Laboratorio di matematica

D Risoluzione delle equazioni di secondo grado numeriche

Con *Derive* possiamo risolvere un'equazione in modo immediato.
Supponiamo di voler risolvere l'equazione $x^2 - 5x + 6 = 0$. Per prima cosa dobbiamo inserirla, scrivendola nell'apposita casella nella forma `x^2-5x+6=0`.
Dopo aver premuto il tasto *Invio*, l'equazione apparirà, contrassegnata da **#1** nella finestra di *Derive*.
Facciamo clic sul pulsante *Risolvi espressione*, denotato dall'icona . Compare la finestra di dialogo di **FIGURA 1**. Notiamo che in corrispondenza della voce *Dominio della soluzione* è contrassegnata l'opzione *Complesso*. Come noto, *Derive* opera nel campo dei numeri complessi, che studierai nei successivi anni di corso. È opportuno impostare *Derive* in modo che ci fornisca, se esistono, le radici reali dell'equazione. Pertanto selezioniamo la voce *Reale*: facendo clic, l'opzione risulta selezionata. Facciamo ora clic sul pulsante *Risolvi*.

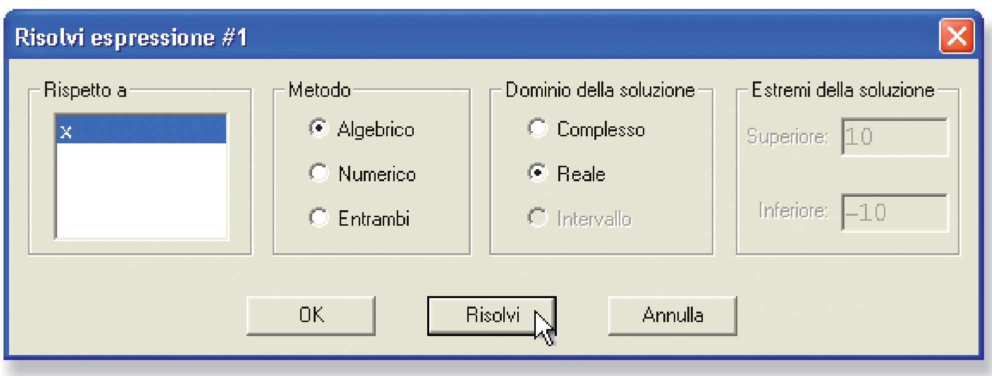

FIGURA 1

Nella finestra di *Derive* (**FIGURA 2**) compaiono due espressioni.
La prima espressione generata (**#2**) è

$$\mathtt{SOLVE}(x^2-5\cdot x+6=0,x,\mathtt{Real})$$

Il primo argomento della funzione `SOLVE` è l'equazione da risolvere. Il secondo argomento è l'incognita dell'equazione. Il terzo argomento, `Real`, che è presente se nella finestra di dialogo di **FIGURA 1** si seleziona la voce *Reale* in *Dominio della soluzione*, indica che sono restituite solamente le soluzioni che non hanno componenti immaginarie.
L'espressione **#3** di **FIGURA 2** riporta le due soluzioni dell'equazione nella forma `x=3∨x=2`. In questo caso infatti l'equazione ha discriminante positivo e quindi ha due soluzioni. Il simbolo $\vee$ che compare nell'espressione **#3** è il simbolo di disgiunzione logica (vel): esso sta a indicare che l'equazione data è soddisfatta per $x = 3$ *oppure* per $x = 2$.
Supponiamo ora di voler risolvere l'equazione $x^2 - 4x + 4 = 0$. La scriviamo nell'apposita casella e premiamo *Invio*. Facciamo clic sul pulsante *Risolvi espressione*. Compare la finestra di dialogo di **FIGURA 1**. In corrispondenza della voce *Dominio della soluzione* è ora già contrassegnata l'opzione *Reale*. Facciamo clic sul pulsante *Risolvi*. Nella finestra di *Derive* (**FIGURA 2**) compaiono due espressioni.
L'espressione **#5** ha lo stesso significato dell'espressione **#2**. L'espressione **#6** di **FIGURA 2** riporta l'unica soluzione $x = 2$ dell'equazione in oggetto che, in questo caso, ha discriminante nullo.

Supponiamo infine di voler risolvere l'equazione $x^2 + 2x + 5 = 0$. Risolvendola, nella finestra di *Derive* compaiono le espressioni **#8** e **#9**.

L'espressione **#8** ha lo stesso significato delle espressioni **#2** e **#5**, mentre la scritta `false` che compare all'espressione **#9** indica che l'equazione è impossibile.

Se, una volta comparsa la finestra di dialogo di **FIGURA 1**, avessimo fatto clic direttamente sul pulsante *Risolvi* senza modificare il dominio della soluzione, avremmo ottenuto in questo caso ($\Delta < 0$) dei risultati a cui, per ora, non siamo in grado di dare significato.

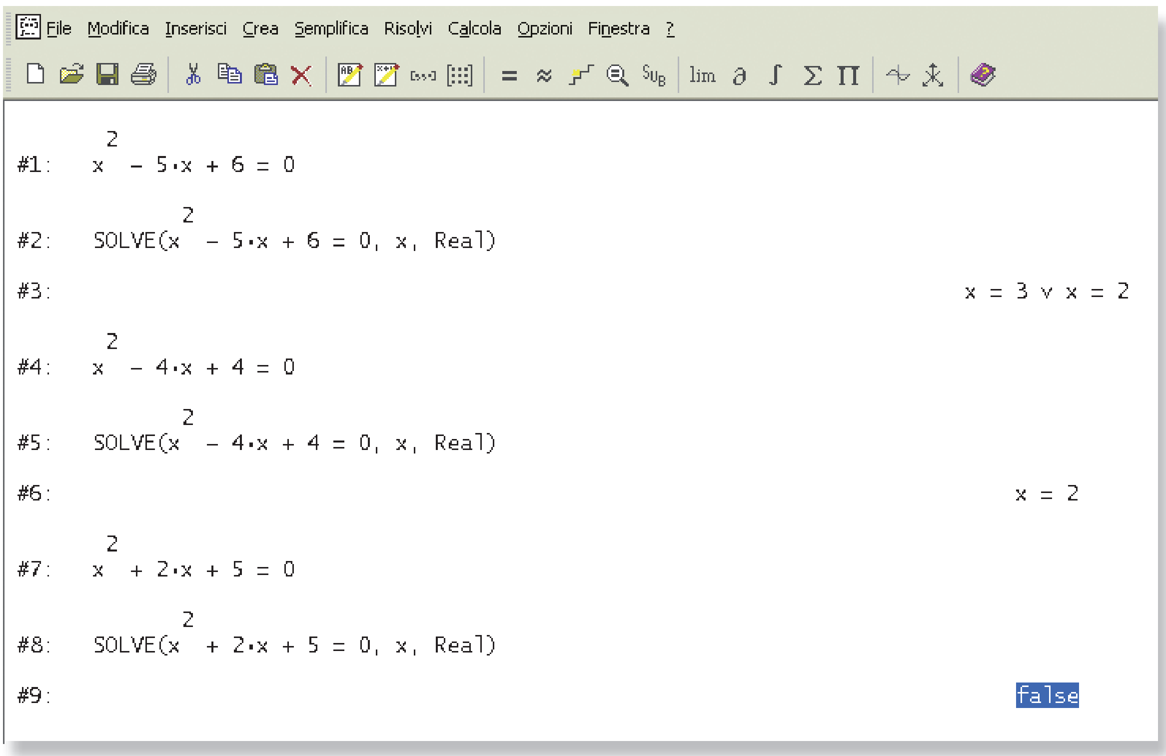

FIGURA 2

PER APPROFONDIRE

Come puoi vedere nell'esercitazione **ENUNCIATI E PREDICATI**, *Derive* tratta le equazioni come *predicati*. L'equazione $x^2 - 5x + 6 = 0$ e l'espressione $x = 3 \vee x = 2$ che si ottiene risolvendola non sono altro che *predicati equivalenti*, ossia predicati che hanno lo stesso insieme di verità. Per questo motivo risolvendo l'equazione $x^2 + 2x + 5 = 0$ si ottiene `false`: tale equazione è impossibile e quindi, considerata come predicato, ha un insieme di verità vuoto e assume il valore falso per qualsiasi valore della variabile x.