Laboratorio di matematica

Derive

D Equazioni numeriche intere

Sebbene *Derive* permetta di risolvere in modo immediato molti tipi di equazione (vedi l'esercitazione **RISOLUZIONE IMMEDIATA DELLE EQUAZIONI NUMERICHE INTERE**), in questa esercitazione lo utilizzeremo per risolvere un'equazione eseguendo tutti i passaggi che dovremmo svolgere algebricamente. In questo modo, lasciando a *Derive* il compito di eseguire i calcoli, potremo evidenziare il procedimento risolutivo e le successive applicazioni dei principi di equivalenza.

Supponiamo di dover risolvere l'equazione

$$\left(\frac{2x+1}{2}\right)^2-\frac{(2x-2)^2}{6}=\frac{(2x+2)^2}{8}-\frac{x^2}{6}$$

Per prima cosa dobbiamo inserirla, scrivendola nell'apposita casella, in questa forma:

```
((2x+1)/2)^2–(2x–2)^2/6=(2x+2)^2/8–x^2/6
```

L'equazione apparirà, con il numero **#1**, nella finestra di *Derive*.

Svolgiamo ora le potenze indicate: per prima cosa facciamo clic sul primo membro dell'equazione, in modo che venga selezionato, come in **FIGURA 1**, quindi dal menu *Semplifica* scegliamo *Sviluppa* e, nella finestra di dialogo che compare, facciamo clic su *Sviluppa*.

Comparirà l'espressione **#2** di **FIGURA 2**, in cui il primo membro è ora un polinomio di secondo grado. In questa espressione facciamo clic sul secondo membro, in modo da selezionarlo come in **FIGURA 2**, quindi, come prima, dal menu *Semplifica* scegliamo *Sviluppa* e, nella finestra di dialogo che compare, facciamo clic su *Sviluppa*.

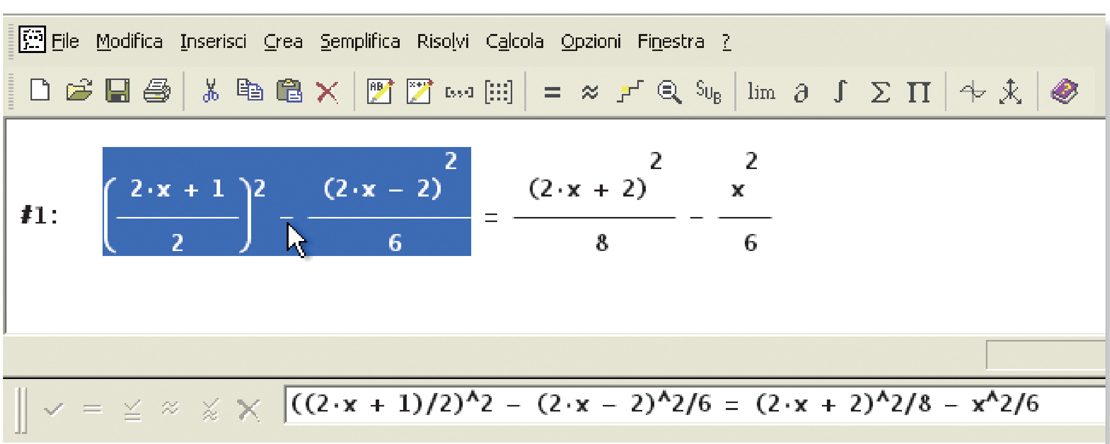

FIGURA 1

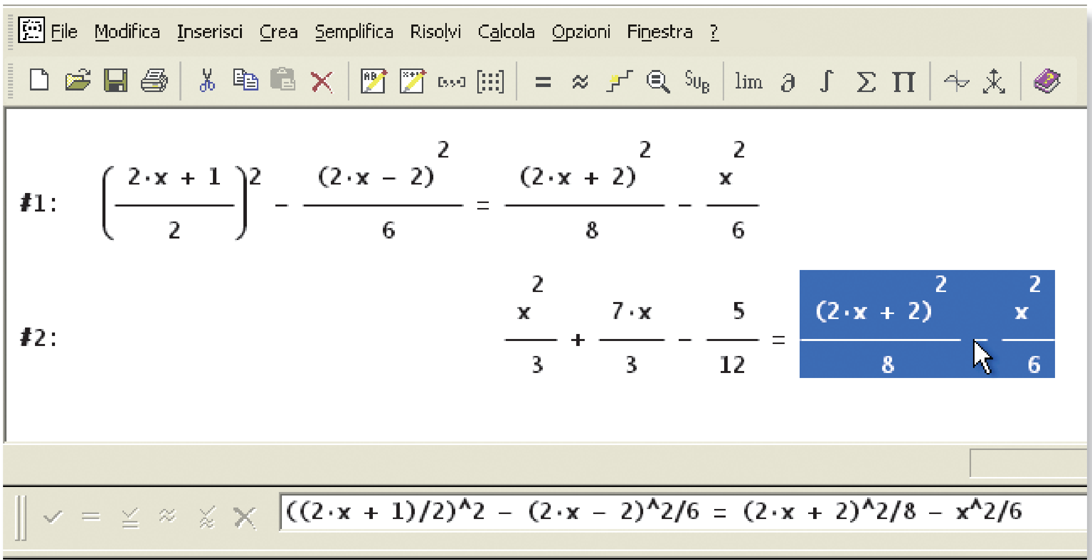

FIGURA 2

SCORCIATOIA

Tutte le volte che vogliamo utilizzare un'espressione già presente nella finestra di *Derive*, anziché riscrivere l'intera espressione o copiarla con i tasti *F3* o *F4*, possiamo scrivere nella casella di inserimento semplicemente il numero che la identifica, nella forma **#1**, **#2** ecc.
Nel caso delle equazioni le operazioni indicate vengono eseguite da *Derive* su entrambi i membri.

Otteniamo così l'espressione **#3** di **FIGURA 3**. Per eliminare i denominatori, applichiamo il secondo principio di equivalenza, moltiplicando entrambi i membri dell'equazione per il loro *mcm*, che è 12. A questo scopo scriviamo nella casella d'inserimento **#3*12**. Dopo aver premuto *Invio* compare l'espressione **#4** di **FIGURA 3**.
Se ora facciamo clic sul pulsante *Semplifica* otteniamo l'espressione **#5** di **FIGURA 3**; selezioniamo e sviluppiamo il secondo membro, ottenendo l'espressione **#6** di **FIGURA 3**.

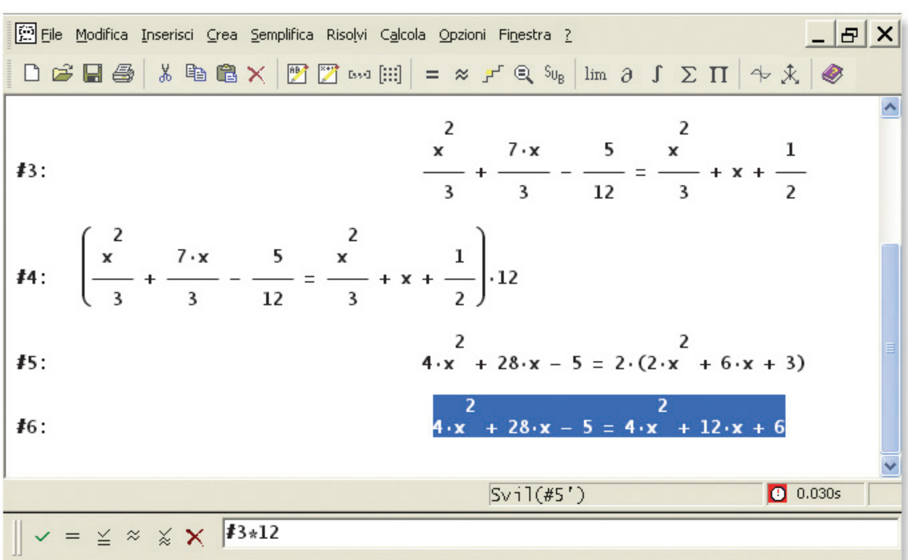

FIGURA 3

Per semplificare il termine $4x^2$ che compare in entrambi i membri applicheremo il primo principio di equivalenza, sottraendo tale termine da entrambi i membri dell'equazione.
A tale scopo scriviamo nella casella d'inserimento

#6–4x^2

premiamo quindi *Invio* e facciamo clic sul pulsante *Semplifica*.
Otteniamo così l'espressione **#8** di **FIGURA 4**, che rappresenta un'equazione equivalente alla data, libera dai termini di secondo grado.
Trasportiamo a sinistra del segno di uguaglianza il termine $12x$ e semplifichiamo; ciò, per il primo principio di equivalenza, corrisponde a sottrarre $12x$ da entrambi i membri. A questo scopo scriviamo nella casella di inserimento

#8–12x

premiamo *Invio* e facciamo clic sul pulsante *Semplifica*.
Allo stesso modo trasportiamo a destra del segno di uguaglianza il termine -5, ossia sommiamo 5 a entrambi i membri dell'equazione, scrivendo nella casella di inserimento **#10+5** e semplificando.
Abbiamo ottenuto l'espressione **#12**, che rappresenta l'equazione $16x = 11$. Non ci resta che applicare il secondo principio di equivalenza, dividendo entrambi i membri per 16. Scriviamo nella casella d'inserimento **#12/16**, premiamo *Invio* e semplifichiamo.
L'espressione **#14** ottenuta esprime la soluzione dell'equazione data.

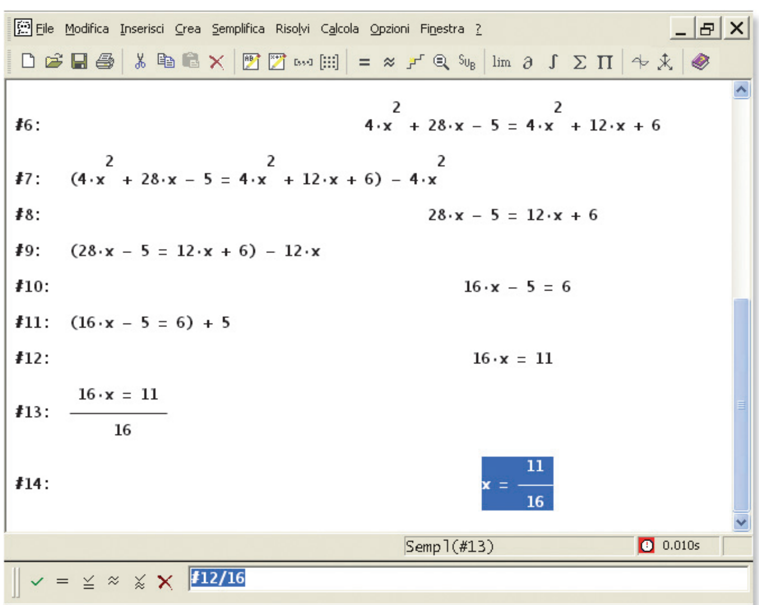

FIGURA 4

Osserviamo che alcune delle espressioni che abbiamo ottenuto in questa sessione si presentano in una forma che, in algebra, sarebbe scorretta. Per esempio l'espressione **#4**, che vedi in **FIGURA 3**, è costituita da un'equazione, racchiusa tra parentesi, moltiplicata per il numero 12. Questa scrittura è una peculiarità di *Derive* e non devi assolutamente utilizzarla quando risolvi le equazioni algebricamente. In algebra la scrittura corretta dell'espressione **#4** sarebbe questa:

$$\left(\frac{x^2}{3} + \frac{7x}{3} - \frac{5}{12}\right) \cdot 12 = \left(\frac{x^2}{3} + x + \frac{1}{2}\right) \cdot 12$$

Analogamente le espressioni **#7**, **#9**, **#11**, **#13** di **FIGURA 4** si presentano, nella finestra di *Derive*, in una forma che sarebbe scorretta in algebra.