

# Laboratorio di matematica

## G Somma degli angoli di un triangolo

Disegna un triangolo  $ABC$  e una semiretta  $r$  di origine  $O$ . Costruisci quindi le semirette  $s$ ,  $t$ ,  $u$  anch'esse di origine  $O$  in modo che gli angoli  $rs$ ,  $st$ ,  $tu$  siano rispettivamente congruenti agli angoli interni di vertici  $A$ ,  $B$ ,  $C$  del triangolo. Infine verifica che l'ampiezza dell'angolo  $ru$ , e quindi anche la somma delle ampiezze degli angoli interni del triangolo, è  $180^\circ$ .

Prima di iniziare a tracciare gli oggetti che fanno parte della costruzione, nascondiamo gli assi: clicchiamo con il tasto destro del mouse su una zona vuota della Vista Grafica e togliamo il “segno di spunta” dalla voce *Assi*.

### ■ Disegniamo un triangolo.

Selezioniamo lo strumento *Poligono*, corrispondente al quinto pulsante da sinistra, denotato dal simbolo . Quindi facciamo *clic* nella finestra di *GeoGebra* in tre posizioni a piacere per definire i vertici del triangolo; per “chiudere” il triangolo dobbiamo portare il puntatore del mouse sul primo punto creato e, quando appare la scritta *Punto A*, facciamo *clic*. *GeoGebra* assegna automaticamente i nomi  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ai vertici del triangolo e i nomi  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , ai lati rispettivamente opposti. Coloriamo il triangolo, per esempio, in arancio.

### ■ Tracciamo la semiretta $r$ .

Scegliamo, dal menu del terzo pulsante, lo strumento *Semiretta per due punti*, denotato dall'icona , e con esso facciamo *clic* su due punti, abbastanza distanti dal triangolo  $ABC$ , per creare una semiretta; al primo punto che abbiamo così creato, che è l'origine della semiretta, assegniamo il nome  $O$  e alla semiretta assegniamo il nome  $r$  (FIGURA 1).

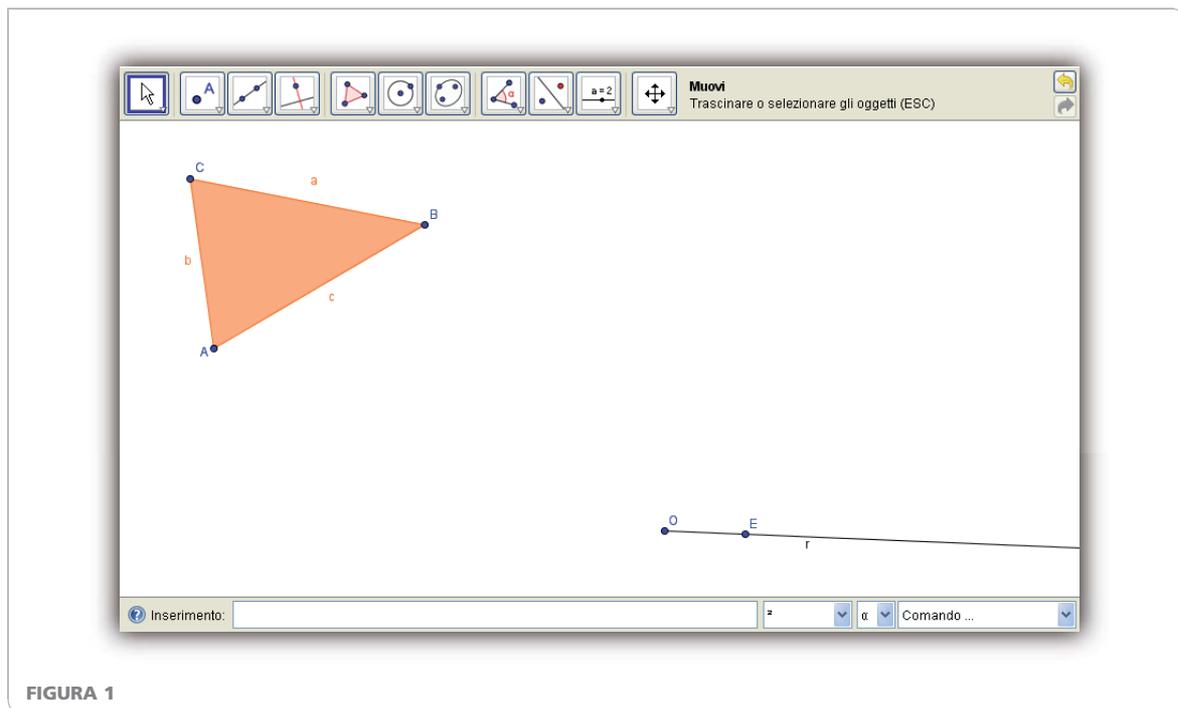


FIGURA 1

- Creiamo gli angoli interni del triangolo  $ABC$  (FIGURA 2).

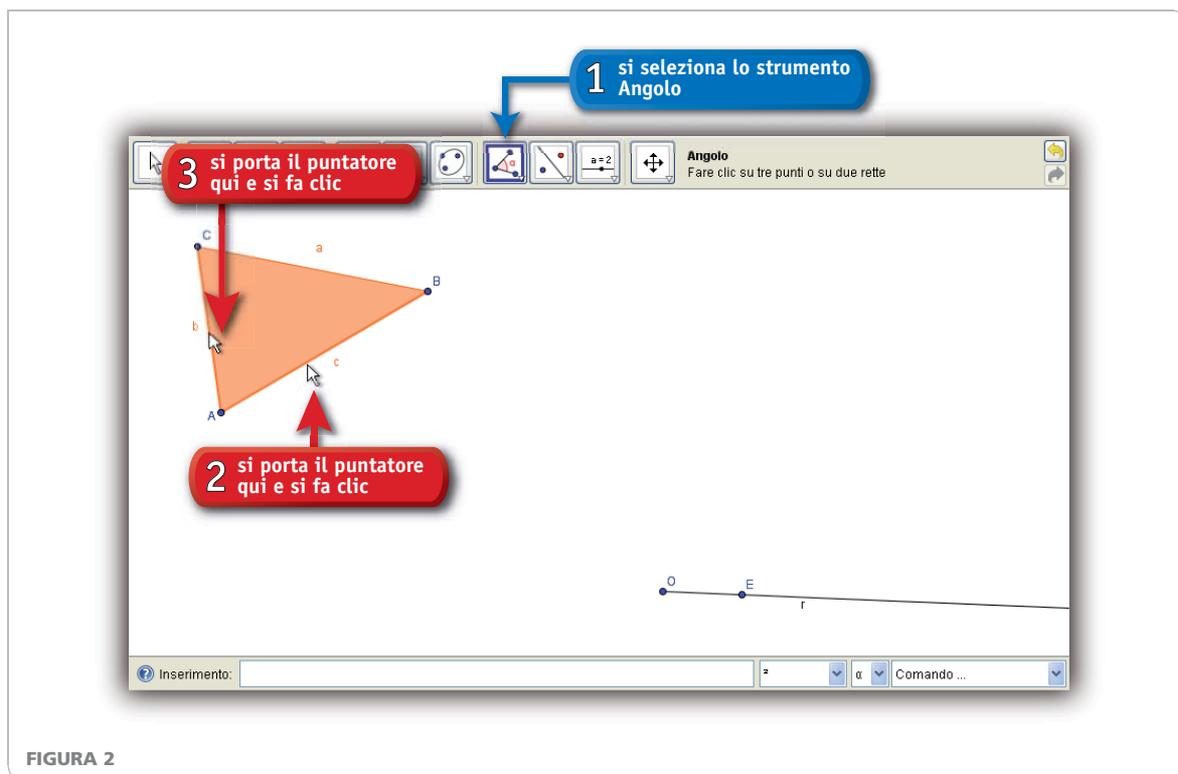


FIGURA 2

1. Selezioniamo, nel menu dell'ottavo pulsante, lo strumento *Angolo*, denotato dall'icona .
2. Portiamo il puntatore vicino al lato  $AB$  e, quando questo appare evidenziato, facciamo *click* per indicare il primo lato dell'angolo.
3. Portiamo il puntatore vicino al lato  $AC$  e, quando questo appare evidenziato, facciamo *click* per indicare il secondo lato dell'angolo.

L'angolo  $\widehat{BAC}$  viene marcato da una lunetta nella quale compare il nome  $\alpha$  assegnato all'angolo e la sua ampiezza in gradi.

Osserva che, per definire un angolo, abbiamo indicato due suoi lati; l'ordine in cui questi si indicano non è indifferente: se avessimo indicato prima il lato  $AC$  e poi il lato  $AB$ , avremmo ottenuto l'angolo concavo di vertice  $A$  al posto dell'angolo convesso. In generale l'angolo che si ottiene è quello descritto dal primo lato in una rotazione antioraria attorno al vertice che lo porta a sovrapporsi al secondo lato.

#### OPPURE

Nell'esercitazione **IL PRIMO CRITERIO DI CONGRUENZA** abbiamo utilizzato un metodo diverso per creare gli angoli, consistente nell'indicare tre punti, di cui il secondo è il vertice dell'angolo mentre gli altri due appartengono a due suoi lati.

Il metodo ora applicato consiste invece nell'indicare due segmenti, ma si possono anche indicare semirette o rette.

Ripetiamo il procedimento per creare gli altri due angoli del triangolo, cui *GeoGebra* assegna i nomi  $\beta$  e  $\gamma$ .

■ Creiamo l'angolo  $\alpha$  congruente ad  $\alpha$  (FIGURA 3).

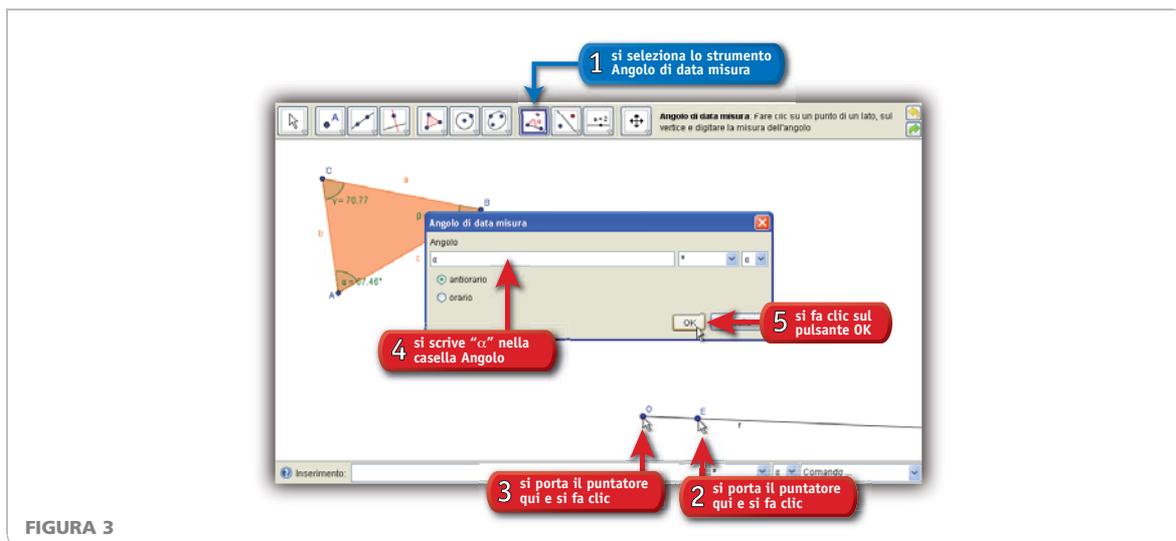


FIGURA 3

1. Selezioniamo, nel menu dell'ottavo pulsante, lo strumento *Angolo di data misura*, denotato dall'icona
2. Portiamo il puntatore vicino al punto  $E$  e, quando questo appare evidenziato, facciamo *click* per indicare un punto del primo lato dell'angolo.
3. Portiamo il puntatore vicino al punto  $O$  e, quando questo appare evidenziato, facciamo *click* per indicare il vertice dell'angolo.
4. Compare una finestra; facciamo *click* nella casella *Angolo* e, dopo aver cancellato l'eventuale contenuto, scriviamo la lettera greca  $\alpha$ : per ottenerla teniamo premuto il tasto *alt* (Windows) o *ctrl* (MacOs) e premiamo il tasto *A*. In questo modo indichiamo a *GeoGebra* che l'ampiezza dell'angolo che vogliamo costruire è la stessa di quella dell'angolo  $B\hat{A}C$ , a cui *GeoGebra* ha assegnato il nome  $\alpha$ . Infine controlliamo che sia selezionata l'opzione *antiorario*.
5. Facciamo *click* sul pulsante *OK*.

*GeoGebra* crea un nuovo punto, che chiameremo  $F$ , e marca l'angolo  $E\hat{O}F$  cui assegna il nome  $\delta$ ; cambiamone il nome in  $\alpha'$ . Il nuovo angolo creato ha la stessa ampiezza di  $\alpha$ .

■ Tracciamo la semiretta  $s$  di origine  $O$  e passante per  $F$  (FIGURA 4).

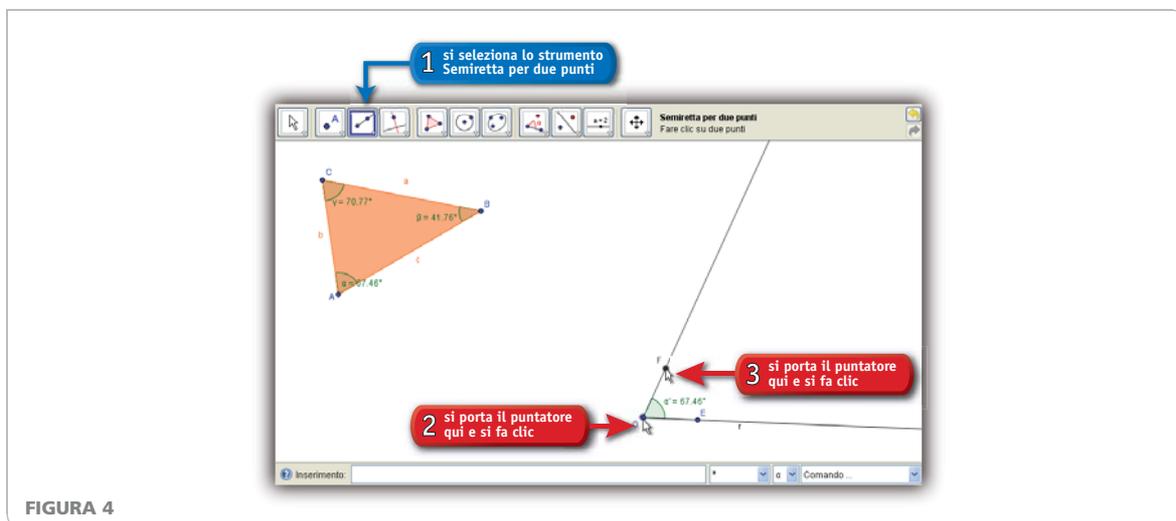


FIGURA 4

1. Selezioniamo, nel menu del terzo pulsante, lo strumento *Semiretta per due punti*, denotato dall'icona .
2. Portiamo il puntatore vicino al punto  $O$  e, quando questo appare evidenziato, facciamo *click* per indicare l'origine della semiretta.
3. Portiamo il puntatore vicino al punto  $F$  e, quando questo appare evidenziato, facciamo *click* per indicare un punto della semiretta.

Appare una nuova semiretta di origine  $O$  cui assegniamo il nome  $s$ . Essa forma, con la semiretta  $r$ , un angolo congruente a  $\widehat{BAC}$ .

Ripetiamo due volte gli ultimi due procedimenti descritti. La prima volta per creare l'angolo  $\widehat{FOG}$  di ampiezza  $\beta$  e la semiretta  $t$  di origine  $O$  passante per  $G$ , la seconda volta per creare l'angolo  $\widehat{GOH}$  di ampiezza  $\gamma$  e la semiretta  $u$  di origine  $O$  passante per  $H$ . Vediamo il risultato in FIGURA 5.

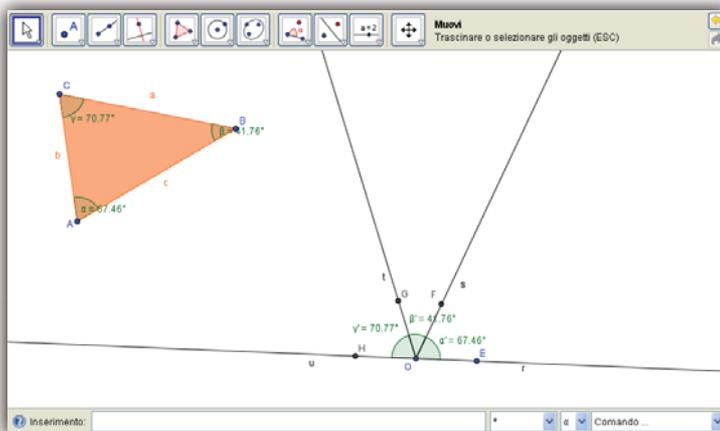


FIGURA 5

Abbiamo in questo modo costruito i tre angoli  $rs$ ,  $st$ ,  $tu$ , rispettivamente congruenti agli angoli del triangolo  $ABC$ . L'angolo  $ru$ , che è la loro somma, è quindi congruente alla somma degli angoli interni del triangolo. Si può notare che le semirette  $r$  e  $u$  sono allineate e quindi l'angolo  $ru$  è un angolo piatto: è così verificato che la somma delle ampiezze degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$ .

Per avere una conferma “algebraica” di tale risultato scegliamo, dal menu *Visualizza*, la voce *Vista Algebra* (FIGURA 6).

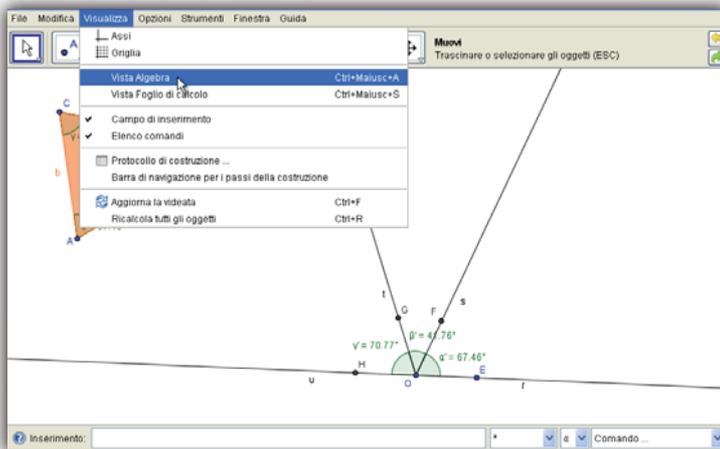


FIGURA 6

Quindi facciamo *clic* nella casella *Inserimento*: e scriviamo:

$$\text{sommaangoli} = \alpha + \beta + \gamma$$

Dopo aver premuto *Invio*, nella colonna di sinistra compare il risultato (FIGURA 7): la somma delle ampiezze dei tre angoli interni è  $180^\circ$ .

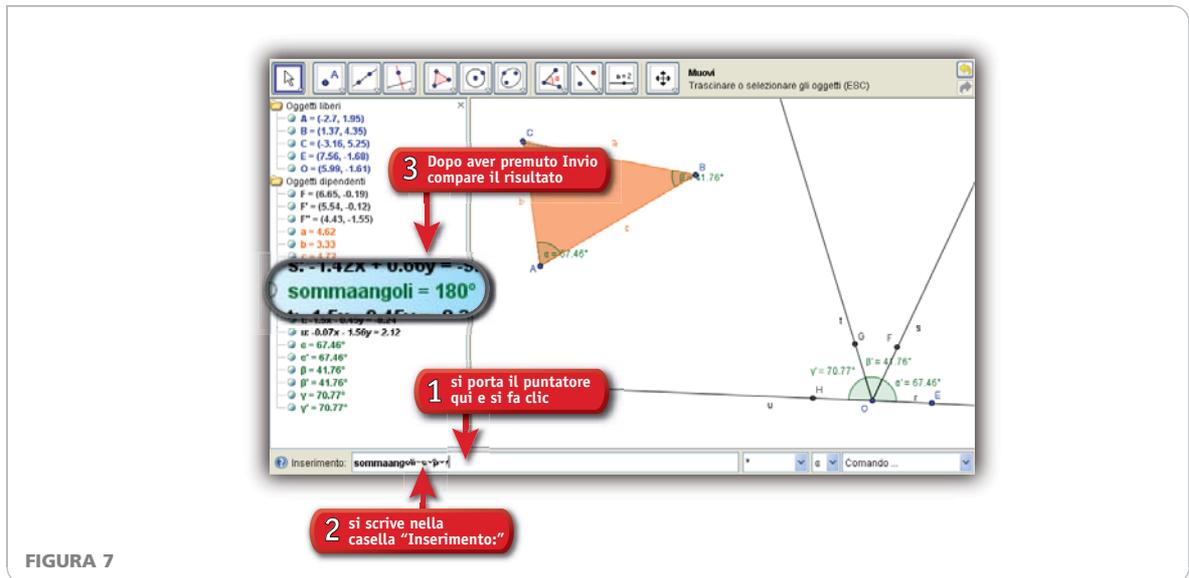


FIGURA 7

Puoi ora provare a modificare il triangolo  $ABC$ : seleziona lo strumento *Muovi*, denotato dall'icona , e con esso sposta i vertici del triangolo. Vedrai muoversi le semirette  $s$  e  $t$ , ma comunque le semirette  $r$  e  $u$  rimarranno allineate; i valori di  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  che compaiono nella colonna di sinistra cambieranno, ma il valore della variabile "sommaangoli" rimarrà uguale a  $180^\circ$ .