

Laboratorio di matematica

C Costruzione di un triangolo simile a un triangolo dato

Disegna un triangolo ABC e un segmento $A'B'$. Costruisci poi un punto C' in modo che il triangolo $A'B'C'$ sia simile ad ABC . Verifica quindi che i rapporti tra le lunghezze dei lati corrispondenti dei due triangoli sono uguali.

Apriamo il menu *oggetti rettilinei* e selezioniamo lo strumento *Triangolo*; facciamo clic in tre punti della finestra di *Cabri* per creare il triangolo e assegniamo ai vertici i nomi A , B , C . Sempre dal menu *oggetti rettilinei* selezioniamo lo strumento *Segmento* e facciamo clic in due punti della finestra per creare un segmento ai cui estremi assegniamo i nomi A' e B' (FIGURA 1).

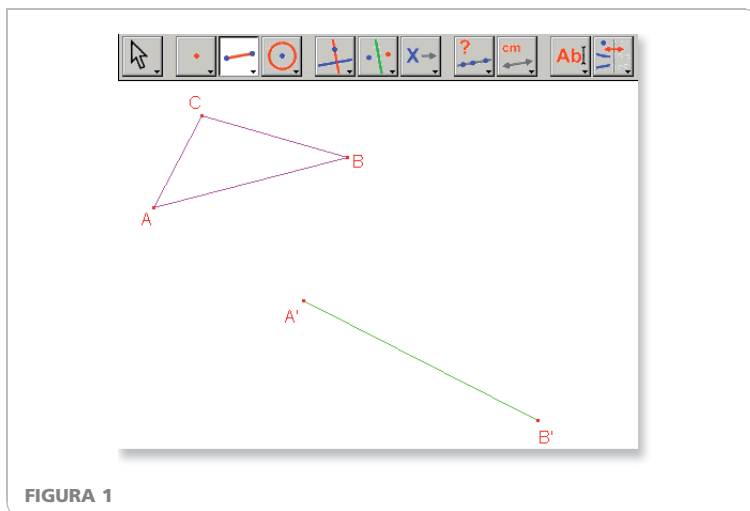


FIGURA 1

Per costruire il triangolo $A'B'C'$ applicheremo il primo criterio di similitudine: a tale scopo ci serviremo della macro *Trasporta un angolo* per disegnare due angoli $C'\hat{A}B'$ e $A'\hat{B}C'$ congruenti agli angoli A e B del triangolo dato.

Apriamo dunque tale macro (per i dettagli vedi l'esercitazione **COSTRUIRE UNA MACRO: REALIZZARE IL TRASPORTO DI UN ANGOLO**). Per utilizzarla occorre:

- A** indicare l'angolo da trasportare, facendo clic su tre punti in successione: un punto del primo lato dell'angolo, il vertice, un punto del secondo lato;
- B** indicare una semiretta che sarà il primo lato dell'angolo trasportato.

Prima di impiegare la macro dobbiamo perciò creare una semiretta. Apriamo ancora il menu *oggetti rettilinei* e selezioniamo lo strumento *Semiretta*. Portiamo il puntatore vicino al punto A' che sarà l'origine della semiretta e facciamo clic quando appare il messaggio *Questo punto*; spostiamo il puntatore vicino al punto B' , che sarà un punto della semiretta, e facciamo clic quando appare il messaggio *Questo punto* (FIGURA 2). Viene creata la semiretta $A'B'$.

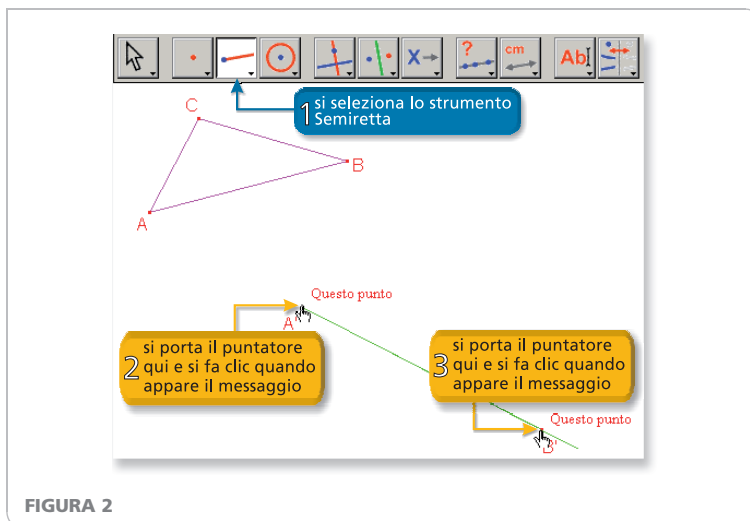
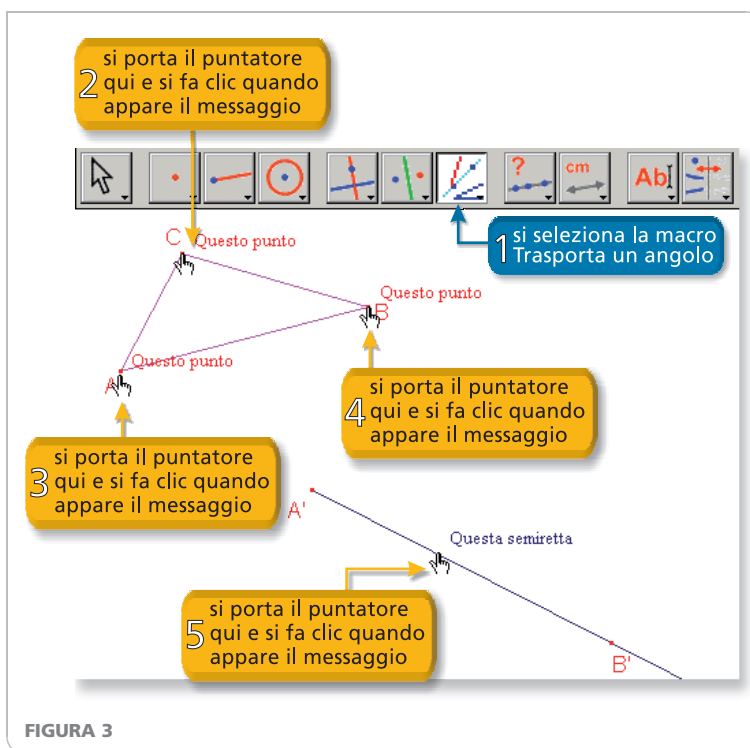


FIGURA 2

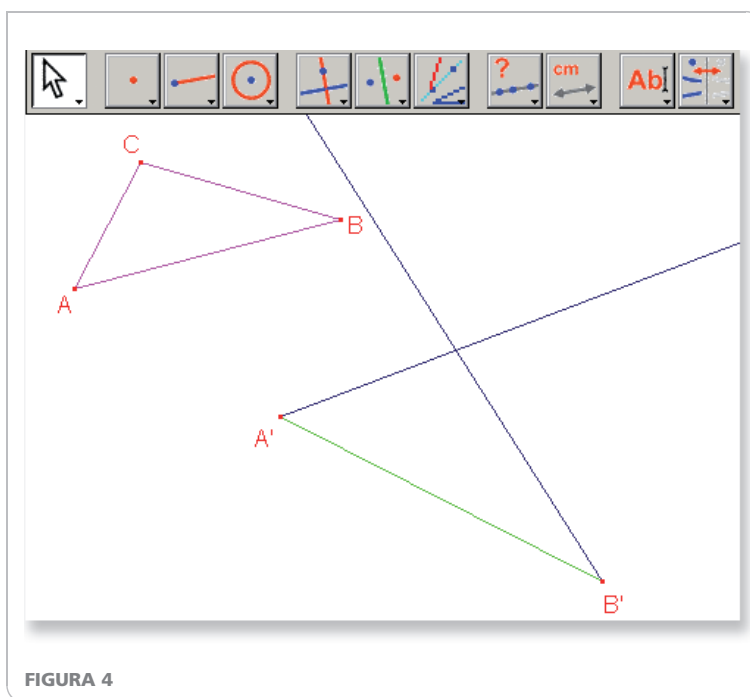
Possiamo ora costruire l'angolo $C'\hat{A}'B'$: apriamo il menu *Macro* e selezioniamo la voce *Trasporta un angolo*. Portiamo il puntatore vicino al punto C e, quando appare il messaggio, facciamo clic; allo stesso modo facciamo poi clic sul punto A e sul punto B e quindi portiamo il puntatore vicino alla semiretta appena tracciata e facciamo clic quando vediamo il messaggio *Questa semiretta* (FIGURA 3). Comparirà una semiretta, con origine nel punto A' e formante con la semiretta già disegnata un angolo congruente a $C\hat{A}B$. La semiretta $A'B'$ non ci servirà più: possiamo nascondere con lo strumento *Mostra/Nascondi*.



ATTENZIONE!

La macro *Trasporta un angolo* non è la stessa nelle diverse versioni di *Cabri*. Seguendo le indicazioni che qui ti diamo potresti ottenere la semiretta che, rispetto a quella che ti aspetti, giace dall'altra parte del segmento $A'B'$. In questo caso prova ad applicare nuovamente la macro invertendo l'ordine con cui indichi i tre punti che definiscono l'angolo da trasportare.

Ripetiamo i precedenti passaggi per costruire anche l'angolo $A'B'C'$: con lo strumento *Semiretta* costruiamo la semiretta di origine B' e passante per A' , poi selezioniamo la macro *Trasporta un angolo* e facciamo clic in successione sui punti C , B , A e quindi sulla semiretta $B'A'$. Apparirà una semiretta, con origine nel punto B' e formante con la semiretta $B'A'$ un angolo congruente ad $A\hat{B}C$. Nascondiamo quindi anche la semiretta $B'A'$ (FIGURA 4).



Possiamo ora costruire il triangolo $A'B'C'$ richiesto, il cui terzo vertice C' sarà il punto d'intersezione delle due semirette che abbiamo costruito con la macro *Trasporta un angolo*. Apriamo il menu *oggetti rettilinei* e selezioniamo lo strumento *Triangolo*, portiamo il puntatore prima vicino al punto A' e quando vediamo il messaggio *Vertice in questo punto*, facciamo clic, spostiamo quindi il puntatore vicino a B' e facciamo clic quando appare la scritta *in questo punto*; infine portiamo il puntatore vicino all'intersezione tra le due semirette e facciamo clic quando compare il messaggio *Punto in questa intersezione* (FIGURA 5). Assegniamo il nome C' all'ultimo punto costruito, nascondiamo le due semirette e coloriamo i triangoli. Per ottenere le lunghezze dei lati selezioniamo, dal menu *misure*, lo strumento *Distanza o lunghezza*. Occorre fare attenzione che, se si fa clic con tale strumento su un lato di un triangolo si ottiene la lunghezza del suo perimetro, mentre a noi interessa la lunghezza dei lati. Portiamo perciò il puntatore vicino al punto A e, quando appare la scritta *Distanza di questo punto*, facciamo clic, poi spostiamo il puntatore vicino al punto B e quando vediamo il messaggio *da questo punto* facciamo clic (FIGURA 6).

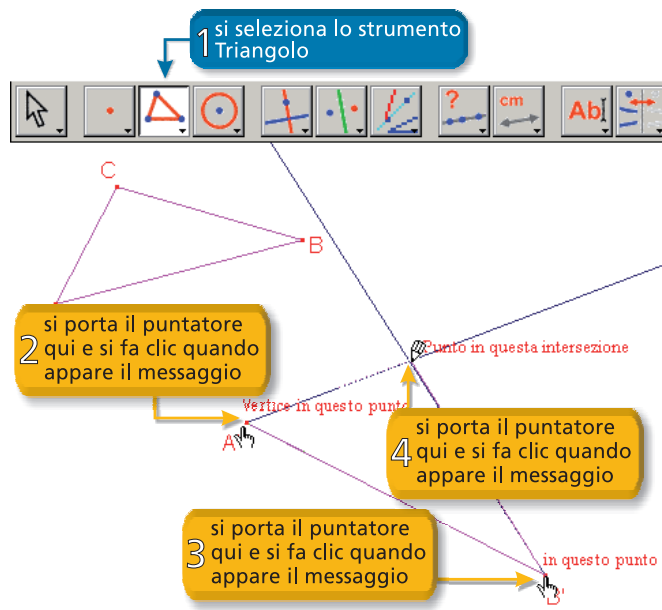


FIGURA 5

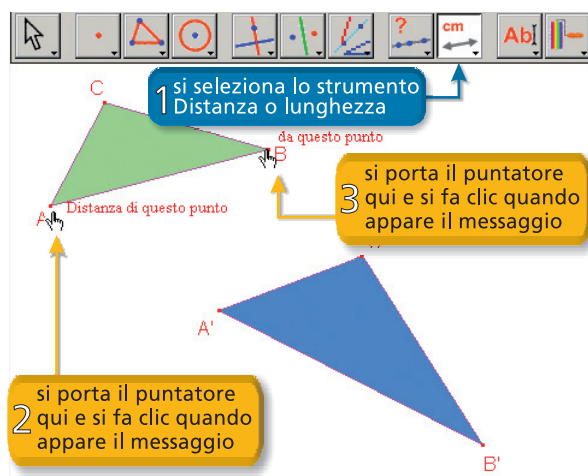


FIGURA 6

Confrontare la lunghezza del lato AB e un cursore lampeggiante a sinistra che ci invita a inserire un testo: scriviamo $AB=$. Ripetiamo il procedimento in modo da ottenere le lunghezze dei lati BC e CA e le lunghezze dei lati del triangolo $A'B'C'$ (FIGURA 7).

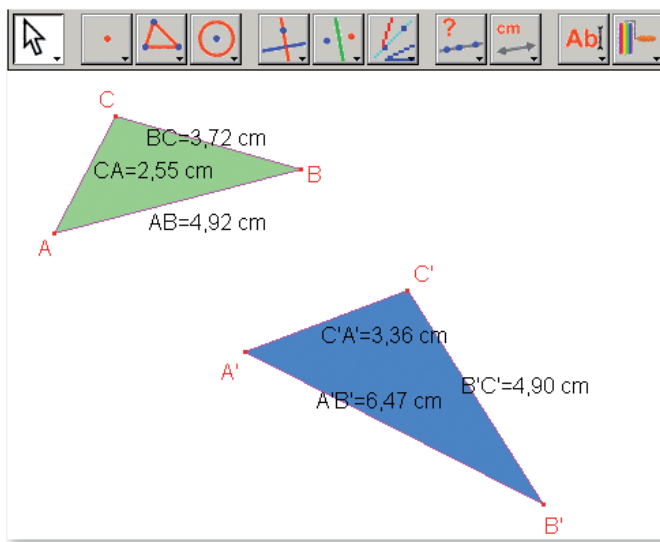


FIGURA 7

Possiamo ora calcolare i rapporti tra le lunghezze dei lati corrispondenti dei due triangoli, seguendo la procedura già descritta dettagliatamente nell'esercitazione **VERIFICARE IL TEOREMA DI TALETE**. Apriamo il menu *misure* e selezioniamo lo strumento *Calcolatrice*, facciamo clic sulla lunghezza di AB , poi sul pulsante della calcolatrice su cui è rappresentata la barra, simbolo della divisione, quindi sulla lunghezza di $A'B'$ e infine sul pulsante della calcolatrice su cui è rappresentato il simbolo $=$; nella casella della calcolatrice a destra di tale pulsante comparirà il valore del rapporto tra le lunghezze dei due lati. Trasciniamo il risultato in un'area libera della finestra di *Cabri* e sostituiamo la scritta «Risultato: » con « $AB:A'B' =$ ». Ripetiamo il procedimento per ottenere i rapporti $BC : B'C'$ e $CA : C'A'$ (FIGURA 8).

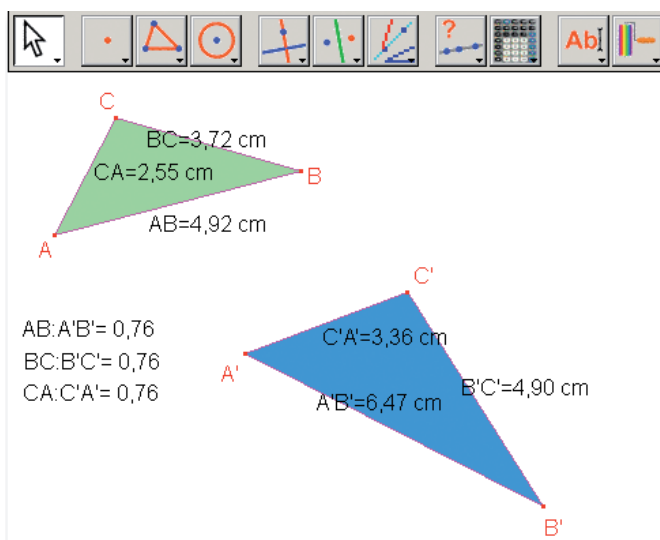


FIGURA 8

Come si vede, i rapporti tra le lunghezze dei lati corrispondenti dei due triangoli sono uguali; il loro valore comune è il *rapporto di similitudine* tra i due triangoli. Possiamo ora cambiare la forma dei due triangoli spostando a piacere i vertici del triangolo ABC o i punti A' e B' . Il punto C' invece non può essere spostato, perché è un punto costruito. Per la costruzione operata, qualunque sia la deformazione subita dai triangoli, risulta sempre $\hat{A} \cong \hat{A}'$ e $\hat{B} \cong \hat{B}'$, e quindi i due triangoli sono simili per il primo criterio. Perciò i rapporti tra i lati corrispondenti saranno sempre uguali tra loro. Puoi osservare che, spostando il punto C , il rapporto di similitudine non cambia: infatti, in tal modo non cambiano le lunghezze di AB e $A'B'$ e quindi resta invariato il rapporto $AB : A'B'$ e di conseguenza anche gli altri rapporti tra lati corrispondenti. Se invece si sposta uno tra i punti A, B, A', B' cambia anche il rapporto di similitudine (FIGURA 9).

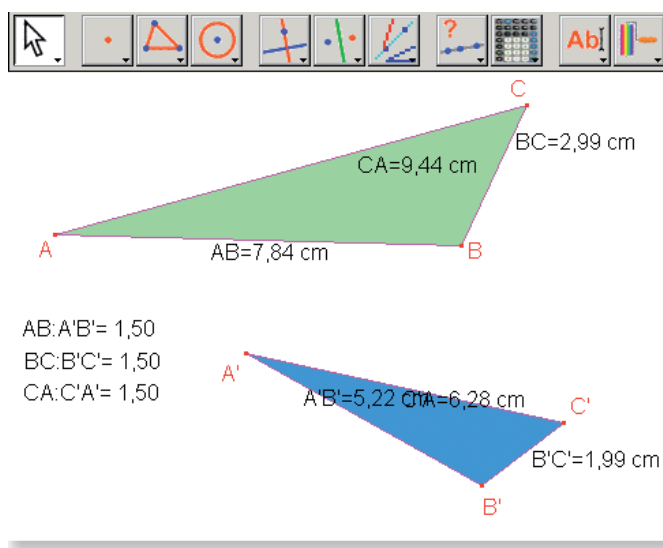


FIGURA 9