\right]$$

$$278 \quad \left[\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^2 : \left(+\frac{2}{3}\right)^3 \quad \left[\left(-\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^3 : \left(-\frac{1}{10}\right)\right]^2 \quad \left[\frac{8}{27}; \frac{1}{10^8}\right]$$

$$279 \quad \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 : \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]^3 \quad \left\{\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^2\right\}^2 \quad \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{2^8}\right]$$

$$280 \quad \left\{\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^2\right]^6 : \left(-\frac{3}{4}\right)^3\right\}^2 : \left[\left(-\frac{3}{4}\right)^2\right]^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^4 \quad \left[\frac{3^{16}}{4^{16}}\right]$$

$$281 \quad \frac{\left(-\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^4}{\left[\left(-\frac{2}{5}\right)^2\right]^2} : \left(-\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \quad \left(-\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{9}{16}\right)^2 \cdot (-16)^2 \quad \left[\frac{4}{25}; 144\right]$$

$$282 \quad \left(-\frac{4}{25}\right)^3 : \left(+\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{25}{8}\right)^3 \quad (-2)^5 : \left(+\frac{8}{3}\right)^5 \quad \left(-\frac{4}{3}\right)^3 : \left(-\frac{2}{9}\right)^3 \quad \left[\left(\frac{5}{4}\right)^3; -\frac{3^5}{4^5}; 6^3\right]$$

$$283 \quad \left(-\frac{27}{4}\right)^4 : \left[\left(-\frac{4}{9}\right)^4 \cdot \left(+\frac{81}{16}\right)^4\right] \quad \left(\frac{2}{3}\right)^6 : \left(-\frac{4}{9}\right)^3 \quad [3^4; -1]$$

$$284 \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(+\frac{27}{4}\right)^5 : \left(+\frac{6}{5}\right)^5 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^5 \quad \left[\frac{3^5}{2^5}\right]$$

Individua il passaggio in cui è stato commesso un errore e correggilo.

$$285 \quad \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{9+4}{36} = \frac{13}{36} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \left(\frac{3}{4}\right)^{3 \cdot 5} = \left(\frac{3}{4}\right)^{15}$$

$$286 \quad \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{36+9+4}{36} = \frac{49}{36}$$

$$287 \quad \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^4 : \left(-\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^3 = \left(-\frac{3}{4}\right)^6 : \left(-\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{3^6}{4^6} \cdot (-4^5)$$

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

$$288 \quad \left\{ \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right]^3 \right\}^2 = \quad \mathbf{a} \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^7 \quad \mathbf{b} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{12} \quad \mathbf{c} \quad \frac{1}{2^7} \quad \mathbf{d} \quad -\frac{1}{2^{12}}$$

$$289 \quad \left(-2 + \frac{1}{2}\right)^2 = \quad \mathbf{a} \quad 4 + \frac{1}{4} \quad \mathbf{b} \quad -\left(+\frac{3}{2}\right)^2 \quad \mathbf{c} \quad \frac{9}{4} \quad \mathbf{d} \quad -\frac{9}{4}$$

$$290 \quad \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{16} : \left(-\frac{2}{3}\right)^9 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^5 \right]^2 = \quad \mathbf{a} \quad \frac{2^{24}}{3^{24}} \quad \mathbf{b} \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \quad \mathbf{c} \quad -\frac{16}{81} \quad \mathbf{d} \quad -\left(\frac{2}{3}\right)^{24}$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

ESERCIZIO SVOLTO

$$291 \quad \left[\frac{5}{12} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right]^2 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{4}\right)^2 \cdot \frac{36}{25} = \left(\frac{5-3}{12}\right)^2 \cdot \frac{36}{25} = \left(\frac{2}{12}\right)^2 \cdot \frac{36}{25} = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{36}{25} = \frac{1}{36} \cdot \frac{36}{25} = \frac{1}{25}$$

$$292 \quad \left[\frac{11}{4} - \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \right]^2 \cdot \frac{4}{5} \quad \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 : \left(2 + \frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left[\left(-\frac{1}{5}\right)^2 - 2 \right] \quad \left[\frac{1}{5}; -\frac{4}{25} \right]$$

$$293 \quad \left[-\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \right]^2 : \left[\left(-\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right)^2 \right] \quad \left[\frac{25}{36} \right]$$

$$294 \quad \left[\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 : \left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{2}{9} \right]^2 : \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \quad \left[-\frac{3}{4} \right]$$

$$295 \quad \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right]^3 : \left[\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \right]^2 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \quad \left[\frac{1}{4} \right]$$

$$296 \quad \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right]^3 : \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \quad \left[-\frac{1}{48} \right]$$

$$297 \quad \left[\frac{1}{2^3} \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3^2} \right] \cdot (-3^2) + \left[-\frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^3 \right] : \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \quad \left[-\frac{1}{2} \right]$$

$$298 \quad \left\{ \left[-\frac{1}{3^2} : \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 2 \right]^4 : \left(2 - \frac{1}{3}\right)^2 \right\} : \left(-\frac{1}{5}\right)^2 \quad [9]$$

$$299 \quad \left[-2^3 : (-2)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 : \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{2^2} : \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \right] : \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \quad [9]$$

$$300 \quad \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^7 \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^4 \right]^3 : \left[-\left(-\frac{2}{5}\right)^4 \right]^5 : \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2 \right]^3 \quad \left[-\frac{2}{5} \right]$$

$$301 \quad \left[-2^2 : \left(1 + \frac{1}{4}\right)^2 \right]^2 : \left(-\frac{4}{5}\right)^4 - \left[-5 : \left(1 + \frac{2}{3}\right) \right]^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \quad [17]$$

$$302 \quad \left[-\left(1 - \frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3} - 1\right)^2 : \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \frac{1}{9} \right] : \frac{11}{5} - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \quad \left[\frac{1}{9}\right]$$

$$303 \quad \left\{ \frac{2}{3} - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} \cdot (-2) \cdot \left(-1 - \frac{1}{2}\right) \right]^2 + \frac{3}{8} \right\} : \left(-\frac{5}{2}\right)^3 \quad \left[\frac{1}{30}\right]$$

$$304 \quad \frac{\left[\left(1 + \frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(2 - \frac{1}{2}\right)^4 \right]^2 : \left[\left(-\frac{3}{2}\right)^5 \right]^3}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(+\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^3} \quad \frac{\left\{ \left[-\frac{1}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \right]^8 : \frac{3}{8} \right\}^2}{\left[3 - \frac{4}{3} : \left(2 - \frac{2}{3}\right) \right]^6} \quad \left[8; \frac{1}{9}\right]$$

$$305 \quad \frac{\left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right]^3 : \left(-\frac{3}{4}\right)^2}{\left[2 - \left(\frac{2}{3} - 1\right)^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 \right]^5 : \left(-\frac{5}{3}\right)^4} - \frac{1}{5} \quad \left[\frac{1}{4}\right]$$

Potenze con esponente intero negativo

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

$$306 \quad 5^{-1} = \quad \text{a} \quad -5 \quad \text{b} \quad \frac{1}{5} \quad \text{c} \quad -\frac{1}{5} \quad \text{d} \quad 4$$

$$307 \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \quad \text{a} \quad \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \quad \text{b} \quad -\frac{2}{3} - 3 \quad \text{c} \quad \left(+\frac{2}{3}\right)^3 \quad \text{d} \quad \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot (-3)$$

$$308 \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \quad \text{a} \quad \frac{1}{3} - 1 \quad \text{b} \quad -\frac{1}{3} \quad \text{c} \quad -3 \quad \text{d} \quad 3$$

$$309 \quad \left(-\frac{5}{9}\right)^{-2} = \quad \text{a} \quad \left(\frac{5}{9}\right)^2 \quad \text{b} \quad \frac{10}{18} \quad \text{c} \quad \frac{81}{25} \quad \text{d} \quad -\frac{81}{25}$$

$$310 \quad \left(-\frac{4}{5}\right)^{-1} = \quad \text{a} \quad \frac{4}{5} \quad \text{b} \quad \frac{5}{4} \quad \text{c} \quad -\frac{5}{4} \quad \text{d} \quad -\frac{4}{5}$$

$$311 \quad \frac{1}{3^{-2}} = \quad \text{a} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^2 \quad \text{b} \quad -\frac{1}{9} \quad \text{c} \quad 3^{-2} \quad \text{d} \quad 9$$

COMPLETARE...

$$312 \quad \left(\frac{2}{9}\right)^{-2} = \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^2 \quad 5^{-3} = \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^3 \quad \left(\frac{5}{3}\right)^{-6} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\dots} \quad \left(\frac{1}{38}\right)^{-5} = 38^{\dots}$$

$$313 \quad \left(\frac{8}{11}\right)^{\dots} = \left(\frac{11}{8}\right)^2 \quad 2^{\dots} = \frac{1}{8} \quad \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{10}\right)^4 \quad \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^{-7} = 15^7$$

$$314 \quad 4^{-8} = \frac{1}{4^{\dots}} \quad \left(\frac{1}{5}\right)^2 = 5^{\dots} \quad \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^{\dots} \quad \left(\frac{3}{5}\right)^{\dots} = \left(-\frac{5}{3}\right)^4 \quad \frac{1}{a^{-n}} = a^{\dots}$$

315

a	-2	+6	-4	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$
b	-3	-1	-2	0	-1	-4
a^b						

316

a	-2	$\frac{1}{2}$		2	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$
b	-1		-3	-5		
a^b		8	-27		$\frac{9}{25}$	81
(-a)^{-b}						

317

a \ b	0	-1	-2	-3
-1	$a^b = \dots$	$a^b = \dots$	$a^b = \dots$	$a^b = \dots$
1	$a^b = \dots$	$a^b = \dots$	$a^b = \dots$	$a^b = \dots$
$\frac{1}{3}$	$a^b = \dots$	$a^b = \dots$	$a^b = \dots$	$a^b = \dots$

Calcola le seguenti potenze con esponente negativo.

318 $(-2)^{-3}$; $(+4)^{-1}$; $(-3)^{-2}$; $(-5)^{-3}$; 5^{-2}

$$\left[-\frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{9}; -\frac{1}{125}; \frac{1}{25}\right]$$

319 $(+1)^{-4}$; $(-1)^{-5}$; 4^{-3} ; $(-4)^{-3}$

$$\left[1; -1; \frac{1}{64}; -\frac{1}{64}\right]$$

320 $(-2)^{-2}$; $(+2)^{-2}$; $(-2)^{-5}$; $(+2)^{-5}$

$$\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{32}; \frac{1}{32}\right]$$

321 $(-5)^{-1}$; $(-3)^{-3}$; $(+3)^{-3}$; $(-1)^{-6}$

$$\left[-\frac{1}{5}; -\frac{1}{27}; \frac{1}{27}; 1\right]$$

322 $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}$; $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}$; $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$; $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2}$

$$\left[-\frac{3}{2}; +\frac{4}{9}; \frac{5}{3}; \frac{9}{25}\right]$$

323 $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$; $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$; $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$; $\left(+\frac{1}{3}\right)^{-2}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$

$$\left[-8; 9; \frac{16}{9}; 9; \frac{81}{16}\right]$$

324 3^{-4} ; $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$; $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}$; $\left(\frac{5}{2}\right)^{-2}$

$$\left[\frac{1}{81}; \frac{25}{9}; -\frac{125}{27}; \frac{4}{25}\right]$$

325 $\left(-\frac{5}{2}\right)^{-2}$; $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$; $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$; $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

$$\left[\frac{4}{25}; -\frac{125}{8}; 25; 25\right]$$

Scrivi le seguenti espressioni sotto forma di potenze di un numero intero.

ESERCIZIO SVOLTO

326 $\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$

$$\left(-\frac{1}{8}\right)^{-3} = (-8)^3$$

327 $\frac{1}{3}$; $\left(+\frac{1}{2}\right)^3$; $\left(-\frac{1}{5}\right)^4$; $\frac{1}{7^3}$

$$[3^{-1}; 2^{-3}; (-5)^{-4} = 5^{-4}; 7^{-3}]$$

328 $-\frac{1}{(-3)^2}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{-3^{-2}}$; $\frac{1}{10^4}$

$$[-3^{-2}; 3^{-2}; -3^2; 10^{-4}]$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze.

ESERCIZI SVOLTI

329 $7^{-3} \cdot 7^{-5} = 7^{-3+(-5)} = 7^{-8} = \frac{1}{7^8}$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2+4} = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

330 $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 3^{-7} = \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \left(\frac{1}{3}\right)^{5+7} = \left(\frac{1}{3}\right)^{12} = \frac{1}{3^{12}}$

oppure

$\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 3^{-7} = \frac{1}{3^5} \cdot 3^{-7} = 3^{-5} \cdot 3^{-7} = 3^{-5-7} = 3^{-12} = \frac{1}{3^{12}}$

331 $4^{15} : 4^{-10} = 4^{15-(-10)} = 4^{15+10} = 4^{25}$ oppure $4^{15} : 4^{-10} = 4^{15} \cdot 4^{10} = 4^{15+10} = 4^{25}$

332 $(2^{-5})^{-6} = 2^{-5 \cdot (-6)} = 2^{30}$ $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right]^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3 \cdot 4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-12} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$

333 $\left(\frac{1}{5}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-7+(-4)+3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-8} = 5^8$

334 $\left(-\frac{2}{3}\right)^{10} : \left(-\frac{2}{3}\right)^{-5} : \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^7 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{10-(-5)-(-4)+7} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{10+5+4+7} =$
 $= \left(-\frac{2}{3}\right)^{26} = \left(\frac{2}{3}\right)^{26}$

335 $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$ $\left[-\frac{27}{8}; -2\right]$

336 $\left(-\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-4}$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 : \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-5}$ $[5^4; 1]$

337 $\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} : \left(-\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^4\right]^{-1}$ $\left\{-\left[-\left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^{-3}\right\}^{-1}$ $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^2$ $\left[-\frac{3}{4}; \frac{1}{5^6}; \frac{81}{16}\right]$

338 $\left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot (-2)^{-3}\right]^4 : \left[\left(\frac{1}{4}\right)^{-4} : \left(-\frac{1}{4}\right)^{-3}\right]^2$ $\{[(-1)^{-2}]^{-3}\}^{+2}$ $\left[\frac{1}{2^8}; 1\right]$

339 $[(-3)^{-1}]^2$ $\left[\left(+\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^{-2}$ $\left[\left(+\frac{3}{2}\right)^{-3}\right]^{-1}$ $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-1}$ $\left[\frac{1}{9}; \frac{1}{16}; \frac{27}{8}; \frac{1}{9}\right]$

340 $\left\{\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{-1}\right]^{-2}\right\}^{-3}$ $\{[(-2)^{-2}]^{-1}\}^{-2}$ $[(-2)^2]^{-3}$ $\{[(-3)^{-1}]^2\}^{-2}$ $\left[5^6; \frac{1}{16}; \frac{1}{64}; 81\right]$

341 $\{-[-(-2)^{-1}]^{-2}\}^{-2}$ $\left\{\left[-\left(-\frac{1}{10}\right)^2\right]^{-3}\right\}^3$ $\left\{\left[\left(-\frac{1}{10}\right)^{-2}\right]^{-1}\right\}^{-2}$ $\left[\frac{1}{16}; -10^{18}; 10^4\right]$

342 $2^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 : (-2)^{-5}$ $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} \cdot 2^{-3} \cdot 5^4 : \left(-\frac{5}{2}\right)^3$ $\left[-\frac{1}{4}; -25\right]$

343 $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^{-1}\right]^{-3} : \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 : \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} + \frac{1}{4} : \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot (-3)^{-2}$ $\left[-\frac{2}{3}; -\frac{5}{9}\right]$

344 $-[5^{-1} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}] \cdot \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^{-3} \cdot \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^{-4}\right]^{-1}$; $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} : (1^{-1} + 2^{-2}) : \left(-\frac{5}{2}\right)^{-3}$ $\left[\frac{2^{11}}{5^{11}}; -\frac{200}{9}\right]$

345 $\left(\frac{2}{3}\right)^4 : \left(\frac{2}{3}\right)^{-7} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-5} \cdot 3^6$ $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{-8}\right]^{-2} : 5^{-4} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} : 5^{12}$ $\left[64; \frac{1}{5^{20}}\right]$

Individua l'errore e correggilo.

346 $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(+\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{2}{3}$ $2^{-2} + 2^{-3} = 2^{-5}$ $\frac{5^3 - 5^2}{(5-3)^2} = \frac{5}{4}$ $3^{-2} \cdot 3^{-5} = 3^{10}$

347 $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot (-3)^3 = \left(+\frac{1}{3}\right)^5$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot (-3)^3 = -3^{-5}$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot 2^5 = 2^{-2} \cdot 2^5 = 2^3$

COMPLETARE...

348 $8^{\dots} : 8^{10} = 8^{-3}$ $7^{\dots} \cdot 7^5 = 7^{-2}$

349 $(5^{\dots})^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^6$ $\left[\left(\frac{1}{9}\right)^{-2}\right]^3 = 3^{\dots}$

350 $\left[\left(-\frac{2}{7}\right)^{\dots}\right]^6 = \left(\frac{7}{2}\right)^{12}$ $\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^3\right]^{\dots} = -\left(\frac{4}{3}\right)^{15}$

351 $\frac{3^2 \cdot 5 \cdot 7^3}{3 \cdot 5^3 \cdot 7^5} = 3^{\dots} \cdot 5^{\dots} \cdot 7^{\dots}$ $\frac{10^3 \cdot 5^2 \cdot 6^{\dots}}{10^4 \cdot 5^3 \cdot 6^3} = 10^{\dots} \cdot 5^{\dots} \cdot 6^{-1}$

352 $\frac{4^{-3} \cdot 5^{\dots} \cdot 7^{-4}}{4^2 \cdot 5^{-4} \cdot 7^{\dots}} = 4^{\dots} \cdot 5^5 \cdot 7^{-1}$ $\frac{(2 \cdot 3 \cdot 5^2)^{-2}}{3^{-2} \cdot 5^3} = 2^{\dots} \cdot 5^{\dots}$

353 $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{\dots} = \left(\frac{2}{3}\right)^5$ $\left(-\frac{7}{4}\right)^{\dots} : \left(\dots \frac{4}{7}\right)^{-5} = \frac{16}{49}$

354 $\left[-3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^{\dots} = 3^{12}$ $\left[\left(\dots \frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^2\right]^3 = -\left(\frac{2}{5}\right)^{\dots}$

Applicando le opportune proprietà delle potenze, calcola il valore delle seguenti espressioni.

ESERCIZI SVOLTI

355 $\frac{(8^5 \cdot 2^3)^4 : 4^4}{8^5 \cdot 16^{-2}} = \frac{[(2^3)^5 \cdot 2^3]^4 : (2^2)^4}{(2^3)^5 \cdot (2^4)^{-2}} = \frac{(2^{15+3})^4 : 2^8}{2^{15} \cdot 2^{-8}} = \frac{2^{18 \cdot 4} : 2^8}{2^7} = 2^{72-8-7} = 2^{57}$

356 $\frac{(3^4 : 27^{-3})^3 : 243^3}{(27 : 3^{-4})^2} = \frac{[3^4 : (3^3)^{-3}]^3 : (3^5)^3}{(3^3 : 3^{-4})^2} = \frac{(3^4 : 3^{-9})^3 : 3^{15}}{(3^{3+4})^2} = \frac{3^{13 \cdot 3} : 3^{15}}{3^{14}} = \frac{3^{39-15}}{3^{14}} = 3^{24-14} = 3^{10}$

357 $\frac{(4^3 \cdot 2^5)^3 \cdot 4^{-5}}{2^{-3} : 2^{-4}}$ $\frac{27^2 : (-3)^5 \cdot 9^{-3}}{81^{-4} \cdot (-3)^2}$ $[2^{22}; -3^9]$

358 $\left[(5^{-3})^2 \cdot (-25)^{-2} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}\right] \cdot \left[\left(1 - \frac{4}{5}\right)^{-2}\right]^5$ $\left[\frac{1}{125}\right]$

359 $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{4}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^3}$ $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^3}{\left(\frac{9}{4}\right)^4}$ $\left[1; \left(\frac{2}{3}\right)^{21}\right]$

360 $\frac{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^7\right]^3 : \left(\frac{1}{27}\right)^3}{3^4 : 3^7}$ $\frac{\left[\frac{4}{9} : \left(-\frac{2}{3}\right)\right]^4 : \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}}{(-2)^2 \cdot (-3)^{-2}}$ $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{45}; -\frac{3}{2}\right]$

361 $\frac{\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]^3 : \frac{1}{25}}{\left(-\frac{1}{25}\right)^{-2} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}}$ $\frac{\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}\right]^{-2} : \left(\frac{3}{5}\right)^{-8}}{\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-14}\right]^2} \cdot \left(\frac{125}{27}\right)^{-10}$ $\left[\frac{1}{5^7}; \left(\frac{3}{5}\right)^{74}\right]$

$$362 \quad \frac{-4^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{-3} : (-4)^5 + \left(1 - \frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(2 - \frac{2}{5}\right)}{\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-8} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^6 : \left(-\frac{3}{4}\right)^{-11}\right] \cdot \frac{3}{4}} \quad \left[\frac{27}{80}\right]$$

$$363 \quad \left[\frac{2^{-3} : 2^{-8}}{8^{-1} : 32^{-3}} \cdot 2^7 + \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 9^4}{\left(-\frac{1}{27}\right)^{-4} : 3^{-11}} : 3^{-20} \right]^5 \quad [32]$$

ESERCIZIO SVOLTO

$$364 \quad \frac{6^4 \cdot 12^{-5}}{\left(\frac{1}{18}\right)^3}$$

Possiamo scrivere l'espressione data nella forma

$$6^4 \cdot 12^{-5} : \left(\frac{1}{18}\right)^3 = 6^4 \cdot 12^{-5} \cdot 18^3$$

Ora conviene scomporre in fattori primi le basi delle potenze e applicare le varie proprietà delle potenze. L'espressione considerata diventa così

$$(2 \cdot 3)^4 \cdot (2^2 \cdot 3)^{-5} \cdot (2 \cdot 3^2)^3 = \underline{2^4 \cdot 3^4} \cdot \underline{2^{-10} \cdot 3^{-5}} \cdot \underline{2^3 \cdot 3^6} = 2^{4+(-10)+3} \cdot 3^{4+(-5)+6} = \underline{2^{-3} \cdot 3^5}$$

Il risultato dell'espressione data può essere scritto anche

$$\frac{3^5}{2^3} \quad \text{oppure} \quad \frac{243}{8}$$

$$365 \quad 12^6 \cdot 24^3 \cdot 18^{-4} \quad \frac{18^3 \cdot 12^{-1}}{24^{-4}} \quad 6^4 : 12^{-5} \cdot 18^3 \quad [2^{17} \cdot 3; 2^{13} \cdot 3^9; 2^{17} \cdot 3^{15}]$$

$$366 \quad 12^3 \cdot 18^{-2} : 24^{-1} \quad 6^{-3} \cdot (-36)^{-3} : \left[6 + \left(-\frac{1}{18}\right)^{-1}\right]^{-3} \cdot 27 \quad \left[128; \frac{1}{216}\right]$$

$$367 \quad \frac{144^{20} : 18^{-11} : \left(-\frac{1}{12}\right)^{-4}}{36^5} \quad \frac{-75 : (-5)^{-3} \cdot 27^{-2}}{\left(\frac{1}{25}\right)^{-4}} \quad \left[2^{73} \cdot 3^{48}; \frac{1}{3^5 \cdot 5^3}\right]$$

$$368 \quad \frac{\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-7} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-4} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right] \cdot \frac{2^4}{3^5}}{-3^2 \cdot \frac{1}{81} : 6^{-2} + 2^3 : 2^5 : 2^{-3}}; \quad \left(\frac{12^3 : 18^{-2}}{6^{-4}} - \frac{24^6 \cdot 3^5}{2^3}\right)^0 \quad \left[\frac{1}{4}; \text{non ha significato}\right]$$

ESERCIZI DI RIEPILOGO SULLE OPERAZIONI CON I NUMERI RAZIONALI

$$369 \quad \text{Indica e poi calcola il quoziente tra il reciproco di } -15 \text{ e l'opposto della somma tra } -\frac{1}{3} \text{ e } \frac{1}{5}. \quad \left[-\frac{1}{2}\right]$$

$$370 \quad \text{Indica e calcola la somma tra il quadrato dell'opposto di } \frac{2}{3} \text{ e il reciproco della differenza tra } 2 \text{ e } \frac{1}{4}. \quad \left[\frac{64}{63}\right]$$

$$371 \quad \text{Traduci in un'espressione le seguenti operazioni: dividere l'opposto della somma tra il quadrato di } -\frac{1}{4} \text{ e il cubo di } \frac{1}{2} \text{ per il reciproco della differenza tra } \left(-1 + \frac{1}{3}\right)^2 \text{ e il cubo di } \left(1 + \frac{1}{3}\right). \text{ Calcola poi il valore dell'espressione ottenuta.} \quad \left[\frac{13}{36}\right]$$

372 Verifica se l'uguaglianza $\left(2 + \frac{1}{4}\right)^{-1} = \frac{1}{2} + 4$ è vera o falsa e giustifica la risposta. [falsa]

373 Moltiplica il reciproco del quadrato della somma di 10 con il cubo di -3 per la somma del quadrato di -7 con il prodotto di 15 per la quarta potenza di -2 . Calcola il valore dell'espressione che traduce le operazioni indicate. [1]

374 Il quadrato della differenza fra $+3$ e $+2$ deve essere sottratto dal cubo del reciproco di -3 ; il risultato deve essere diviso per l'opposto del quadrato di $\left(1 - \frac{1}{3}\right)$. Calcola il valore dell'espressione che traduce le operazioni indicate. $\left[\frac{7}{3}\right]$

375 Aggiungi al quadrato della differenza tra -3 e -5 la differenza tra il quadrato di -3 e il quadrato di -5 ; moltiplica il reciproco del risultato per l'opposto del cubo di $\left(-1 - \frac{1}{2}\right)$. Calcola il valore dell'espressione ottenuta. $\left[-\frac{9}{32}\right]$

376 Il reciproco del cubo dell'opposto di $\left(-1 - \frac{1}{2}\right)$ deve essere sottratto dall'opposto del cubo di $\left(+3 - \frac{1}{3}\right)$; il risultato deve essere diviso per il prodotto di $+13$ per il quadrato di $\left(-\frac{2}{3}\right)$. Calcola il valore dell'espressione che traduce le operazioni indicate. $\left[-\frac{10}{3}\right]$

377 La somma di $\frac{3}{5}$ con l'opposto di $\frac{3}{4}$ deve essere sottratta dal cubo di $\frac{2}{3}$; il risultato deve essere moltiplicato per il quadrato di $-\frac{3}{2}$. Che numero si ottiene? $\left[\frac{241}{240}\right]$

378 La differenza tra il reciproco di $\frac{4}{5}$ e il quadrato di $-\frac{1}{2}$ deve essere sottratta dal reciproco del quadrato della differenza tra 2 e $\frac{1}{3}$. Scrivi l'espressione che traduce le operazioni indicate e calcolane il valore. $\left[-\frac{16}{25}\right]$

379 La somma del quadrato di $\frac{3}{4}$ con il cubo di $-\frac{1}{2}$ deve essere sottratta dal prodotto di $\frac{5}{6}$ per l'opposto di $\frac{9}{20}$; il risultato deve essere diviso per la differenza tra il quadrato di 5 e il reciproco di $\frac{2}{37}$. Scrivi l'espressione che traduce le operazioni indicate e calcolane il valore. $\left[-\frac{1}{8}\right]$

380 Scrivi l'espressione che traduce le seguenti operazioni e calcolane il valore: la somma di $\frac{3}{5}$ con l'opposto di $\frac{2}{7}$ viene elevata a (-2) e il risultato viene diviso per il triplo della differenza tra il cubo di $\left(-\frac{1}{3}\right)$ e il quadrato del reciproco di $\left(-\frac{3}{4}\right)$. $\left[-\frac{225}{121}\right]$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

381 $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - 2^2\right]^2 : \frac{25}{9} + \left(2 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{10}\right)^{-1}$ [6]

382 $\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^2\right]^3 \cdot \left(\frac{1}{4} - 1\right)^5 : \left[\left(-\frac{3}{4}\right)^5\right]^2 - (-2)^{-3}$ $\left[-\frac{5}{8}\right]$

383 $[2^5 : (2^{-3} \cdot 2^6)]^{-2} \cdot \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}\right]^2 - \left(-\frac{4}{3}\right)^{-2}$ [0]

- 384** $\left[\left(-1 - \frac{1}{3} \right)^2 \cdot \left(-1 + \frac{1}{3} \right)^{-2} - \left(1 + \frac{1}{4} \right) : \left(1 - \frac{1}{4} \right) \right]^2 : \left[\left(\frac{3}{5} \right)^{-1} - 2^2 \right]^2$ [1]
- 385** $(-2)^{-2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{6} \right)^2 : \left[\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3^{-2} \right]^2$ $\left[\frac{5}{4} \right]$
- 386** $\left[\frac{2}{5} : \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{5}{2} \right)^2 + 1 \right] \cdot \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right) \cdot \left(-2 - \frac{1}{3} \right)^{-2}$ $\left[-\frac{9}{7} \right]$
- 387** $\frac{1}{5} : \left[\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{5} \right)^2 \right] - \left[-\frac{1}{2} + \left(-2 - \frac{1}{2} \right)^{-1} \right]$ $\left[\frac{17}{5} \right]$
- 388** $\left[\frac{3}{5} + \left(-\frac{2}{3} \right) \left(1 - \frac{2}{5} \right) \right] : \left[\frac{1}{5} - \frac{1}{10} \left(-\frac{2}{3} \right) : \left(-\frac{1}{3} \right)^2 \right]$ $\left[\frac{1}{4} \right]$
- 389** $\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) : \left[\frac{1}{3} - \frac{5}{6} - \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right] - \left(1 - \frac{1}{3} \right)^2 : \left(1 + \frac{1}{3} \right)^2$ $\left[\frac{1}{12} \right]$
- 390** $\left(-1 - \frac{1}{2} \right)^3 \cdot \left\{ -\frac{1}{3^2} + \left[\left(-\frac{1}{6} \right) : \left(-\frac{7}{6} \right) + \frac{6}{7} : \left(\frac{1}{2} - 1 \right) - \frac{3}{7} \right] \cdot 2^{-1} \right\}$ $\left[\frac{15}{4} \right]$
- 391** $-2^{-2} \cdot \left\{ \left[\left(\frac{6}{5} - \frac{3}{4} \right) \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{3} : \left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4} \right) \right] : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} \right) + (-2)^{-3} \right\} - \left(-\frac{4}{3} \right)^{-2}$ $\left[-\frac{7}{16} \right]$
- 392** $\left\{ \left[\left(-\frac{1}{3} \right)^{-3} \right]^4 \cdot \left[\left(-\frac{1}{3} \right)^{-4} \right]^{-2} + (-3)^2 \right\} : [-5 \cdot (-3)^2] + [(-2)^3]^{-1}$ $\left[-\frac{17}{8} \right]$
- 393** $\left[\left(-\frac{1}{3} \right)^6 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^2 : \left(-\frac{1}{3} \right)^7 \right]^3 : \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - \left[-\left(-\frac{1}{2} \right) \cdot 2 \right]^3 - \left(-\frac{1}{3} \right)^0 - \left(-\frac{3}{7} \right)^{-1}$ [0]
- 394** $-4 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)^{-2} \cdot \left[\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) : \left(\frac{7}{30} - \frac{5}{12} \right) - \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{2} \right) : \left(-\frac{3}{2} \right) \right] : \left(1 + \frac{4}{7} \right)^{-1}$ [1]
- 395** $\frac{3}{4} : \left(-1 + \frac{5}{3} \cdot 6 \right) \cdot \left(\frac{7}{3} - 3 : \frac{9}{2} \right) + \left| -1 + \left(2 - \frac{1}{2} \right) \right| - \left| \frac{1}{3} - \left(1 - \frac{1}{3} \right) \right|$ $\left[\frac{11}{36} \right]$
- 396** $\left\{ \left[\left(\frac{6}{5} - \frac{5}{6} \right) : \left(\frac{7}{6} - \frac{4}{5} \right) - \left(1 + \frac{1}{3} \right)^{-2} : \left(1 + \frac{1}{2} \right)^2 \right] : \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \right) \right\}^{-1}$ $\left[-\frac{5}{3} \right]$
- 397** $\left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{5} \right) \cdot \left(-\frac{3}{11} - \frac{1}{2} \right) : \left(-\frac{1}{4} - \frac{3}{10} \cdot 2 \right) : \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^{-6} \right]^4 - \frac{1}{2^{25}}$ $\left[-\frac{1}{2^{24}} \right]$
- 398** $-3^2 + \frac{1}{3 \cdot 2^{-3}} : \left[-\left(-\frac{4}{3} \right)^2 \right] - 2 \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \right)^{-1}$ [-12]
- 399** $\frac{\frac{7}{2} - \left(-\frac{1}{14} \right) \cdot \left(2 - \frac{3}{5} \right) - \frac{28}{3}}{-\frac{2}{5} - 2 + (-2) \cdot \left(-\frac{1}{6} \right)} - (-2)^3 \cdot \left(-\frac{3}{31} \right)$ [2]
- 400** $\frac{-\frac{4}{3} + \frac{1}{3} : \left(-\frac{1}{2} \right)^3}{-2 + \frac{1}{3}} - \frac{-\frac{3}{2} + 2^{-3} \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \right)}{\left(-\frac{7}{12} \right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{7} \right)} + \frac{108}{35}$ [0]
- 401** $\left[\frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{-3 + \frac{3}{4}} + \frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{5}}{-3 + \left(-\frac{1}{2} \right)^2} \right] \left(-\frac{3}{2} \right)^2 - \frac{43}{20}$ [0]

$$402 \quad \frac{\left(-\frac{4}{3}\right)^{-2} \cdot \left(3 + \frac{1}{2^{-2}}\right)}{-\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 5 - \frac{2}{3}} + \frac{1}{2} \cdot \left(-2 - \frac{1}{3}\right)^{-1} \quad \left[\frac{3}{4}\right]$$

$$403 \quad \frac{-\left(2 - \frac{1}{2}\right)^{-3} - \left[\frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right)\right]^{-1}}{\left\{-2^3 \left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2\right] - 9\right\}^{-3}} \quad [-53]$$

$$404 \quad \frac{[(-2)^2 - (-2)^{-1}] \cdot \left[-2 - \left(-\frac{5}{2}\right)^{-1}\right]}{\frac{3}{(-2)^2} \cdot (-2)^{-2} \cdot (-2)^3} - (-5)^{-1} \quad [5]$$

$$405 \quad \frac{\left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot [3 + (-2)^{-2}] : \left(3 - \frac{2}{5}\right)}{\left[\left(-\frac{5}{2}\right)^2\right]^{-3} : \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^3\right]} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^3 \quad \left[\frac{1}{3}\right]$$

$$406 \quad \left(\frac{5}{2^{-1} + 3^{-1}} - \frac{1}{3^{-1} - 4^{-1}}\right) \cdot \left(\frac{1}{2^{-1} - 3^{-1}} - \frac{7}{3^{-1} + 4^{-1}}\right) \cdot \left(\frac{5}{6} - 1\right)^2 \quad [1]$$

$$407 \quad \frac{2^{-4} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)^{-2}}{(3^{-2} - 3^{-1})^2} \quad \left[\frac{81}{4}\right]$$

$$408 \quad \frac{\left[\left(-\frac{4}{3}\right)^{-1} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{7}{9}\right] : \left[(-3)^{-1} : (-3)^{-2} + \frac{1}{2}\right] - 3^{-2}}{[(-3^4) : (-3^2)]^{-1}} \quad [1]$$

$$409 \quad \left[1 - \frac{1}{3 \cdot (-2)^{-2}}\right] \cdot \frac{(-3)^2 : \left(-\frac{3}{5}\right)}{(-5)^2 : \left(-\frac{5}{3}\right)} \quad \left[-\frac{1}{3}\right]$$

$$410 \quad \frac{(2^{-3} - 2^{-2}) \cdot (-2)^3 + \left[5^{-2} - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] : \left(-\frac{4}{15}\right)^2}{-5^2 \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right)^{-2}} \quad [0]$$

$$411 \quad \frac{\left(-\frac{1}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + 1\right) - \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}{-\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 2^{-2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}} \quad \left[-\frac{4}{27}\right]$$

$$412 \quad \frac{\frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 2} + \frac{-2}{-\left(-\frac{5}{2}\right)^{-2} - 1} : \left(7 + \frac{1}{4}\right)^{-1}}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 2} + \frac{-2}{-\left(-\frac{5}{2}\right)^{-2} - 1} : \left(7 + \frac{1}{4}\right)^{-1} \quad \left[\frac{33}{2}\right]$$

$$413 \quad \frac{(-3)^4 : (-3)^3 + 2^{-1} : 2}{(-3)^9 : (-3)^8 + 2^{-1}} + \frac{-3^3 : (-3)^2 + 3 : 3^{-1} + 1}{[-(-2)^{-2} : (-2)^3]^{-1}} - \left(\frac{32}{7}\right)^{-1} \quad \left[\frac{11}{10}\right]$$

$$414 \quad \frac{-4\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left[\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{7}{30} - \frac{5}{12}\right) - \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) : \left(-\frac{3}{2}\right)\right]}{\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} - 1\right) - \left[-2^2\left(3 - \frac{1}{2}\right) + 2\left(3 + \frac{1}{2}\right)\right]} \quad \left[\frac{5}{22}\right]$$

$$415 \quad \frac{\left[-\left(1 - \frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3} - 1\right)^2 : \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \frac{1}{9}\right] : \frac{11}{5} - \left(-\frac{2}{3}\right)^2}{\frac{2}{5} - \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^7 \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)\right]^3 : \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^4\right]^5 : \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)\right]^{2 \cdot 3}}$$

[non ha significato]

$$416 \quad \frac{\left[-2^3 : (-2)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 : \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{2^2} : \left(-\frac{1}{2}\right)^3\right] : \left(-\frac{1}{3}\right)^3}{\left\{\left[-\frac{1}{3^2} : \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 2\right]^4 : \left(2 - \frac{1}{3}\right)^2\right\} : \left(-\frac{1}{5}\right)^2} \quad [1]$$

$$417 \quad \frac{\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5}\right) \left\{-3^4 : \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left[\left(1 - \frac{1}{3}\right)^3 : (-2^3)\right] (-3^3)\right\}}{\left[\frac{1}{2^3} \left(-1 - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3^2}\right] (-3^2)} \quad [-2]$$

$$418 \quad \frac{\left\{\left[-\frac{1}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^8 : \frac{3}{8}\right\}^2 \cdot (-3)^2 + \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} : \left(-1 - \frac{1}{2}\right)^{-1}}{\left[3 - \frac{4}{3} : \left(2 - \frac{2}{3}\right)\right]^6} \quad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$419 \quad \frac{\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2 : \left(-\frac{2}{3}\right)\right]^4 : \left(-\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2}{\left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 : \left(-\frac{3}{4}\right)^2 : \left\{2 - \left(\frac{2}{3} - 1\right)^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^3\right\}^5 : \left(-\frac{5}{3}\right)^4} : \left(-\frac{2}{3}\right)^2} \quad \left[\frac{5}{3}\right]$$

$$420 \quad \frac{\left[-\frac{5}{8} \left(-4 + \frac{1}{2}\right) (-7)^{-2} + (-2)^{-4} + \frac{3}{4} (+7)^{-1}\right] \left(-6 - \frac{2}{3}\right)}{4^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : (-5)^{-1} : \left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + (-2)^{-3}\right] : \left(2 + \frac{3}{7}\right)^{-1}} \quad [6]$$

$$421 \quad \frac{-\frac{1}{2^2} \left(2 - \frac{1}{2}\right) : \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left[\left(3 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right) - 2^{-1} : 3^{-2}\right]}{-2 \left[\left(1 + \frac{1}{4}\right) : \left(2 - \frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 : \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right] + \left(\frac{1}{5} - 1\right)^{-1}} \quad \left[-\frac{4}{3}\right]$$

$$422 \quad \left[1 - \frac{1}{3(-2)^{-2}}\right] \cdot \frac{(-3)^2 : \left(-\frac{3}{5}\right)}{(-5)^2 : \left(-\frac{5}{3}\right)} + \frac{1}{3 \cdot 2^{-3}} : \left[-\left(-\frac{4}{3}\right)^2\right] \quad \left[-\frac{11}{6}\right]$$

$$423 \quad \frac{(2^{-3} - 2^{-2})(-2)^3 + \left[5^{-2} - \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right] : \left(-\frac{4}{15}\right)^2}{\left(-\frac{1}{3} - 1\right) \left(\frac{1}{3} + 1\right) - \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + \frac{4}{9}} \quad \text{[non ha significato]}$$

$$424 \quad \left\{ \frac{\left[-\frac{5}{8} \cdot \left(-4 + \frac{1}{2}\right) \cdot (-7)^{-2} + (-2)^{-4} + \frac{3}{4} \cdot 7^{-1}\right] \cdot \left(-6 - \frac{2}{3}\right)}{4^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : (-5)^{-1} : \left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + (-2)^{-3}\right]} - \frac{109}{7} \right\}^{19} \quad [-1]$$

$$425 \quad \frac{(-12)^4 : (-36)^8}{\left(\frac{2}{9}\right)^{-3} \cdot \frac{18^3}{12^2}}; \quad \frac{-2^8 : \left(-\frac{1}{3}\right)^{-7}}{(12^{-5} : 8^{-4})^{-3} : (-36)^{-4}} \quad \left[\frac{1}{2^4 \cdot 3^{22}}; \frac{2^6}{3^{30}} \right]$$

$$426 \quad \frac{(4^{-3} : 16^{-2})^{-8}}{\left[\left(\frac{1}{32}\right)^3\right]^2 : \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^{-4}}; \quad \frac{\left[\left(\frac{1}{27}\right)^2\right]^3 : \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-4}}{(9^{-4} : 27^{-2})^{-6}} \quad [2^6 \cdot 3^{22}]$$

$$427 \quad \left[\frac{18^{12} \cdot 12^8 : 24^9}{3^{23}} - \frac{(27^{-4} : 9^4)^{-2} : 81^{-3}}{3^{51}} \right]^{251}; \quad \left[\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^6 : \left(-\frac{1}{2}\right)^{-12} \cdot \frac{2^{45}}{3^{31}}}{\left(\frac{27}{4}\right)^3 : \left(\frac{8}{81}\right)^{-12} : \left(\frac{2}{9}\right)^4} - 3 \right]^{157} \quad [-1; -1]$$

428 Calcola il valore dell'espressione $A = \frac{18^{12} \cdot 12^8 : 24^9}{4 \cdot 3^{36}}$ e, successivamente, quello dell'espressione $B = A + \frac{1}{2 \cdot 3^{13}}$. $[A = 2^{-1} \cdot 3^{-13}; B = 3^{-13}]$

Spiega perché le seguenti espressioni non hanno significato.

$$429 \quad \frac{2^{-1} + \frac{3}{2^2} \left(1 - \frac{1}{3}\right) - 2^{-2} : \left(1 - \frac{1}{4}\right)}{(-3)^{-3} (-3)^2 : (-3)^{-1} - \frac{2}{2^2 + 1} (2 + 2^{-1})} \quad \frac{-5^2 \cdot \frac{-2^3 \cdot 2^{-2}}{3 - (-2)^3 : (-2)^2}}{(3^2 + 1)^2 \cdot 10^{-1} - (2^2 + 1) \cdot 2^{-3} \cdot (-2)^4}$$

$$430 \quad \frac{[-2^2 - (-2)^2 (-2)^{-3} : (1 - 2^{-2})]^{-1} - 3 : [(-2)^{-1} (2^2 + 1)^{-1}]^{-1}}{(-3^3)^{-2} : (-3)^{-5} + 3^{-1}}$$

Frazioni e numeri decimali

RICORDIAMO LA TEORIA

■ **Frazione decimale:** è una frazione che ha per denominatore una potenza di 10.

■ **Numero decimale**



■ **Per trasformare una frazione in numero decimale** si divide il numeratore per il denominatore.

■ **Per trasformare un numero decimale finito in frazione** si scrivono al numeratore le cifre del numero, senza la virgola, e al denominatore si scrive 1 seguito da tanti zeri quante sono le cifre che seguono la virgola.

■ **Per trasformare un numero decimale periodico in frazione** si procede così.

- Si esegue la sottrazione tra il numero intero formato dalle cifre del numero dato, scritto senza virgola, e il numero intero formato dalle cifre che precedono il periodo; quindi si scrive al numeratore la differenza ottenuta.
- Si scrive al denominatore un numero formato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo, seguito da tanti zeri quante sono le cifre dell'antiperiodo.

■ **Notazione esponenziale**

Un numero è espresso in forma esponenziale quando è scritto come prodotto di un numero decimale finito (*parte significativa*) per una potenza di 10.

■ **Notazione scientifica**

La notazione scientifica è un caso particolare di notazione esponenziale, in cui il valore assoluto della parte significativa è maggiore o uguale a 1 e minore di 10.

QUESITI

- 431** Indica la parte intera e la parte frazionaria del numero 15,74.
- 432** Come si trasforma una frazione in numero decimale? Quando si può dire che il numero ottenuto è decimale finito?
- 433** Che cos'è un numero decimale periodico?
- 434** Che cosa s'intende per periodo e per antiperiodo di un numero periodico?
- 435** Quando un numero periodico è detto periodico semplice? Quando periodico misto?
- 436** Quali tipi di numero decimale sono generati dalle frazioni $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{15}$?
- 437** Spiega perché il numero $12,34 \cdot 10^{-25}$ non è espresso in notazione scientifica.

VERO O FALSO?

- 438**
- a.** Una frazione decimale è una frazione che ha 10 al numeratore. V F
- b.** La parte intera di un numero decimale è quella che precede la virgola. V F
- c.** Una frazione che ha denominatore uguale a 100 genera un numero decimale finito. V F
- d.** La frazione generatrice di un numero periodico ha al denominatore un numero le cui cifre sono tutte uguali a 9. V F
- 439**
- a.** Il numero 5000, scritto in notazione scientifica, è $0,5 \cdot 10^4$. V F
- b.** Un numero si può scrivere in un solo modo in notazione scientifica. V F
- c.** Forma esponenziale e notazione scientifica sono la stessa cosa. V F
- d.** I numeri negativi non si possono scrivere in forma esponenziale. V F

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 440** $\frac{2}{5} =$ a 2,5 b 5,2 c 0,4 d 20,5
- 441** $\frac{2}{3} =$ a $0,\bar{6}$ b 0,6666667 c 2,3 d 3,2
- 442** $\frac{100}{80} =$ a 0,8 b 100,80 c 80,100 d 1,25
- 443** $\frac{555}{100} =$ a 5,55 b 555,100 c 100,555 d $5,\bar{5}$ e $0,\bar{5}$
- 444** $5,2 =$ a $\frac{5}{2}$ b $\frac{2}{5}$ c $\frac{26}{5}$ d $\frac{50}{2}$
- 445** $0,\bar{5} =$ a $\frac{5}{10}$ b $\frac{55}{9}$ c $\frac{55}{100}$ d $\frac{5}{9}$
- 446** $0,\bar{15} =$ a $\frac{15}{9}$ b $\frac{15}{100}$ c $\frac{15-1}{99}$ d $\frac{15}{99}$ e $\frac{15-1}{90}$
- 447** $3,\bar{3} =$ a $\frac{10}{3}$ b $\frac{33}{10}$ c $\frac{3}{3}$ d $\frac{33-3}{90}$ e $\frac{33}{100}$
- 448** $2,1\bar{3} =$ a $\frac{213-21}{90}$ b $\frac{213-3}{90}$ c $\frac{213-3}{99}$ d $\frac{213-21}{99}$ e $\frac{2}{13}$ f $\frac{21}{3}$
- 449** $700.000 =$ a 7^5 b $7 \cdot 10^6$ c $0,7 \cdot 10^5$ d $7 \cdot 10^5$
- 450** $5.500.000 =$ a $55 \cdot 10^5$ b $5,5 \cdot 10^5$ c $5,5^6$ d $0,55 \cdot 10^6$
- 451** $0,0000012 =$ a $12 \cdot 10^5$ b $1,2 \cdot 10^{-6}$ c $1,2 \cdot 10^6$ d $12 \cdot 10^{-5}$
- 452** $0,000098 =$ a $9,8 \cdot 10^5$ b $98 \cdot 10^{-5}$ c $9,8 \cdot 10^{-5}$ d $9,8 \cdot 10^{-6}$

Trasforma le seguenti frazioni decimali in numeri decimali.

- 453** $\frac{3}{100}$; $\frac{1}{1000}$; $\frac{17}{10}$; $\frac{7}{10.000}$; $\frac{31}{100}$; $\frac{7239}{100.000}$; $\frac{973}{1000}$ [0,03; 0,001; 1,7; 0,0007; ...]

454 $\frac{5}{10}; \frac{4}{100}; \frac{13}{10}; \frac{21}{100}; \frac{73}{1000}; \frac{18}{200}$ [...; 0,073; 0,09]

455 $\frac{315}{100}; \frac{12}{1000}; \frac{7}{100}; \frac{143}{10}; \frac{24}{400}; \frac{191}{1000}; \frac{2}{1000}$ [3,15; ...; 0,002]

Scrivi i seguenti numeri decimali sotto forma di frazioni decimali.

456 0,012; 127,3; 6,274; 13,22; 2,007; 0,97040 $\left[\frac{12}{1000}; \frac{1273}{10}; \frac{6274}{1000}; \dots \right]$

457 1,009; 9,703; 0,00837; 0,00007; 460,1; 0,00085 $\left[\dots; \frac{4601}{10}; \frac{85}{100.000} \right]$

458 4,131; 0,0049; 0,0095; 0,005; 0,70705; 128,08 $\left[\frac{4131}{1000}; \dots; \frac{12.808}{100} \right]$

Calcola i numeri decimali finiti o periodici generati dalle seguenti frazioni.

459 $\frac{4}{3}; \frac{3}{4}; \frac{15}{24}; \frac{1}{3}; \frac{3}{7}; \frac{5}{6}; \frac{4}{9}; \frac{10}{15}; \frac{4}{11}; \frac{12}{13}$ $[1,\bar{3}; 0,75; 0,625; 0,\bar{3}; 0,\overline{428571}; \dots]$

460 $\frac{1}{12}; \frac{3}{27}; \frac{3}{48}; \frac{56}{33}; \frac{25}{11}; \frac{100}{24}; \frac{55}{24}; \frac{121}{39}; \frac{1139}{20}$ $[0,08\bar{3}; 0,\bar{1}; 0,0625; \dots; 56,95]$

Determina le frazioni generatrici dei seguenti numeri decimali.

461 1,3; 0,02; 13,40; 2,008; 0,0004; 2,0023 $\left[\frac{13}{10}; \frac{1}{50}; \frac{67}{5}; \frac{251}{125}; \frac{1}{2500}; \frac{20.023}{10.000} \right]$

462 0,0001; 0,005; 7,328; 12,42; 6,34; 9,702 $\left[\dots; \frac{317}{50}; \frac{4851}{500} \right]$

463 $2,\bar{3}; 1,\bar{2}; 0,\bar{4}; 0,\bar{7}; 0,\bar{8}; 0,\bar{1}$ $\left[\frac{7}{3}; \frac{11}{9}; \frac{4}{9}; \dots \right]$

464 $0,0\bar{5}; 1,0\bar{6}; 4,\bar{7}; 5,3\bar{6}; 5,\bar{36}; 1,1\bar{2}$ $\left[\frac{1}{18}; \frac{16}{15}; \dots \right]$

465 $13,2\bar{34}; 1,7\bar{65}; 0,480\bar{2}; 0,48\bar{02}; 0,0\bar{8}; 1,\bar{4}$ $\left[\frac{6551}{495}; \frac{1589}{900}; \frac{2161}{4500}; \dots \right]$

466 $8,3\bar{1}; 1,0\bar{25}; 0,\bar{12}; 2,0\bar{71}; 0,0\bar{3}; 243,3\bar{4}$ $\left[\frac{374}{45}; \dots; \frac{21.901}{90} \right]$

Esegui le seguenti operazioni con i numeri decimali.

467 $(1,23 - 0,54) \cdot 2$ $(7,43 - 8,561) : 3$ $[1,38; -0,377]$

468 $(9,5 - 2,4 + 0,6) \cdot 0,2$ $(4,6 + 0,03 - 5,25) : 0,2$ $[1,54; -3,1]$

469 $(1,08 - 2,8 : 0,4) : 1,6$ $1,6 \cdot (2 - 0,9 \cdot 2)$ $[-3,7; 0,32]$

470 $(0,02 \cdot 12 + 7,26) \cdot (2,2 - 0,3 \cdot 4)$ $[7,5]$

471 $0,2 \cdot 3 - 1,02 \cdot 6 + 2 \cdot (3 - 0,28)$ $[-0,08]$

472 $2 + 10 \cdot (4 - 3,7) + (2,42 + 0,18) : (3^2 + 2^2) \cdot 0,6$ $[5,12]$

473 $(3,5 - 2,3) \cdot 0,6 + 2,7 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 1,1 : 0,2$ $[4]$

Calcola il valore delle seguenti espressioni sostituendo alle frazioni decimali i numeri decimali corrispondenti.

474 $\frac{4}{10} \cdot 8 - 3 \cdot \frac{1}{100} + 0,24 : \frac{4}{100} - 2 \cdot \frac{3}{10} - 5,7 \cdot \frac{1}{10}$ $[8]$

475 $\frac{4}{10} \cdot \left(12 - 2 \cdot \frac{15}{100} \right) + \frac{13}{10} - 0,5 \cdot \frac{2}{10} + 84 \cdot \frac{1}{100}$ $[6,72]$

$$476 \quad \frac{2}{100} \cdot 12 + 4 + \left[\frac{8}{10} + \left(4 - \frac{16}{10} \cdot 0,2 \right) \right] \cdot \left(2,2 - 4 \cdot \frac{3}{10} \right) \quad [8,72]$$

$$477 \quad \left(\frac{152}{1000} \cdot \frac{3}{10} + 0,31 \right) \cdot 400 + 0,2^2 \quad [142,28]$$

Esegui le seguenti operazioni con i numeri decimali e verifica i risultati eseguendo le stesse operazioni dopo aver trasformato i numeri decimali in frazioni decimali.

$$478 \quad 2,4 : 0,02 \quad 12,25 \cdot 0,1 \quad 0,3 : 0,4 \quad 0,08 : 0,04 \quad 24 : 0,04$$

$$479 \quad 0,2^2 \quad 1,2^2 \quad 0,03^2 \quad 0,2^3 \quad 1,1^2 \cdot 0,1^2 \quad 24 : 0,6 \quad 1,8 : 0,12$$

$$480 \quad 2,5 : 0,01 \quad 0,4^2 : 0,2^3 \quad 0,3^3 \cdot 1,2^2 \quad 2,5^2 : 0,1^3$$

COMPLETARE...

$$481 \quad 4,\overline{3} = \frac{43 - \dots}{\dots} = \dots \quad 4,2\overline{3} = \frac{423 - \dots}{\dots} = \dots$$

$$482 \quad 0,1 + 0,5\overline{1} : \left(1 - \frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{\dots} + \frac{51 - \dots}{90} \cdot \frac{9}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{20} = \frac{5}{\dots}$$

$$483 \quad (0,\overline{6} - \dots) : \left(\frac{1}{2} - 4 \right) = 0 \quad 3,75 : (-1,5 + \dots) = 1$$

$$484 \quad \left(0,8 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(-\frac{4}{5} + \frac{\dots}{\dots} \right) = 0 \quad (0,\overline{5} - \dots) \cdot 0,5 = 0$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

$$485 \quad 4,6 + (18 - 10,4) - [4,2 + (6 - 5,4) + 2,8] : 2 \quad [8,4]$$

$$486 \quad 2 \cdot (0,99 : 0,1 + 0,9 : (7 - 6,9)) - (9,5 - 2,8 : 0,4) \cdot 5 \quad [25,3]$$

$$487 \quad 8,5 - 0,6 \cdot [2,5 : 0,4 - (1,6 : 0,4 - 0,8 \cdot 0,2)] : 0,3 \quad [3,68]$$

$$488 \quad 0,02 \cdot 12 + 4 + \{0,8 + [4 - 1,6 \cdot (2 - 0,9 \cdot 2)]\} \cdot (2,2 - 4 \cdot 0,3) \quad [8,72]$$

$$489 \quad \{(3,5 - 2,3) + (0,01 + 1,92) - [2 - (1,3 + 0,5)]\} : 10^{-2} \quad [293]$$

$$490 \quad 4,2 \cdot \frac{5}{3} - 1,2 + 3,6 \cdot \frac{6}{5} \cdot (1 - 0,8) : (0,1 + 0,1)^2 \quad [27,4]$$

$$491 \quad [12,4 + 0,2 \cdot 3 - 1,02 \cdot 6 - 2 \cdot (3 - 0,28)] \cdot (0,5 - 0,2)^{-2} \quad [16]$$

$$492 \quad 1,4 \cdot 2 \cdot (1 - 0,85) + 2,4 \cdot (10 - 7,6) : 3,6 \quad [2,02]$$

$$493 \quad 2 + 10 \cdot (4 - 3,7) + (2,42 + 0,18) : (3^2 + 2^2) \cdot 5 \quad [6]$$

$$494 \quad \left(10,5 : \frac{7}{10} + 0,5^2 \cdot 3 \cdot \frac{2^2}{3} - 1,5 \cdot \frac{2}{3} + 0,08 : 0,2 \right) : 7,7 \quad [2]$$

$$495 \quad \left(-\frac{2}{7} \right) \cdot \left(1,25 - \frac{10}{3} - 2 \right) + (-2 + 0,9 - 0,7) \cdot \left(-\frac{20}{3} \right) \quad \left[\frac{79}{6} \right]$$

$$496 \quad \left(\frac{1}{2} - 0,1 + 0,2 \right) \cdot \left(-\frac{10}{9} \right) : (1,2 - 0,3) : (-0,\overline{3})^2 \quad \left[-\frac{20}{3} \right]$$

$$497 \quad (-0,25 + 0,4^2) : 0,3^2 + (5,\overline{2} - 3,\overline{3}) : 1,7 \quad \left[\frac{1}{9} \right]$$

$$498 \quad \left(0,\overline{3} - \frac{2}{3} \right)^2 \cdot (6,6 - 0,75 + 1,05) - 1,0\overline{2} \quad \left[-\frac{23}{90} \right]$$

$$499 \quad \left(1,\overline{3} - \frac{5}{9} \right) \cdot \left[\left(0,4 - \frac{3}{4} + 0,85 \right) \cdot (0,\overline{3} - 0,4) - \left(\frac{7}{6} - \frac{2}{5} \right) \right] \quad \left[-\frac{28}{45} \right]$$

$$500 \quad \left(\frac{13}{17} - 0,\overline{6} \right) \cdot \left[-\left(\frac{5}{8} - 0,25 \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \right) - \left(0,1\overline{6} - 0,2 + \frac{2}{15} \right) \cdot \frac{2}{3} \right] \quad \left[-\frac{1}{18} \right]$$

- 501** $(-0,5 - 0,3) \left[\frac{2}{5} - (-0,5 + 1) + 0,4 \right] : [-(1 - 2^2)]$ $\left[-\frac{1}{12} \right]$
- 502** $\left\{ - \left[-2 \cdot (-2)^{-2} + (-2) \right] : \left(-\frac{1}{2} \right)^{-1} \right\} : \left(-\frac{5}{2} + 7,7 \right)$ $\left[-\frac{9}{38} \right]$
- 503** $[3,5 - 7 \cdot (-3)^{-2}] : \left[\left(\frac{4}{5} - \frac{5}{4} - \frac{3}{20} \right) : (0,3 + 0,6) + 1,2 \right]$ $[5]$
- 504** $\frac{(0,1)^2 : \left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot (2^2)^2}{\left(\frac{2}{3} + 0,5 : 3 \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5} \right)}$ $\frac{(2,3 + 1,2 - 0,5) \cdot (2,4 - 0,8)}{1,2^2 : 0,6^2 + (1 - 0,5)^2}$ $\left[1; \frac{96}{85} \right]$
- 505** $\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 0,5}{0,2 - 0,8 \cdot \frac{1}{8}} - 0,2 \cdot \left(3 + \frac{1}{3} \right)$ $\frac{1,2 + \frac{3}{4} \cdot 1,5 : 0,25}{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{5}{12} \right) \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5} \right)}$ $\left[6; \frac{54}{5} \right]$
- 506** $\left[2,3 + \left(1,04 \cdot \frac{7}{13} - 0,3^2 \right) \cdot 0,2 + 3,22\bar{6} \right] \cdot 0,2\bar{5}$ $\left[\frac{257}{180} \right]$
- 507** $0,3 \cdot \left[\frac{3}{2} - (0,8 : 2,3 + 0,75) \right] + \frac{17}{14} \cdot \left(\frac{10}{3} \right)^{-1}$ $\left[\frac{1}{2} \right]$
- 508** $0,28 : (0,6 - 0,2)^2 + \frac{3}{4} \cdot (2 - 1,1\bar{6}) \cdot 2^3$ $\left[\frac{44}{7} \right]$
- 509** $\left\{ (0,3 - 0,1)^2 + \left[\left(1 - \frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^2 : \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{5} \right)^4 \right]^2 \right\} : \left(1 - \frac{2^3}{5^2} \right)$ $\left[\frac{2}{9} \right]$
- 510** $\left\{ 0,1\bar{2} + 3 : \left[0,2 + \left(\frac{1}{2} \right)^3 \right] \cdot \frac{3}{11} \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^2 \right\} : 0,3 - 3^3$ $\left[\frac{193}{11} \right]$
- 511** $\{0,3 + 1 + 1,25 : [1 - 0,3 \cdot 0,5 + 0,125 : (0,4)^2]\} : 1,7$ $\left[\frac{147}{124} \right]$
- 512** $2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{0,3} + \frac{0,2}{1 - \frac{1}{5}} : \left(\frac{1}{2} - 2 \cdot 2^{-3} \right)$ $[2]$
- 513** $\frac{(1,6 + 3) \cdot (1 + 0,6) - \left[\left(-\frac{6}{19} \right)^{-2} - 1,5^2 \right]}{0,3 \cdot 2,6 + 6 : 0,4}$ $\frac{[(-0,3)^4 : (0,5)^8]^3 \cdot \left(\frac{32}{81} \right)^2}{[(0,6)^{-2}]^{-4} : (0,6)^{-3}} \cdot (1,5)^{16}$ $[0; 6^7]$
- 514** $\left[\left(\frac{2,8 - 3,5}{2,1 - 1,4} \right)^4 - \left(\frac{1,8 - 1,5}{1,3 - 0,7} \right)^2 \right] \left(1 + \frac{1}{3} \right) - \frac{(-0,3)^5 : (-0,3)^4 + 0,2}{(-0,2)^3 : (-0,2)^2 + 0,1}$ $[0]$
- 515** $\left(1 + \frac{1}{2} \right) \left\{ \frac{\left(\frac{3}{11} - \frac{1}{2} \right) : (0,3\bar{18} - 1) - \left(\frac{1}{3} + 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{6} - 1 \right)^{-1}}{\left[(-0,5)^2 - \left(-\frac{1}{3} \right)^2 \right] : (-0,8\bar{3})^2} - 3^2 \right\}$ $[1]$
- 516** $\frac{[0, (6)]^4 \cdot \left[\left(-\frac{2}{3} \right)^{-2} : \left(-\frac{4}{81} \right)^{-4} \right]^{-3}}{12^{-3} : 18^{-4}}$ $\frac{6^{-3} : 24^{-4} \cdot [0, (8)]^3}{\left[\left(-\frac{8}{9} \right)^{-4} : \left(-\frac{3}{16} \right)^{-2} \right]^{-2}}$ $\left[\frac{3^{33}}{2^{12}}; \frac{3^{15}}{2^{22}} \right]$
- 517** $\left(\frac{49}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - 6,8\bar{3} \right)^4 + \left[\left(1 - \frac{1}{2} \right)^{17} : (0,5)^{15} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{7}}{\frac{1}{7} + 1} \right] \cdot 1,7 + 1 : 2 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)$ $\left[\frac{31}{24} \right]$

$$518 \quad \left\{ \frac{157}{2} \cdot \left[\left(2 - \frac{1}{3} \right) : \left(\frac{4}{5} + 0,7 \right) \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right] : (0,4\bar{4} + 1,3) + 0,25 \right\} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2}{3} \right)^{-1}}{4,8} \quad [3]$$

$$519 \quad \frac{\left[-0,1\bar{6} + 1,5 : \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \right) + \left(\frac{5}{12} - \frac{7}{4} \right) \left(\frac{1}{8} - \frac{5}{2} \right) \right] : \left[-\frac{5}{4} - \frac{7}{3} : \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right) \right]}{-\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3} \right) : \left(\frac{1}{30} - \frac{1}{2} \right) - \left[2,5 - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) : \left(0,41\bar{6} - \frac{1}{3} \right) \right]} \quad [8]$$

$$520 \quad 0,204\bar{5} - \frac{\left[(0,3\bar{3} + 0,1\bar{6}) : \left(\frac{3}{2} - 2 \right) \right]^7 + (-2)^{-7} \cdot (-2)^6}{-3^2 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)^5 : \left(-\frac{2}{3} \right)^3 + (1,5)^{-1} - \left(\frac{1}{2} - 1 \right)^{-2}} \quad [0]$$

$$521 \quad \frac{1 + \frac{2}{\frac{1}{2} - 3}}{2 - \frac{0,5}{1 + 0,5}} : \left(0,75 + \frac{\frac{2}{3} - 1}{\frac{1}{6} + 1,6} : 0,3\bar{6} \right) : 2,08\bar{3} : \frac{24^3}{5^6} \quad \left[\frac{25}{96} \right]$$

$$522 \quad \left\{ \frac{\left[\left(\frac{3}{5} \right)^{-2} \right]^{-4} : (0,6)^8}{(0,36)^{-1}} + \frac{10^5 : 100^2}{125} - \left(-\frac{25}{4} \right)^{-1} \right\}^3 + 0,784 - \frac{2,374\bar{2} - \frac{1567}{660}}{10^{10}} \quad [1]$$

$$523 \quad \left\{ \frac{\frac{(1,6\bar{3} + 3) \cdot (1 + 0,6\bar{6}) - \left[\left(\frac{19}{6} \right)^2 - 1,5^2 \right]}{0,3\bar{3} \cdot 2,6\bar{6} + 6 : 0,4}}{\frac{\left[(0,4\bar{4} + 1) \cdot \left(1 - \frac{8}{11} \right) + 0,5 \right] : 0,3\bar{2} : \left(1 + \frac{3}{8} \right) \cdot \frac{11}{47}}{0,9 - 0,3\bar{4} + 0,3 : 0,1\bar{3} - 0,2}} \right\}^{-2} \quad [\text{non ha significato}]$$

$$524 \quad \frac{\left[\left(-\frac{1}{3} \right)^2 \right]^3 : \left[(0,3\bar{3})^{-2} \right]^{-4} - 3^{-1} \cdot 6}{9^{-4} : 27^{-2} - (1 - 3^{-2})} \cdot \frac{\left[\left(\frac{2}{3} \right)^6 : \left(\frac{2}{3} \right)^{-8} \right]^2 \cdot (1,5)^{27}}{\left(\frac{9}{4} \right)^{-3} : \left(\frac{3}{2} \right)^{-7}} \quad [-4]$$

Notazione esponenziale e notazione scientifica

525 Di ciascuno dei seguenti numeri, scritti in forma esponenziale, indica qual è la parte significativa:

$$92,3 \cdot 10^{-3} \quad 7 \cdot 10^9 \quad 138 \cdot 10^5 \quad 0,024 \cdot 10^{11} \quad 1,32 \cdot 10^{-7}$$

I seguenti numeri sono scritti in forma esponenziale; riscrivili sotto forma di numero decimale e, quando è possibile, anche sotto forma di frazione decimale.

$$526 \quad 13,7 \cdot 10^3; \quad 0,08 \cdot 10^{-2}; \quad 3,45 \cdot 10^5 \quad \left[13.700; 0,0008 = \frac{8}{10.000}; 345.000 \right]$$

$$527 \quad 0,00008 \cdot 10^3; \quad 0,012 \cdot 10^4; \quad 153,02 \cdot 10^{-5}$$

$$528 \quad 0,0000048 \cdot 10^6; \quad 0,0084 \cdot 10^5; \quad 2,7 \cdot 10^{-7}$$

$$529 \quad 359 \cdot 10^4; \quad 359 \cdot 10^{-4}; \quad 0,91 \cdot 10^{-5}$$

Scrivi i seguenti numeri in forma esponenziale con due cifre intere nella parte significativa.

$$530 \quad 1,48 \cdot 10^3; \quad 0,047 \cdot 10^{-3}; \quad 145,1 \cdot 10^{-2} \quad [14,8 \cdot 10^2; 47 \cdot 10^{-6}; 14,51 \cdot 10^{-1}]$$

$$531 \quad 237,4 \cdot 10^2; \quad 0,000473 \cdot 10^2; \quad 0,000473 \cdot 10^{-2}$$

532 Scrivi i seguenti numeri in notazione esponenziale in modo che la parte significativa sia minore di 1 e maggiore di un decimo:

$$2,23 \cdot 10^4 \quad 0,04 \cdot 10^5 \quad 0,03 \cdot 10^{-3} \quad 75,12 \cdot 10^2 \quad 2,32 \cdot 10^{-4} \quad [0,223 \cdot 10^5; 0,4 \cdot 10^4; \dots]$$

Esprimi ciascuno dei seguenti numeri in almeno tre notazioni esponenziali diverse.

533 0,00784; 97.000.000; 10,0009; 235,74; 0,02145; 10,008

534 91,34; 0,04513; 6,142; 300.000.000; 0,000837; 4.310.000

Scrivi in notazione scientifica i seguenti numeri.

535 8730 18.000 0,075 10.321 69,31 $[8,73 \cdot 10^3; 1,8 \cdot 10^4; \dots]$

536 41,303 200.000 $215 \cdot 10^3$ 71,03 0,081 $[4,1303 \cdot 10^1; 2 \cdot 10^5; \dots]$

537 $813,7 \cdot 10^{-5}$ $2407 \cdot 10^{-4}$ 0,0000018 $41 \cdot 10^7$ $[8,137 \cdot 10^{-3}; 2,407 \cdot 10^{-1}; \dots]$

538 $93,8 \cdot 10^{-3}$ $0,305 \cdot 10^{-6}$ $21,003 \cdot 10^{-4}$ $193 \cdot 10^4$ $[9,38 \cdot 10^{-2}; 3,05 \cdot 10^{-7}; \dots]$

Esegui le seguenti operazioni ed esprimi poi il risultato in notazione scientifica.

ESERCIZI SVOLTI

539 $2,3 \cdot 10^{12} - 5,6 \cdot 10^{12}$

Per la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto alla sottrazione, risulta

$$(2,3 - 5,6) \cdot 10^{12} = 2,3 \cdot 10^{12} - 5,6 \cdot 10^{12}$$

e quindi, leggendo tale uguaglianza da destra a sinistra, possiamo scrivere:

$$2,3 \cdot 10^{12} - 5,6 \cdot 10^{12} = (2,3 - 5,6) \cdot 10^{12} = \mathbf{-3,3 \cdot 10^{12}}$$

540 $1,5 \cdot 10^{-20} - 8,6 \cdot 10^{-21}$

Nell'esercizio precedente abbiamo potuto applicare la proprietà distributiva perché in entrambi i termini era presente lo stesso fattore 10^{12} . In questo caso ciò non accade, ma possiamo trasformare il secondo termine spostando a sinistra di un posto la virgola della parte significativa e sommando 1 all'esponente di 10. In questo modo in entrambi i termini si presenta il fattore 10^{-20} e potremo quindi applicare la proprietà distributiva:

$$1,5 \cdot 10^{-20} - 8,6 \cdot 10^{-21} = 1,5 \cdot 10^{-20} - 0,86 \cdot 10^{-20} = (1,5 - 0,86) \cdot 10^{-20} = 0,64 \cdot 10^{-20}$$

Se vogliamo esprimere il risultato in notazione scientifica, possiamo ora spostare a destra la virgola di un posto e sottrarre 1 all'esponente di 10:

$$0,64 \cdot 10^{-20} = 6,4 \cdot 10^{-20-1} = \mathbf{6,4 \cdot 10^{-21}}$$

541 $(3,1 \cdot 10^{-30}) \cdot (7,5 \cdot 10^{42})$

Applichiamo le proprietà associative e commutativa della moltiplicazione e le proprietà delle potenze:

$$\begin{aligned} (3,1 \cdot 10^{-30}) \cdot (7,5 \cdot 10^{42}) &= 3,1 \cdot 10^{-30} \cdot 7,5 \cdot 10^{42} = 3,1 \cdot 7,5 \cdot 10^{-30} \cdot 10^{42} = \\ &= (3,1 \cdot 7,5) \cdot 10^{-30+42} = 23,25 \cdot 10^{12} \end{aligned}$$

Per esprimere il risultato in notazione scientifica spostiamo la virgola della parte significativa a sinistra di una posizione, aggiungendo 1 all'esponente di 10:

$$23,25 \cdot 10^{12} = 2,325 \cdot 10^{12+1} = \mathbf{2,325 \cdot 10^{13}}$$

542 $4,3 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^5$ $5,6 \cdot 10^{-7} - 6,7 \cdot 10^{-7}$ $[11,3 \cdot 10^5 = 1,13 \cdot 10^6; -1,1 \cdot 10^{-7}]$

543 $-8,51 \cdot 10^6 + 13,01 \cdot 10^6$ $-23,003 \cdot 10^{-9} - 1,045 \cdot 10^{-9}$ $[4,5 \cdot 10^6; -2,4048 \cdot 10^{-8}]$

544 $121,7 \cdot 10^4 + 13 \cdot 10^6$ $3,8 \cdot 10^{-3} + 1,12 \cdot 10^{-2}$ $[1,4217 \cdot 10^7; 1,5 \cdot 10^{-2}]$

545 $4,3 \cdot 10^{-3} + 7,2 \cdot 10^{-5}$ $0,025 \cdot 10^4 - 10,32 \cdot 10$ $[4,372 \cdot 10^{-3}; 1,468 \cdot 10^2]$

546 $0,0129 \cdot 10^6 - 0,0009 \cdot 10^5$ $0,0237 \cdot 10^2 - 14,5 \cdot 10^{-1}$ $[1,281 \cdot 10^4; 9,2 \cdot 10^{-1}]$

547	$640,7 \cdot 10^{-2} + 0,2307 \cdot 10 - 97 \cdot 10^{-2}$	$[7,744 \cdot 10^0 = 7,744]$	
548	$0,0074 \cdot 0,0003; (-13,41) \cdot 1.200.000; 143,007 \cdot (-0,00093)$	$[2,22 \cdot 10^{-6}; -1,6092 \cdot 10^7; \dots]$	
549	$0,00018 : 0,0009; -33,8 : (-0,0000026); 0,000000048 : (-1600)$	$[2 \cdot 10^{-1}; 1,3 \cdot 10^7; -3 \cdot 10^{-11}]$	
550	$(-0,0003)^2; (+1,0001)^2; 0,13^2; 0,04^3; 0,001^4; 200.000^5$	$[9 \cdot 10^{-8}; 1,00020001; 1,69 \cdot 10^{-2}; \dots]$	
551	$(-0,002)^5; (-1,2)^3; 0,00053592 : (0,0011 \cdot 0,2)$	$[-3,2 \cdot 10^{-14}; -1,728 \cdot 10^0; 2,436 \cdot 10^0]$	
552	$14,7 \cdot 10^3 \cdot 0,08$	$1,25 \cdot (93,5 \cdot 10^{-3})$	$[1,176 \cdot 10^3; 1,16875 \cdot 10^{-1}]$
553	$0,49 \cdot 10^{-3} : 0,0064$	$0,002 \cdot 63 : 0,00081$	$[7,65625 \cdot 10^{-2}; 1,5 \cdot 10^2]$
554	$142 \cdot 10^5 \cdot (0,5 : 0,0025)$	$0,183 \cdot (0,0007 \cdot 10^{-1})$	$[2,84 \cdot 10^9; 1,281 \cdot 10^{-5}]$
555	$37.212 : (0,06 : 0,001)$	$171 \cdot 1,2 \cdot 10^{-4}$	$[6,202 \cdot 10^2; 2,052 \cdot 10^{-2}]$

- 556** Esprimi in notazione scientifica il numero di secondi che costituiscono un anno non bisestile.
- 557** Scrivi in notazione scientifica la distanza minima della Terra dal Sole, di circa 147 miliardi di metri.
- 558** Scrivi in notazione scientifica il diametro equatoriale della Terra, di circa 12.756.777 metri.
- 559** Esprimi in millimetri i seguenti ordini di grandezza, espressi in metri: 10^7 ; 10^{-8} ; 10^{-12} .

Proporzioni

RICORDIAMO LA TEORIA

- **Rapporto tra due numeri**, di cui il secondo diverso da zero: è il quoto della divisione del primo per il secondo.
- **Proporzione**: è un'uguaglianza di due rapporti.
- **Termini di una proporzione**



- **Proporzione continua**: è una proporzione i cui termini medi sono uguali. Il termine medio si chiama **medio proporzionale** tra i due termini estremi. L'ultimo termine si chiama **terzo proporzionale** dopo i primi due.
- **Proprietà delle proporzioni**
 - **Proprietà fondamentale**: il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.
 - **Proprietà del permutare**: se si scambiano tra loro i termini medi o i termini estremi, si ottiene una nuova proporzione.
 - **Proprietà dell'invertire**: se si scambia ogni antecedente con il rispettivo conseguente, si ottiene una nuova proporzione.
 - **Proprietà del comporre**: la somma dei primi due termini sta al primo (o al secondo) come la somma del terzo e del quarto sta al terzo (o al quarto).
 - **Proprietà dello scomporre**: la differenza dei primi due termini sta al primo (o al secondo) come la differenza degli altri due termini sta al terzo (o al quarto).

Dalla proprietà fondamentale si deduce che

- un estremo è uguale al rapporto tra il prodotto dei medi e l'altro estremo;
- un medio è uguale al rapporto tra il prodotto degli estremi e l'altro medio.

VERO O FALSO?

- 560**
- a. La proporzione $1 : 2 = 4 : 8$ è continua. V F
 - b. Nella proporzione $9 : 12 = 12 : 16$ il medio proporzionale è 12. V F
 - c. Nella proporzione $9 : 12 = 12 : 16$ il terzo proporzionale è 12. V F
 - d. Il quarto proporzionale dopo 1, 2 e 3 è 4. V F

- 561** In una proporzione
- a. il prodotto degli antecedenti è uguale al prodotto dei conseguenti V F
 - b. si possono scambiare tra loro i termini medi, ottenendo una nuova proporzione V F
 - c. la differenza dei primi due termini sta al primo come la differenza degli altri due termini sta al quarto V F
 - d. il primo e il quarto termine sono detti estremi V F

- 562** Se $a : b = c : d$ allora
- a. $a : c = b : d$ V F
 - b. $b : a = c : d$ V F
 - c. $d : a = c : b$ V F
 - d. $d : b = c : a$ V F
 - e. $(a + b) : b = (c + d) : d$ V F
 - f. $(a - b) : a = (c - d) : d$ V F

Determina il valore del termine x nelle seguenti proporzioni.

ESERCIZIO SVOLTO

563 $\frac{3}{5} : x = 2 : \frac{5}{3}$

Ricordando che un medio è uguale al prodotto degli estremi diviso l'altro medio, otteniamo

$$x = \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3}}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

564 $5 : 7 = 20 : x$ [28; 20]

565 $\frac{1}{3} : 4 = \frac{1}{2} : x$ [6; 45]

566 $2 : x = 3 : 24$ [16; -18]

567 $0,3 : 4 = x : 84$ [6,3; 78]

568 $0,\bar{3} : x = 2 : \frac{24}{5}$ [$\frac{4}{5}$; 3]

569 $(2 + \frac{1}{2}) : \frac{2}{3} = (1 - \frac{1}{3}) : x$ [$\frac{8}{45}$; $\frac{2}{3}$]

570 $(2 - \frac{3}{4}) : x = 1 : \frac{3}{2}$ [$\frac{15}{8}$; $\frac{440}{81}$]

571 $x : \frac{3}{4} = \frac{3}{5} : (\frac{1}{2} - \frac{1}{4})$ [$\frac{9}{5}$; $\frac{32}{81}$]

572 $(2 + \frac{4}{3}) : \frac{2}{1 + \frac{1}{2}} = x : (1 - \frac{1}{2})^2$ [$\frac{5}{8}$; $\frac{32}{27}$]

ESERCIZIO SVOLTO

573 Determiniamo il medio proporzionale tra 5 e 20, sapendo che esso è un numero negativo.

Dobbiamo determinare il termine x nella proporzione $5 : x = x : 20$.

Ricordando che il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi, si ha

$$x^2 = 5 \cdot 20 \rightarrow x^2 = 100$$

Quindi x potrebbe essere 10 oppure -10 ; poiché è richiesto che x sia negativo, avremo $x = -10$.

- 574 $36 : x = x : 4$, con $x > 0$ $4 : x = x : 9$, con $x < 0$ [12; -6]
 575 $2 : x = x : 72$, con $x < 0$ $16 : x = x : 4$, con $x > 0$ [-12; 8]
 576 $\frac{8}{27} : x = x : \frac{3}{2}$ $\frac{8}{25} : x = x : \frac{9}{2}$ [$\pm \frac{2}{3}$; $\pm \frac{6}{5}$]

Calcola il terzo proporzionale dopo i numeri delle seguenti coppie.

ESERCIZIO SVOLTO

577 $\frac{9}{4}$ e $\frac{3}{8}$

Dobbiamo determinare il termine x nella proporzione continua

$$\frac{9}{4} : \frac{3}{8} = \frac{3}{8} : x \rightarrow x = \frac{\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8}}{\frac{9}{4}} = \frac{9}{64} \cdot \frac{4}{9} = \frac{1}{16}$$

- 578 5 e 2 6 e $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{3}$ [$\frac{4}{5}$; $\frac{2}{27}$; $\frac{4}{27}$]
 579 $\frac{9}{8}$ e 3 0,7 e $2\sqrt{3}$ $1\bar{1}$ e $\frac{2}{3}$ [8; $\frac{70}{9}$; $\frac{2}{5}$]
 580 $(2 + \frac{1}{2})$ e $(\frac{1}{3} + \frac{1}{2})$ $(2 - \frac{1}{5})$ e $(1 + \frac{1}{5})$ [$\frac{5}{18}$; $\frac{4}{5}$]
 581 $\frac{6 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{7}}$ e $\frac{5 + \frac{1}{2} - \frac{3}{5}}{2 + \frac{1}{3}}$ $(1 - \frac{11}{21})$ e $(1 - \frac{5}{7})$ [$\frac{63}{50}$; $\frac{6}{35}$]

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 582 Il quarto proporzionale dopo 3, 6 e 9 è a 12 b 18 c 54 d 2
 583 Il medio proporzionale positivo tra 2 e 8 è a 4 b 5 c 6 d 16
 584 $3 : 12 = 12 : x$ a $x = 6$ b $x = 36$ c $x = 18$ d $x = 48$
 585 $10 : 15 = 20 : x$ a $x = 25$ b $x = 40$ c $x = 300$ d $x = 30$
 586 $4 : x = x : 16$ ($x > 0$) a $x = 10$ b $x = 64$ c $x = 8$ d $x = 12$
 587 Il medio proporzionale positivo tra 18 e 98 è a 63 b 42 c $\frac{4802}{9}$ d $\frac{162}{49}$
 588 Il terzo proporzionale dopo $\frac{13}{2}$ e $\frac{5}{2}$ è a $\frac{325}{8}$ b $\frac{13}{2}$ c $\frac{169}{10}$ d $\frac{25}{26}$
 589 Il quarto proporzionale dopo $\frac{1}{2}$, $(1 - \frac{2}{5})$, $(2 - \frac{3}{4})^2$ è a $\frac{125}{96}$ b $\frac{24}{125}$ c $\frac{15}{8}$ d $\frac{15}{32}$

Applicando la proprietà del comporre o dello scomporre, trova il termine x nelle proporzioni seguenti.

ESERCIZIO SVOLTO

590 $(\frac{1}{5} - x) : x = 10 : 5$

Applichiamo la proprietà del comporre:

$$(\frac{1}{5} - x + x) : x = (10 + 5) : 5 \rightarrow \frac{1}{5} : x = 15 : 5$$

Quindi si ha $x = \frac{\frac{1}{5} \cdot 5}{15} \rightarrow x = \frac{1}{15}$

$$591 \quad \left(\frac{1}{5} - x\right) : x = \frac{1}{3} : \frac{1}{6}$$

$$592 \quad (8 - x) : x = 7 : 3$$

$$593 \quad (3 + x) : x = 2 : 5$$

$$594 \quad (3 - x) : 4 = x : 7$$

$$595 \quad \left(\frac{1}{3} + x\right) : x = \frac{5}{2} : \frac{3}{5}$$

$$596 \quad \left(2 + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{1}{2} + x\right) : x$$

$$597 \quad (3 + x) : 8 = x : \frac{1}{2}$$

$$598 \quad x : (6 - x) = \frac{7}{9} : \frac{1}{3}$$

$$599 \quad \left(\frac{15}{8} - x\right) : x = \left(x - \frac{3}{10}\right) : \frac{3}{10}$$

$$600 \quad \left(2 \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + x\right) : x = \left(x + \frac{5}{3}\right) : \left(1 + \frac{2}{3}\right)$$

$$\left(\frac{2}{3} + x\right) : x = \frac{5}{2} : \frac{5}{3}$$

$$12 : 10 = (5 + x) : x$$

$$4 : 10 = (x + 5) : x$$

$$x : 2 = (5 - x) : 12$$

$$\left(x - \frac{4}{5}\right) : x = \frac{8}{5} : \frac{9}{4}$$

$$(8 + x) : x = \frac{4}{3} : \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{3}{4} - x\right) : \frac{5}{8} = x : \frac{5}{4}$$

$$\frac{5}{7} : \frac{1}{3} = (20 + x) : x$$

$$(10 - x) : x = x : (12 - x)$$

$$(9 - x) : x = (x - 25) : 25$$

$$\left[\frac{1}{15}; \frac{4}{3}\right]$$

$$[2,4; 25]$$

$$\left[-5; -\frac{25}{3}\right]$$

$$\left[\frac{21}{11}; \frac{5}{7}\right]$$

$$\left[\frac{2}{19}; \frac{36}{13}\right]$$

$$\left[\frac{1}{26}; \frac{8}{3}\right]$$

$$\left[\frac{1}{5}; \frac{1}{2}\right]$$

$$\left[\frac{21}{5}; \frac{35}{2}\right]$$

$$\left[\pm \frac{3}{4}; \frac{60}{11}\right]$$

$$\left[\pm \frac{5}{6}; \pm 15\right]$$

Applicando opportunamente le proprietà del comporre o dello scomporre, determina i valori di x e di y nelle seguenti proporzioni.

$$601 \quad x : y = 7 : 2, \text{ sapendo che } x + y = 144.$$

$$[112; 32]$$

$$602 \quad x : y = 15 : 8, \text{ sapendo che } x - y = 42.$$

$$[90; 48]$$

$$603 \quad x : 12 = y : 5, \text{ sapendo che } x + y = \frac{7}{3}.$$

$$\left[\frac{28}{17}; \frac{35}{51}\right]$$

$$604 \quad x : \frac{13}{5} = y : \frac{2}{3}, \text{ sapendo che } x - y = \frac{29}{2}.$$

$$\left[\frac{39}{2}; 5\right]$$

ESERCIZI SVOLTI

605 Dividiamo il numero 65 in due parti proporzionali a 6 e a 7.

Indicando con x e con y le due parti, si ha la proporzione $x : y = 6 : 7$.

Sappiamo, inoltre, che è $x + y = 65$; possiamo quindi applicare la proprietà del comporre, ottenendo

$$(x + y) : y = (6 + 7) : 7 \quad \rightarrow \quad 65 : y = 13 : 7$$

oppure

$$(x + y) : x = (6 + 7) : 6 \quad \rightarrow \quad 65 : x = 13 : 6$$

Dalle due proporzioni ricaviamo, rispettivamente,

$$y = \frac{65 \cdot 7}{13} = 35 \quad \text{e} \quad x = \frac{65 \cdot 6}{13} = 30$$

Le due parti richieste sono quindi 30 e 35.

606 Determiniamo due numeri il cui rapporto è $\frac{4}{3}$, sapendo che la loro differenza è 7.

Indichiamo rispettivamente con x e con y i due numeri richiesti di cui sappiamo che $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$, cioè che

$$x : y = 4 : 3$$

Sappiamo, inoltre, che $x - y = 7$ e, quindi, applicando la proprietà dello scomporre, otteniamo

$$(x - y) : x = (4 - 3) : 4 \quad \text{cioè} \quad 7 : x = 1 : 4$$

da cui risulta

$$x = \frac{7 \cdot 4}{1} \rightarrow x = 28$$

Applicando ancora la proprietà dello scomporre alla proporzione $x : y = 4 : 3$ potremmo ricavare y . Tale valore, però, si può anche determinare, più facilmente, dalla relazione $x - y = 7$; se in essa sostituiamo 28 al posto di x , otteniamo $28 - y = 7$, da cui $y = 21$.
Risulta così che i due numeri richiesti sono 28 e 21.

- 607** Trova due numeri il cui rapporto è $\frac{3}{5}$ e la cui somma è 192. [72; 120]
608 Determina due numeri proporzionali a 7 e a 3, sapendo che la loro differenza è 256. [448; 192]

Risolvi i seguenti problemi.

ESERCIZIO SVOLTO

- 609** La ricetta di una torta per 4 persone prevede che si utilizzino, oltre ad altri ingredienti, 180 g di farina e 140 g di zucchero. Quanta farina occorre per preparare la stessa torta per 6 persone?

Occorre che gli ingredienti siano proporzionali al numero di porzioni che si vuole preparare. Perciò, visto che per 4 persone occorrono 180 g di farina, per calcolare quanta ne occorre per 6 persone, risolviamo questa proporzione:

$$180 : 4 = x : 6 \rightarrow x = \frac{180 \cdot 6}{4} \rightarrow x = 270$$

Procediamo allo stesso modo per calcolare la quantità di zucchero necessaria:

$$140 : 4 = x : 6 \rightarrow x = \frac{140 \cdot 6}{4} \rightarrow x = 210$$

Quindi per 6 persone occorreranno 270 g di farina e 210 g di zucchero.

- 610** Per trattare l'acqua di una piscina contenente 2000 m^3 di acqua occorrono 12 litri di cloro. Quanti ne occorrono per una piscina di 800 m^3 ? [4,8]
611 Se con 210 g di farina si fanno 280 g di pane, quanta farina occorrerà per produrre 5 kg di pane? [3,75 kg]
612 Compro 1,5 kg di mele, spendendo 3,60 €; quanto avrei speso se, nello stesso giorno, avessi comprato 4 kg di mele della stessa qualità? [9,60 €]
613 Spendo 7,20 € per acquistare 6 quaderni; quanto spenderei se ne comprassi 9? [10,80 €]
614 Con 32 grammi di bozzoli si ottengono 4 grammi di seta pura. Quanti kg di seta si otterranno con 144 kg di bozzoli? [18 kg]
615 Per ottenere 225 kg di calce viva si adoperano 0,5 tonnellate di calcare; quanta calce viva si ottiene con 200 tonnellate di calcare? [90 t]
616 Nella fabbricazione del gas di illuminazione, 50 t di carbone fossile danno 1,25 t di catrame. Quanto carbone fossile si deve lavorare per ottenere 10 t di catrame? [400 t]
617 Con 3 kg di filo si tessono 18 m di tela alta 90 cm. Quanto filo occorrerà per tessere 1440 m di tela alta 1,20 m? [320 kg]
618 Se con 10 kg di caffè crudo si possono ottenere 8 kg di caffè tostato, quanti kilogrammi di caffè crudo bisogna tostare per ottenere 10,4 kg di caffè tostato? [13]

Percentuali

RICORDIAMO LA TEORIA

■ Per cento

x è il $p\%$ di $A \rightarrow x : A = p : 100$ ossia $x = A \cdot \frac{p}{100}$ e anche $p = \frac{x}{A} \cdot 100$

■ Per mille

x è il $p\text{‰}$ di $A \rightarrow x : A = p : 1000$ ossia $x = A \cdot \frac{p}{1000}$ e anche $p = \frac{x}{A} \cdot 1000$

VERO O FALSO?

- 619** a. Il 50% di un numero è la sua metà. V F
b. Per ottenere il 10% di un numero è sufficiente dividere il numero per dieci. V F
c. Il 5% di 200 è 40. V F
d. Il 20% equivale al 2‰. V F
- 620** a. Il 5‰ di 5000 è 25. V F c. Il 10% del 20% equivale al 2%. V F
b. Il 9‰ equivale allo 0,9%. V F d. 30 è il 20% di 150. V F

Risolvi i seguenti problemi (nei problemi di carattere finanziario applica le formule viste nel PARAGRAFO 41, relative al regime d'interesse semplice).

ESERCIZI SVOLTI

- 621** Una giacca, del prezzo di 120 €, viene venduta in saldo con uno sconto del 30%. Al prezzo scontato si deve però aggiungere l'IVA del 20%. Quanto si pagherà per quella giacca?

Lo sconto del 30% ammonta a $\left(120 \cdot \frac{30}{100}\right) \text{ €} = 36 \text{ €}$. Il prezzo scontato, in euro, è perciò $120 - 36 = 84$. L'IVA del 20% dev'essere calcolata rispetto a questo prezzo scontato e perciò ammonta, in euro, a $84 \cdot \frac{20}{100} = 16,80$. Quindi si dovranno pagare $(84 + 16,80) \text{ €} = 100,80 \text{ €}$.

- 622** Compro un libro con lo sconto del 20%, spendendo 24 €. Quanto avrei speso se non avessi goduto di alcuno sconto?

Avere lo sconto del 20%, cioè di 20 euro ogni 100 euro, significa anche che ogni 100 euro di spesa ne pago solo 80, cioè pago solo l'80%.

Indicando con x il costo del libro senza lo sconto, si ha quindi la proporzione

$$100 : 80 = x : 24 \rightarrow x = \frac{100 \cdot 24}{80} = 30$$

Dunque senza lo sconto avrei speso **30 €**.

- 623** Calcola il 25% di 3200, di 44.800 e di 15.000. [800; 11.200; ...]
- 624** Calcola il 15% del 18% di 7200, di 12.000 e di 81.000. [194,4; 324; ...]
- 625** Il 15% di una certa somma equivale a 3000 €; qual è la somma? [20.000 €]
- 626** Su 500 pezzi prodotti in una fabbrica, 15 sono inutilizzabili, 25 sono difettosi, i rimanenti sono perfetti. Calcola le rispettive percentuali. [3%; 5%; 92%]
- 627** Un certo vino ha la gradazione alcolica del 12%; quanto alcol si può ricavare da 4000 litri di quel vino? [480 litri]
- 628** Un certo sapone contiene l'8% di potassio, il 42% di materie grasse e il 50% di acqua. Quanti grammi di ciascuna sostanza si trovano in 5,4 kg di quel sapone? [432; 2268; 2700]

- 629** A un esame erano iscritti 200 candidati; se ne presentarono 186 e solo 124 superarono la prova. Calcola la percentuale dei candidati presenti e la percentuale di quelli promossi sia rispetto agli iscritti sia rispetto ai presenti. [93%; 62%; 66,6%]
- 630** Comprò della merce con il 35% di sconto spendendo 520 €; quanto avrei speso se non avessi goduto di alcuno sconto? [800 €]
- 631** Una lega di ottone è formata da rame per il 65% del suo peso e per il resto da zinco. Determina la quantità di rame contenuto in un blocco di ottone che contiene 8,4 kg di zinco. [15,6 kg]
- 632** Calcola quale interesse frutta un capitale di 180.000 € investito per 3 anni al tasso annuo del 4,5%. [24.300 €]
- 633** Calcola a quale tasso si deve investire il capitale di 9000 € per avere l'interesse annuo di 630 €. [7%]
- 634** Quale capitale bisogna investire al 3% per avere in 2 anni e 8 mesi un interesse di 3600 €? [45.000 €]
- 635** Calcola a quale tasso si deve investire il capitale di 120.000 € per avere l'interesse annuo di 7200 €. E di 5400 €? [6%; 4,5%]
- 636** Un capitale di 27.000 € è stato investito per 2 anni e 5 mesi, fruttando 2610 €; calcola il tasso al quale è stato investito. [4%]
- 637** Per quanto tempo occorre investire la somma di 144.000 € al 3% per avere un interesse di 17.280 €? [4 anni]
- 638** Un capitale di 9000 €, investito al tasso del 4%, frutta 208 €. Determina il tempo dell'investimento. (Nelle applicazioni commerciali l'anno si considera formato da 12 mesi di 30 giorni e quindi da 360 giorni). [6 mesi e 28 giorni]
- 639** Calcola il capitale che in 8 mesi frutta 115 €, se è investito al 5%. [3450 €]
- 640** A quale tasso la somma di 3720 € frutta l'interesse di 117,18 € in 270 giorni? (Ricorda che l'anno finanziario si considera di 360 giorni). [4,2%]
- 641** Il Consiglio di Istituto di una scuola secondaria di secondo grado decide, se non ci saranno sovvenzioni da parte di alcun ente, di operare dei tagli sulle spese abolendo alcune attività pomeridiane. Il criterio che viene adottato è quello di sostenere le attività che percentualmente sono state frequentate dal maggior numero di ragazzi: il corso di cinematografia, aperto a 363 studenti, ha avuto 33 adesioni; il corso di teatro, aperto a 880 studenti, ha avuto 55 adesioni; il corso di fotografia, aperto a 278 studenti, ha avuto solo 23 adesioni; il corso di pittura, rivolto a 378 studenti, ne ha visti partecipare 25. Qual è il primo corso che sarà abolito se non arriverà alcuna sovvenzione? (Approssima a meno di un centesimo). [teatro con 6,25%]
- 642** In una località di montagna l'Azienda Turistica organizza una serata musicale alla quale partecipano, oltre agli abitanti del luogo e a numerosi villeggianti, 15 clienti dell'albergo Dolomiti, 37 dell'Hotel Arcobaleno e 12 del Residence Belvedere. Considerando che nelle tre strutture alberghiere sono ospitate rispettivamente 83, 122, 44 persone, determina la percentuale (approssimata a meno dell'unità) di adesione all'iniziativa di ciascuna di esse e la percentuale (sempre approssimata a meno dell'unità) degli ospiti che non hanno accolto l'invito. [18%; 30%; 27%; 74%]
- 643** Giulio, una volta giunto al Centro Commerciale, si accorge di aver dimenticato a casa la carta di credito. Disposto a spendere anche tutti i soldi che ha nel portafogli e nel portamonete, che ammontano a 71,85 €, decide di comperare alcuni articoli in vendita promozionale. Cerca dunque di scegliere, fra ciò che gli serve, quegli articoli che gli sembrano più convenienti, cioè maggiormente scontati. Le offerte dei prodotti che deve acquistare sono le seguenti: kit scrittoio porta PC 35,84 € (invece di 56 €), giubbotto in pelle scamosciata 59,85 € (invece di 79,80 €), zaino tempo libero 20,01 € (invece di 29 €), polo manica lunga 26,23 € (invece di 30,50 €), cartone con 6 bottiglie di vino 10,36 € (invece di 18,50 €), cartone di 6 confezioni, da 1 litro, di latte parzialmente scremato 3,64 € (invece di 5,60 €). Che cosa comprerà Giulio? E che cifra gli rimarrà nel portamonete? [Giulio non comprerà né giubbotto né polo; gli rimarranno 2 €]

644 Un'agenzia specializzata ha effettuato un sondaggio su un campione di 800 persone di età superiore ai 14 anni chiedendo di rispondere alle due domande «Qual è la cosa più importante per il tuo benessere?» e «Qual è il livello di soddisfazione sul tuo benessere personale?». Alla prima domanda le risposte sono state di vario tipo e quindi sono state raggruppate in 13 categorie; ne citiamo solo alcune: 165 persone hanno risposto «Salute», 160 «Serenità, pace, tranquillità», solo 13 hanno risposto «Cura dell'aspetto fisico» e sempre 13 hanno risposto «Leggere». Alla seconda domanda le risposte sono state meno varie: il 5,5% degli intervistati ha dichiarato di essere «Per niente soddisfatto», l'11,8% «Poco soddisfatto», il 67% «Abbastanza soddisfatto» e il 15,7% «Molto soddisfatto». Qual è la percentuale degli intervistati che ha dichiarato «Serenità, pace, tranquillità»? Quale quella di coloro che hanno risposto «Leggere» alla prima domanda? Quanti sono coloro che hanno risposto «Abbastanza soddisfatto» alla seconda domanda? E quanti coloro che hanno risposto «Per niente soddisfatto»?

[20%; 1,6%; 536; 44]

645 Due amiche vanno da un dietologo che, sentite le loro abitudini alimentari e il loro stile di vita, dopo una visita accurata, dispone che la prima mantenga il proprio peso entro limiti, superiori o inferiori, del 6% rispetto a quello attuale, che è di 48 kg, e che la seconda, che pesa 72 kg, perda 9 kg. Fra quali due valori può oscillare il peso della prima? E, percentualmente, di quanto deve diminuire la seconda?

[45,12 kg e 50,88 kg; 12,5%]

646 In una pensione con una capienza di 125 ospiti, 82 hanno scelto il trattamento *pernottamento + prima colazione*; 14 hanno optato per il trattamento di *mezza pensione* e i restanti per quello di *pensione completa*. Qual è la percentuale di ospiti che ha scelto il trattamento di pensione completa? E quale la percentuale di quelli che hanno scelto di consumare almeno un pasto in pensione? (La percentuale è da intendersi a meno dell'unità).

[23%; 34%]

647 In una comunità nel 2006 furono spesi 110.500 € per la cucina e 11.000 € per le spese sanitarie; nel 2007 furono spesi 87.800 € per la cucina e 8900 € per le spese sanitarie. Quanto ha inciso ciascuna di queste spese sul bilancio della comunità se il totale delle spese in ciascuno dei due anni fu rispettivamente 440.750 € e 375.220 €? Quale delle due spese percentualmente è scesa maggiormente? (Calcola la percentuale a meno di un centesimo).

[nel 2006: 25,07%, 2,49%; nel 2007: 23,39%, 2,37%]

648 Secondo studi recenti, l'essere umano ricorda il 20% di ciò che ascolta e il 70% di ciò che ha discusso con altri, ma dopo 5 giorni l'80% delle informazioni apprese per essere usate a breve termine svanisce. Se dunque uno studente ha semplicemente assistito a una lezione senza prendere appunti e senza nemmeno aprire il libro di testo, quanto ricorderà di quanto è stato spiegato dall'insegnante dopo una settimana? E nel caso, invece, in cui lo studente abbia discusso l'argomento con i compagni e con il docente?

[4%; 14%]

649 Un'opera caritativa assistenziale può contare su un crescente numero di volontari per i vari servizi offerti; nel 2006 i volontari furono 315 e nel 2007 ben 369. Fra costoro, nel 2006: 89 prestarono il loro servizio alla Mensa per i Poveri, 48 alle docce/guardaroba, 34 al Segretariato Sociale, 29 al Centro Raccolta, 115 al Poliambulatorio in qualità di medici e infermieri; nel 2007 nei vari settori furono rispettivamente, 110, 54, 36, 27, 142. Qual è il settore che percentualmente ha visto crescere maggiormente il numero dei volontari e quale quello nel quale c'è stata minore motivazione? (Calcola la percentuale a meno di un decimo).

[mensa (+1,6%); centro raccolta (-1,9%)]

650 Una signora ultranovantenne alla sua morte lascia $\frac{1}{8}$ del suo patrimonio, cioè 10.000 €, a un'amica ricoverata in una casa di riposo, $\frac{1}{4}$ del patrimonio a una Fondazione che promuove ricerca contro il cancro e devolve i restanti $\frac{5}{8}$ del patrimonio a favore di una casa di accoglienza per bambini orfani e abbandonati. A quanto ammontava il patrimonio della signora? Qual è la percentuale di esso lasciata alla casa di accoglienza per bambini?

[80.000 €; 62,5%]

651 L'apporto di calorie di una tazzina di caffè amaro è mediamente pari a 2; se però al caffè vengono aggiunti 10 g di latte, le calorie diventano 10. Se invece il caffè viene dolcificato con un cucchiaino di zucchero, le calorie diventano 20. Di quanto aumenta, in termini di percentuale, il valore energetico (in calorie) di una tazzina di caffè se si aggiungono al caffè amaro sia 5 g di latte sia mezzo cucchiaino di zucchero? L'aggiunta di un cucchiaino di zucchero in una tazzina di caffè di quanto fa aumentare percentualmente le calorie?

[650%; 900%]

- 652** Una Società sportiva di scherma ha 240 iscritti, suddivisi, a seconda dell'età, in otto categorie: prima lama (fino alla 5^a classe della scuola primaria), bambini, ragazzi, allievi, rispettivamente della 1^a, 2^a, 3^a classe della scuola secondaria di primo grado, cadetti (dai 14 ai 17 anni), giovani (dai 17 ai 20 anni), assoluti (dai 20 ai 50 anni), master (di età superiore ai 50 anni). Le categorie prima lama, bambini, giovani hanno lo stesso numero di iscritti: 30. I ragazzi rappresentano il 10%, gli allievi l'8,75% e così pure gli assoluti; i cadetti sono 36. Quante sono le persone che hanno superato i 50 anni? Quanti coloro che non frequentano ancora la scuola secondaria di secondo grado? I cadetti che percentuale rappresentano? [48; 105; 15%]
- 653** Secondo i dati forniti nella primavera 2002 dall'ISTAT, il quattordicesimo censimento della popolazione italiana ha rilevato che nella penisola risiedono 56.305.568 persone. Questa cifra non si discosta molto da quelle emerse nei censimenti degli anni 1981 e 1991; però, tornando indietro nel tempo di 140 anni, ci si rende conto che la situazione è cambiata parecchio. Infatti nel 1861 la popolazione italiana era costituita da 22.176.000 persone. In questi 140 anni quale aumento percentuale ha subito la popolazione italiana? Qual è la percentuale attuale della popolazione maschile e di quella femminile se dal censimento risultò che la popolazione femminile superava quella maschile di 1.783.662 unità? (Calcola le percentuali a meno di un decimo). [153,9%; 48,4%; 51,6%]
- 654** In una tavola calda vengono cucinati *Pomodori ripieni di tonno* per 60 persone; la ricetta (riferita a 4 persone) prevede i seguenti ingredienti: 8 pomodori tutti uguali, 250 g di ventresca di tonno, 100 g di olive nere, 100 g di funghetti sott'olio, 50 g di filetti di acciughe, una manciata di prezzemolo, 1 uovo, 1 limone, mezzo bicchiere di olio, sale. Considerando che nel frigorifero ci sono 150 pomodori, 8 kg di ventresca di tonno, 3 kg di olive nere, 4 kg di funghetti sott'olio, 5 kg di filetti di acciughe, 6 dozzine di uova, 45 limoni, qual è la percentuale di tonno e di acciughe che rimane in frigorifero? Quale quella di pomodori e uova che viene consumata? (Calcola le percentuali a meno dell'unità). [53%; 85%; 80%; 21%]
- 655** A un'assemblea di condominio, in seconda convocazione, partecipano 15 condomini su 22 per complessivi 586 millesimi. I condomini sono chiamati a deliberare sulla trasformazione dei solai in mansarde e si esprimono nel modo seguente: 4 sono assolutamente contrari, 5 si astengono dalla votazione, 6 si dichiarano favorevoli alla trasformazione. Qual è la percentuale dei condomini che hanno partecipato all'assemblea? Quale quella di coloro che si sono dichiarati non contrari all'innovazione? E se coloro che sono contrari rappresentano 142 millesimi, qual è stata la percentuale, riferita ai millesimi, dei contrari? [68%; 73%; 24,23%]