

Laboratorio di matematica

D Risoluzione grafica delle equazioni e delle disequazioni di secondo grado numeriche

Ci proponiamo di interpretare graficamente la risoluzione di un'equazione di secondo grado. Consideriamo, ad esempio, l'equazione $x^2 - 5x + 6 = 0$. Inseriamola nell'apposita casella, confermiamo con *Invio* e quindi tracciamo il grafico della funzione $y = x^2 - 5x + 6$. Tale grafico è una parabola con asse parallelo all'asse y e concavità verso l'alto (FIGURA 1). Come sappiamo, la risoluzione dell'equazione di secondo grado si può interpretare come la ricerca dei punti di intersezione con l'asse delle ascisse della parabola che abbiamo tracciato. Tale parabola in questo caso ($\Delta > 0$) interseca l'asse x in corrispondenza dei punti di ascissa $x_1 = 2$ e $x_2 = 3$ che sono le soluzioni dell'equazione considerata.

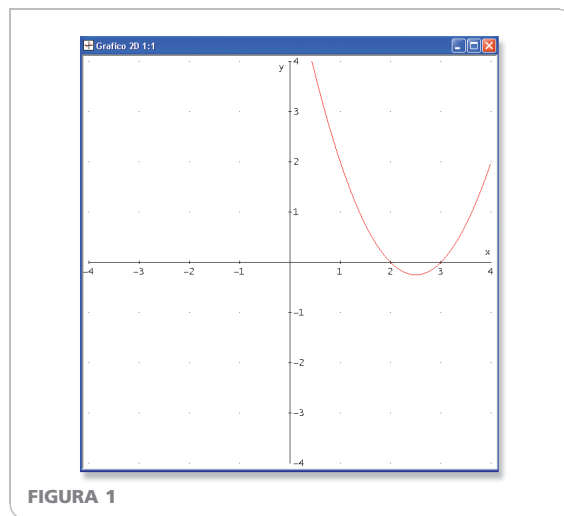


FIGURA 1

Se tracciamo il grafico della parabola di equazione $y = x^2 - 4x + 4$ per verificare le soluzioni dell'equazione $x^2 - 4x + 4 = 0$, in cui è $\Delta = 0$, otteniamo una parabola tangente all'asse delle ascisse in corrispondenza di $x_1 = x_2 = 2$ (FIGURA 2): perciò si dice che $x = 2$ è una soluzione doppia dell'equazione considerata.

Infine tracciamo il grafico della parabola di equazione $y = x^2 + 2x + 5$ per verificare la soluzione dell'equazione di secondo grado $x^2 + 2x + 5 = 0$, per cui è $\Delta < 0$. La parabola corrispondente non interseca l'asse delle ascisse (FIGURA 3). Dato che il coefficiente del termine di secondo grado è maggiore di zero, la parabola giace al di sopra dell'asse delle ascisse. L'equazione $x^2 + 2x + 5 = 0$, come abbiamo già visto, è impossibile.

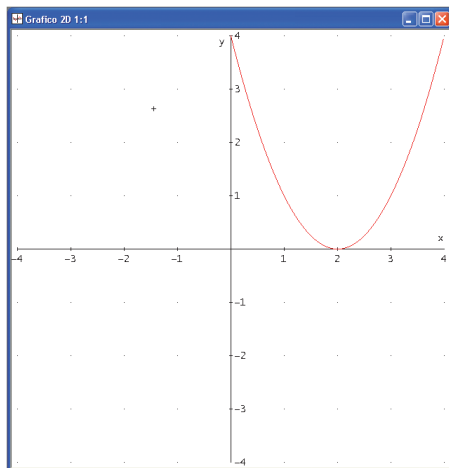


FIGURA 2

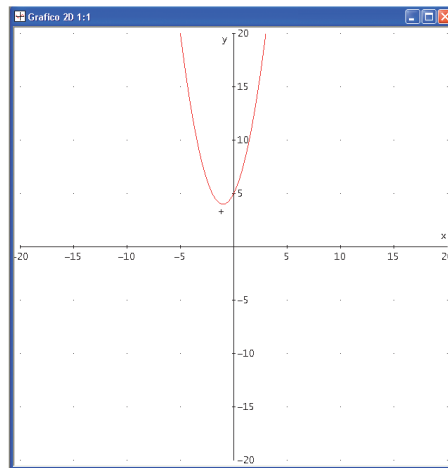


FIGURA 3

Supponiamo ora di voler risolvere graficamente la disequazione $x^2 - 5x + 6 < 0$ utilizzando il grafico di **FIGURA 1**. L'insieme delle soluzioni della disequazione è costituito dalle ascisse dei punti che si trovano al di sotto dell'asse delle ascisse, esclusi i punti di intersezione con l'asse x . Possiamo concludere che l'insieme delle soluzioni è l'intervallo $(2 ; 3)$.

Ti lasciamo il compito di verificare che l'insieme delle soluzioni della disequazione $x^2 - 4x + 4 \leq 0$ è $S = \{2\}$ e quello della disequazione $x^2 + 2x + 5 < 0$ è l'insieme vuoto.