

Laboratorio di matematica

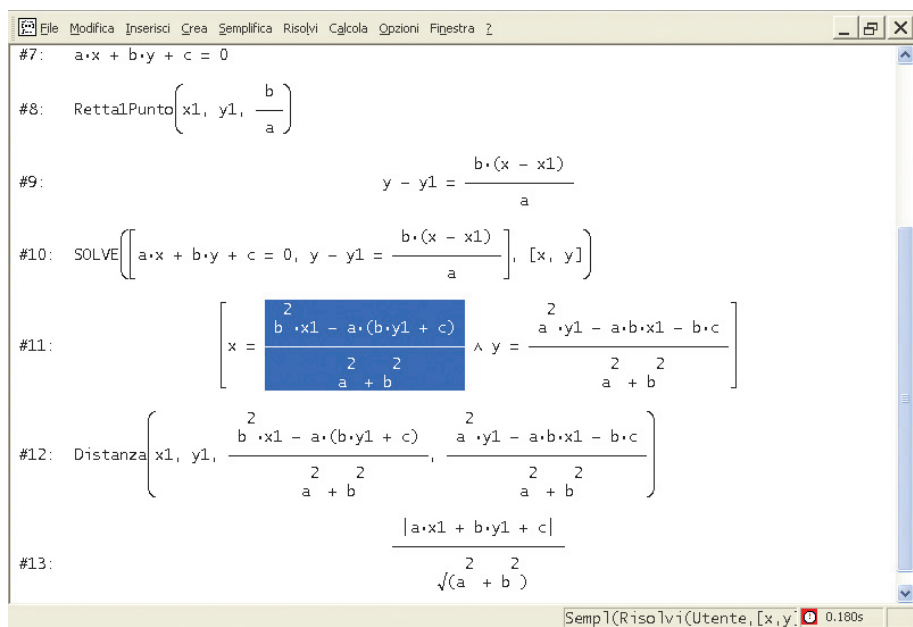
D Distanza di un punto da una retta: dimostrazione

Il programma *Derive* non può eseguire dimostrazioni, ma può aiutarci a svolgere i calcoli, talvolta complessi, che si rendono necessari in una dimostrazione. Vogliamo dimostrare la formula della distanza di un punto da una retta. Seguiremo il procedimento dell'esercitazione **DISTANZA DI UN PUNTO DA UNA RETTA**, considerando questa volta un generico punto $P(x_1; y_1)$ e una generica retta di equazione $ax + by + c = 0$.

Cominciamo con le definizioni delle variabili e delle funzioni già inserite nell'esercitazione citata (**DISTANZA DI UN PUNTO DA UNA RETTA** espressioni **#1–6** di **FIGURA 1**) e inseriamo l'equazione di una generica retta r scrivendo, nella casella di inserimento,

$$ax+by+c=0$$

e premendo poi *Invio* (**FIGURA 1**).



#7: $a \cdot x + b \cdot y + c = 0$

#8: $\text{Retta1Punto}\left(x_1, y_1, \frac{b}{a}\right)$

#9: $y - y_1 = \frac{b \cdot (x - x_1)}{a}$

#10: $\text{SOLVE}\left[\left[a \cdot x + b \cdot y + c = 0, y - y_1 = \frac{b \cdot (x - x_1)}{a}\right], [x, y]\right)$

#11:
$$\left[x = \frac{b^2 \cdot x_1 - a \cdot (b \cdot y_1 + c)}{a^2 + b^2}, y = \frac{a \cdot y_1 - a \cdot b \cdot x_1 - b \cdot c}{a^2 + b^2} \right]$$

#12:
$$\text{Distanza}\left(x_1, y_1, \frac{b^2 \cdot x_1 - a \cdot (b \cdot y_1 + c)}{a^2 + b^2}, \frac{a \cdot y_1 - a \cdot b \cdot x_1 - b \cdot c}{a^2 + b^2}\right)$$

#13:
$$\frac{|a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Sempl(Risolvi(Utente,[x,y] 0.180s)

FIGURA 1

Il coefficiente angolare di r è $-\frac{a}{b}$, quindi il coefficiente angolare della retta s , perpendicolare a r e passante per $P(x_1; y_1)$, è $\frac{b}{a}$. Perciò, per ottenere l'equazione di s , utilizziamo la funzione *Retta1Punto* con i parametri $x_1, y_1, b/a$. Scriviamo nella casella di inserimento

$$\text{Retta1Punto}(x_1, y_1, b/a)$$

premiamo *Invio* e facciamo poi clic sul pulsante *Semplifica*.

Le coordinate del piede della perpendicolare a r condotta da P , che è il punto H di intersezione tra r ed s , si ottengono risolvendo il sistema formato dalle equazioni di r e di s , che sono la #7 e la #9. Dal menu *Risolvi* scegliamo *Sistema* e procediamo come nell'esercitazione citata: fai attenzione che, nella seconda finestra di dialogo, nella casella *Variabili della soluzione* questa volta compaiono, oltre a x e y , altre variabili. Devono essere selezionate solo x e y , come in FIGURA 2. Se così non fosse, selezionalo facendo clic prima su x e poi su y .

Facendo clic su *Risolvi*, *Derive* calcola le coordinate di H (espressione #11).

Dobbiamo ora calcolare la distanza tra $P(x_1; y_1)$ e H . Ci serviremo della funzione *Distanza*, ma per evitare di riscrivere le complesse espressioni delle coordinate di H ricorreremo a uno «stratagemma». Cominciamo a scrivere nella casella di inserimento

Distanza(x1,y1,

e poi facciamo clic più volte con il mouse sull'espressione della x di H , fino a che questa risulta selezionata come in FIGURA 1 (fai attenzione che $x=$ non deve essere selezionato).

Quindi torniamo nella casella di inserimento, facendo clic con il mouse dopo l'ultima virgola, e premiamo il tasto $F3$. Così facendo viene inserita l'espressione selezionata. Scriviamo quindi una

virgola e ripetiamo il procedimento per inserire anche la y di H , scrivendo infine il carattere $)$ di parentesi chiusa. Premiamo *Invio* e facciamo clic sul pulsante *Semplifica*.

L'espressione #13 che ne risulta esprime la distanza del punto $P(x_1; y_1)$ dalla retta di equazione $ax + by + c = 0$.

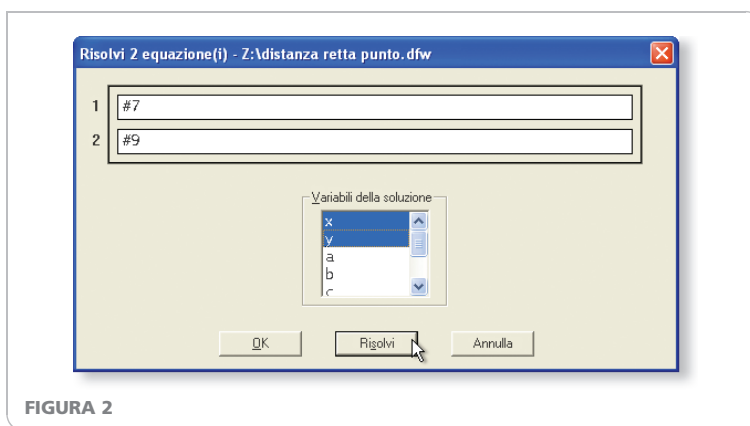


FIGURA 2

SALVARE LE DEFINIZIONI

Le variabili e le funzioni definite nelle esercitazioni **DISTANZA TRA DUE PUNTI** e **DISTANZA DI UN PUNTO DA UNA RETTA** potranno essere utili anche in seguito.

Per evitare di dover inserire nuovamente tutte le definizioni, è conveniente salvarle in un file.

Innanzitutto, nella finestra di algebra cancella tutte le espressioni dalla #7 in poi: selezionalo e quindi fai clic sul pulsante $\times$. Resteranno solo le espressioni dalla #1 alla #6, che sono le definizioni che ci interessa salvare. Ora dal menu *File* scegli *Salva con nome* e nella finestra che compare scegli la posizione in cui salvare il file e il nome da assegnargli, ad esempio *geometria analitica*.

Attenzione! Nella casella *Salva come* scegli, dal menu a tendina, **File Math (*.mth)**. In questo modo sarà possibile utilizzare le definizioni contenute in questo file senza doverle materialmente includere nella finestra di algebra.