

Laboratorio di matematica

D Radici e potenze con esponente frazionario

La manipolazione di espressioni contenenti radicali mediante *Derive* è un argomento particolarmente delicato: la comprensione delle trasformazioni che *Derive* opera su tali espressioni richiederebbe la padronanza di alcuni argomenti teorici che affronterai solo nei prossimi anni di corso. Occorre poi tener conto di alcuni limiti della notazione utilizzata da *Derive*.

Cominciamo con l'osservare che *Derive* riconosce e utilizza solo il simbolo di radice quadrata. Il metodo più semplice per ottenerlo quando si inserisce un'espressione è quello di ricorrere alla funzione *sqrt* (da *square root*, ossia radice quadrata). Supponiamo, ad esempio, di voler inserire l'espressione $\sqrt{2\sqrt{2}}$; nell'apposita finestra di inserimento dovremo scrivere:

`sqrt(2*sqrt(2))`

Al posto di *sqrt* si può anche utilizzare l'apposito simbolo $\sqrt{}$ di radice quadrata che compare tra i pulsanti posti al di sotto della casella di inserimento (FIGURA 1). In alternativa si può usare la combinazione di tasti *Ctrl+Q*.



FIGURA 1

Ricorda comunque che il simbolo $\sqrt{}$ è un simbolo di funzione: in pratica non è altro che un'abbreviazione di *sqrt*; per evitare errori è perciò indispensabile porre tra parentesi il radicando.

<code>sqrt2</code>	e	$\sqrt{2}$	rappresentano	$\sqrt{2}$
<code>sqrt2+5</code>	e	$\sqrt{2+5}$	rappresentano	$\sqrt{2+5}$
<code>sqrt(2+5)</code>	e	$\sqrt{(2+5)}$	rappresentano	$\sqrt{2+5}$
<code>sqrt ab</code>	e	$\sqrt{ab}$	rappresentano	$\sqrt{a \cdot b}$
<code>sqrt(ab)</code>	e	$\sqrt{(ab)}$	rappresentano	$\sqrt{ab}$

Per inserire ed elaborare espressioni contenenti radicali con indice diverso da 2, è necessario trasformarle in potenze con esponente frazionario.

Ad esempio, se vogliamo inserire l'espressione $\sqrt[6]{3+4\sqrt[3]{2}}$ dobbiamo trasformarla in $(3+4 \cdot 2^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{6}}$; quindi nell'apposita finestra di inserimento dovremo scrivere:

`(3+4*2^(1/3))^(1/6)`

È possibile che la semplificazione di espressioni contenenti radicali quadratici o esponenti frazionari dia dei risultati che non sei in grado di comprendere: *Derive* infatti opera nel campo dei *numeri complessi*, che studierai nei successivi anni di corso. Qui ci limitiamo ad accennare che tale insieme è un ampliamento dell'insieme $\mathbb{R}$ dei numeri reali ossia contiene, oltre ai numeri reali, dei nuovi numeri. In tale insieme esistono n radici n -esime di ogni numero (e quindi anche dei numeri reali): ciò significa che, dato un qualsiasi numero (anche reale e negativo!), ci sono due numeri complessi i cui quadrati sono uguali a esso, tre numeri complessi il cui cubo è uguale a esso e così via.

Per tale motivo, trasformando con *Derive* espressioni contenenti radicali quadratici con radicando negativo e potenze con esponente frazionario con base negativa potresti ottenere risultati apparentemente senza significato.

Per evitare tali inconvenienti controlla sempre che i radicandi e le basi delle potenze a esponente frazionario, quando sono numerici, siano sempre maggiori o uguali a zero. Inoltre è opportuno impostare *Derive* in modo che ci fornisca, se esiste, il valore reale delle potenze con esponente frazionario.

A tale scopo apri il menu *Opzioni* e fai clic sulla voce *Modalità* (FIGURA 2). Comparirà una finestra. Nella parte superiore di essa scegli la scheda *Semplificazione* e quindi fai clic sul triangolino che compare a destra della casella *Radici complesse*. Nel menu che si apre scegli la voce *Real* e quindi fai clic su *OK* (FIGURA 3).

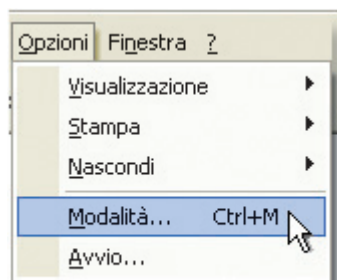


FIGURA 2

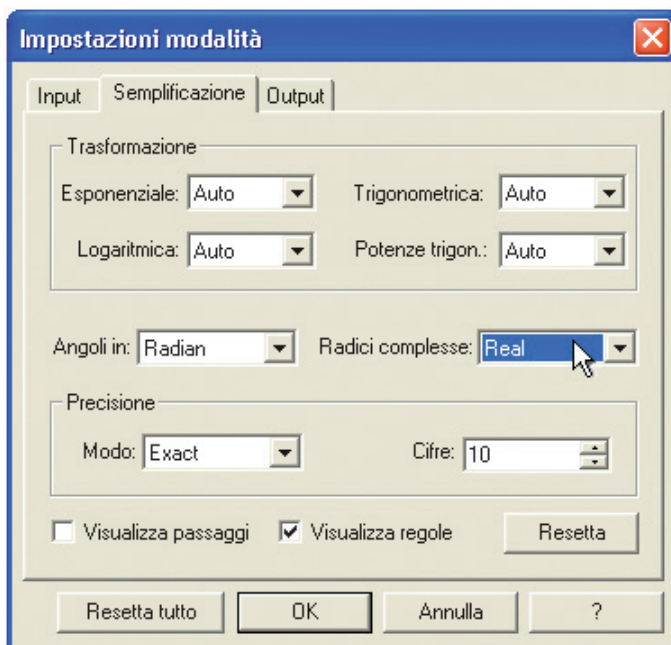


FIGURA 3

Nel caso che i radicandi o le basi delle potenze con esponente frazionario siano letterali, è opportuno «informare» *Derive* che si intende operare con radicandi maggiori o uguali a zero. Supponiamo ad esempio di voler introdurre e semplificare l'espressione

$$a\sqrt{(b+1)\sqrt[6]{a}} \cdot \sqrt[4]{a(b+1)}$$

Affinché tutti i radicandi siano positivi dev'essere $a \geq 0$ e $b \geq -1$.

Dal menu *Crea* scegliamo *Dominio di una variabile*. Compare una finestra di dialogo (FIGURA 4). Nella casella intestata *Nome della variabile* scriviamo il nome della variabile: nel nostro caso cominciamo con lo scrivere **a**. Nella parte in alto a destra della finestra, nel riquadro *Dominio* facciamo clic su *Reale*, e nel riquadro in basso, intestato *Intervallo*, facciamo clic su *Non negativo* $[0; +\infty)$. Facciamo quindi clic su *OK*.

FIGURA 4

Ripetiamo la procedura ora descritta anche per la variabile *b*, ma questa volta, nel riquadro *Intervallo* facciamo clic su *Intervallo chiuso-aperto* attivando così anche la parte inferiore; nella prima casella di questa scriveremo **-1**, nella seconda casella **Inf** per indicare $+\infty$. Facciamo quindi clic su *OK* (FIGURA 5).

FIGURA 5

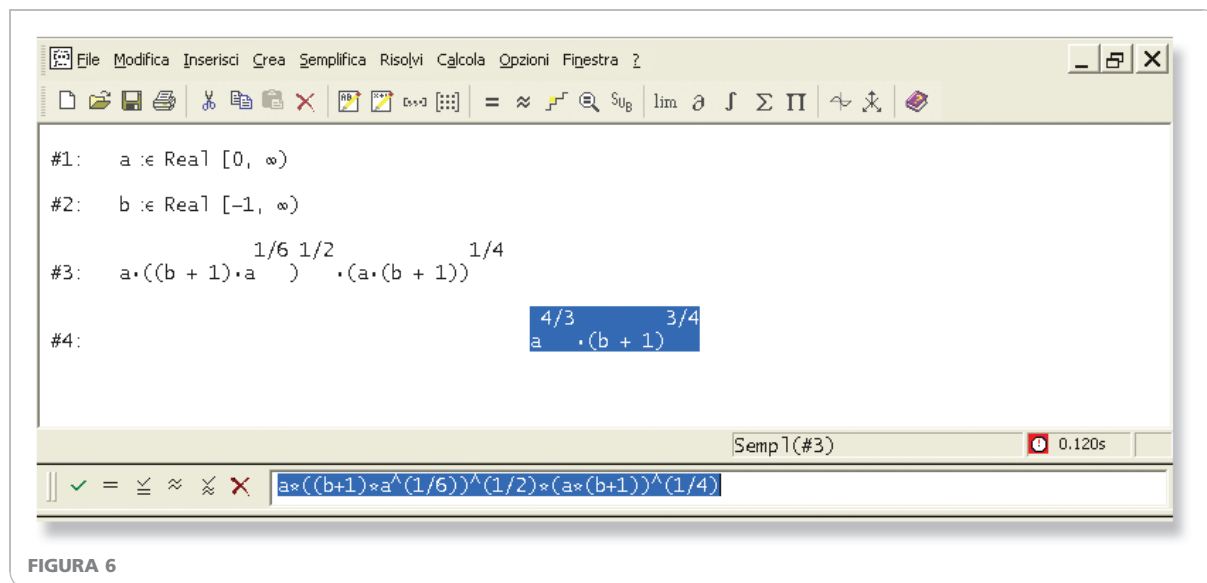
In questo modo *Derive* effettuerà tutte le semplificazioni possibili nel caso che le variabili a e b assumano rispettivamente valori compresi negli intervalli $[0; +\infty)$ e $[-1; +\infty)$.

Possiamo ora inserire l'espressione $a\sqrt{(b+1)}\sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[4]{a(b+1)}$ che scriveremo nel modo seguente:

$$a*((b+1)*a^{(1/6)})^{(1/2)}*(a*(b+1))^{(1/4)}$$

Dopo averla introdotta facciamo clic sul pulsante *Semplifica*, denotato dall'icona .

In **FIGURA 6** vediamo il risultato.



Le espressioni **#1** e **#2** corrispondono alla dichiarazione delle variabili a e b . L'espressione **#3** è quella che abbiamo introdotto, mentre la **#4** è il risultato della sua semplificazione. Osserva che, utilizzando i radicali, essa si può scrivere $\sqrt[3]{a^4}\sqrt[4]{(b+1)^3}$, cioè, essendo $a \geq 0$, $a\sqrt[3]{a}\sqrt[4]{(b+1)^3}$.