Laboratorio di matematica

G Risoluzione grafica di un sistema lineare

Utilizza GeoGebra per risolvere graficamente un sistema di due equazioni di primo grado in due incognite.

Supponiamo di dover risolvere graficamente il sistema

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \quad (1)$$

- Per prima cosa accertiamoci che nella finestra di *GeoGebra* siano visibili *Assi*, *Griglia* e *Vista Algebra*.
  Questi elementi si possono visualizzare o nascondere grazie alle relative voci del menu *Visualizza*; verifichiamo quindi che accanto ad esse sia presente il segno di spunta. Se così non fosse facciamo *clic* sulla voce del menu per far comparire il segno di spunta (FIGURA 1).

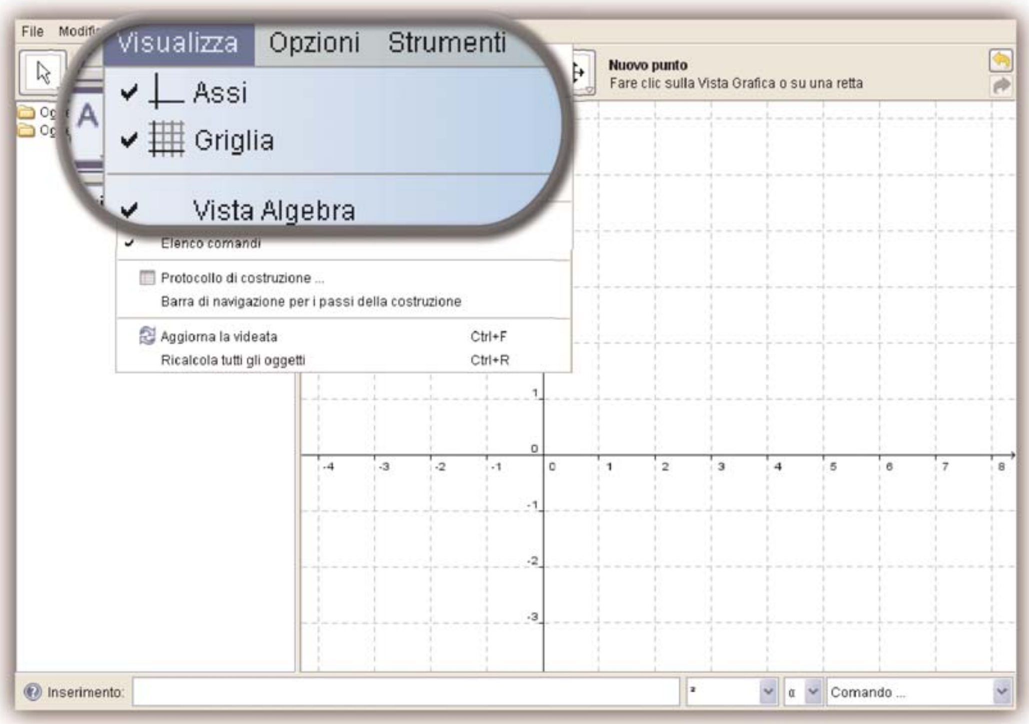

FIGURA 1

- Cominciamo a inserire la prima equazione (**FIGURA 2**).

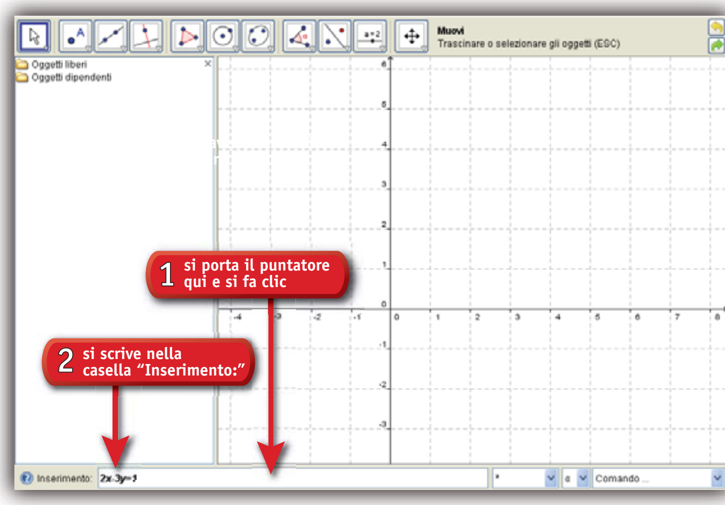

FIGURA 2

1. Portiamo il puntatore all'interno della casella *Inserimento:* e facciamo *clic*.

2. Scriviamo `2x−3y=1` e premiamo *Invio*.

GeoGebra disegna una retta, grafico dell'equazione appena inserita, cui assegna il nome a; nella colonna *Vista Algebra* (a sinistra) compare l'equazione, scritta nella forma

$$\mathtt{a}: -2x + 3y = -1$$

Tale equazione può differire da quella che abbiamo scritto, come accade in questo caso, ma è comunque equivalente ad essa; l'equazione è preceduta dai caratteri "a:" che ne indicano il nome. Il nome dell'equazione coincide con quello della retta che la rappresenta.

- Ripetendo i passaggi descritti inseriamo anche la seconda equazione del sistema, e quindi coloriamo le due rette.

Vediamo il risultato in **FIGURA 3**: le equazioni della colonna *Vista Algebra* assumono il colore delle rette corrispondenti.

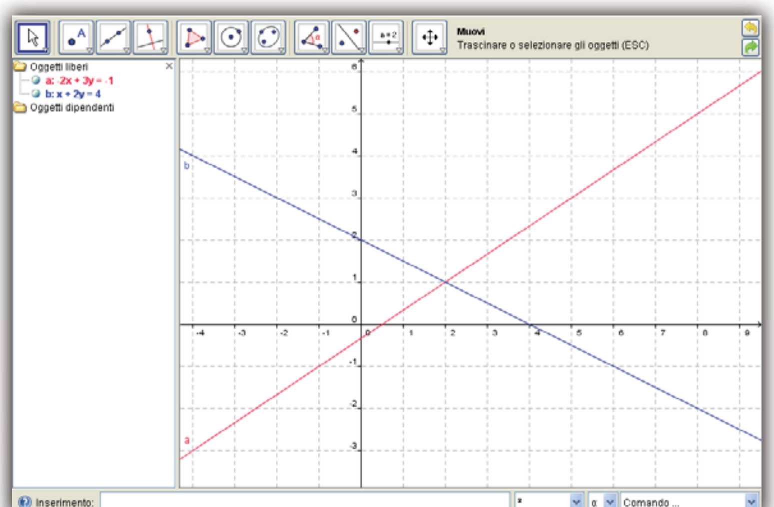

FIGURA 3

Osserviamo che le due rette sembrano incontrarsi in corrispondenza dell'intersezione di due linee della griglia. Questa circostanza potrebbe farci ritenere di essere in grado di determinare immediatamente le coordinate di tale punto, ma è meglio lasciare a *GeoGebra* questo compito. Infatti non possiamo essere certi che la nostra supposizione sia corretta: il punto di intersezione delle rette potrebbe essere "molto vicino" al punto di intersezione delle linee della griglia, ma non coincidente con esso; se così fosse, l'esame della figura ci trarrebbe in inganno.

- Costruiamo il punto di intersezione delle due rette (**FIGURA 4**).

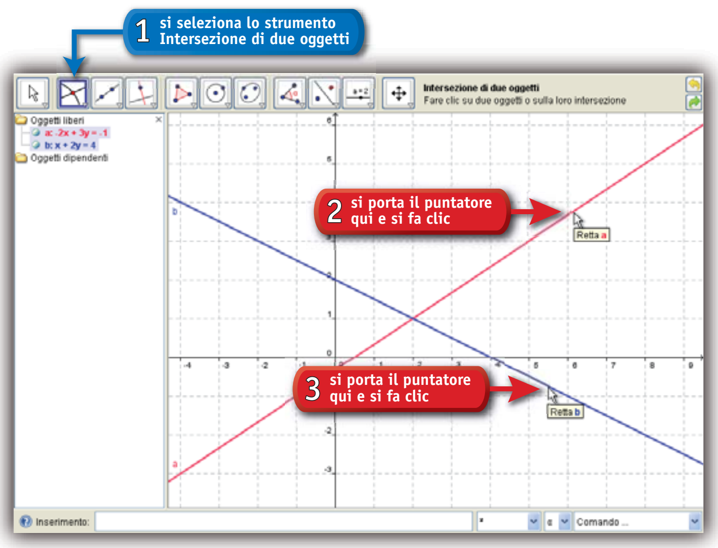

FIGURA 4

1. Selezioniamo, nel menu del secondo pulsante, lo strumento *Intersezione di due oggetti*, denotato dall'icona ⊠.
2. Portiamo il puntatore vicino alla retta a e, quando questa appare evidenziata, facciamo *clic*.
3. Portiamo il puntatore vicino alla retta b e, quando questa appare evidenziata, facciamo *clic*.

Viene così creato il punto di intersezione delle due rette, a cui *GeoGebra* assegna il nome A; nella colonna *Vista Algebra*, nella cartella *Oggetti dipendenti*, compare ora una nuova voce, corrispondente al punto appena creato (**FIGURA 5**).

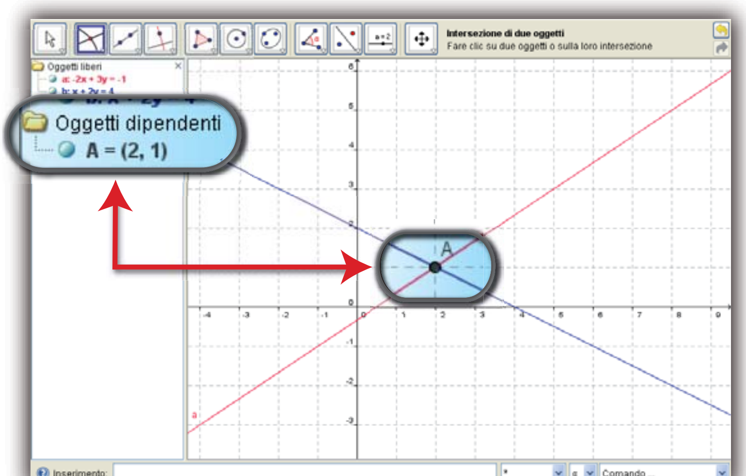

FIGURA 5

Possiamo perciò affermare che le coordinate di tale punto sono $(2\,;\,1)$, quindi la soluzione del sistema 1 è:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

È importante sapere che *GeoGebra* rappresenta le coordinate dei punti come numeri decimali. Nell'esempio ora svolto la soluzione del sistema è una coppia di numeri interi, e quindi abbiamo potuto ottenere la soluzione esatta. Ma se proviamo a risolvere con *GeoGebra* il seguente sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \qquad 2$$

otteniamo, per il punto A, le coordinate `(1.25, 1.88)`: *GeoGebra* usa il punto al posto della virgola come separatore decimale e usa due cifre decimali. Potremmo quindi assumere

$$\begin{cases} x = 1{,}25 \\ y = 1{,}88 \end{cases}$$

come soluzione approssimata del sistema 2. Per ottenere un'approssimazione migliore possiamo aumentare il numero di cifre decimali visibili. Apriamo il menu *Opzioni* e portiamo il puntatore sulla voce *Arrotondamento*; compare un sottomenu da cui possiamo scegliere il numero di cifre decimali che vogliamo siano visualizzate (**FIGURA 6**).

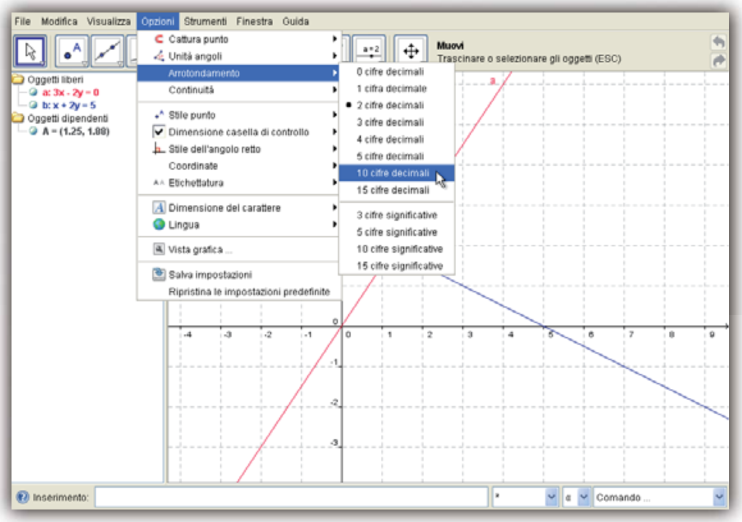

FIGURA 6

Le coordinate di A visualizzate nella colonna *Vista Algebra* divengono `(1.25, 1.875)`; in effetti la soluzione esatta del sistema 2 è

$$\begin{cases} x = \dfrac{5}{4} \\[2mm] y = \dfrac{15}{8} \end{cases}$$