

Laboratorio di matematica

D Il calcolo degli enunciati

Con *Derive* possiamo inserire e semplificare delle formule enunciative. Proviamo, ad esempio, a inserire e semplificare la formula $\overline{(p \vee q)} \vee p$, che dovremo scrivere nella casella d'inserimento nella seguente forma:

$$\neg(p \vee q) \vee p$$

Dopo la semplificazione otteniamo la formula $p \vee \bar{q}$ (espressione **#2** di **FIGURA 1**) che è logicamente equivalente alla formula immessa: puoi verificarlo confrontando le tavole di verità delle due formule. Se inseriamo una tautologia, come ad esempio *modus ponens*, espressa dalla formula

$$[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$$

la semplificazione fornisce il risultato **true**: ciò significa che la formula data assume il valore di verità *vero* qualunque sia il valore di verità attribuito alle lettere enunciative p e q che vi compaiono ossia che tale formula è una tautologia (espressione **#3** di **FIGURA 1**).

Per conoscere il valore di verità di una formula enunciativa in corrispondenza di particolari valori delle lettere enunciative che vi compaiono, possiamo definire una *funzione di verità*. Prendiamo ad esempio la formula precedentemente considerata, ossia $\overline{(p \vee q)} \vee p$, e inseriamo l'espressione

$$f(p, q) := \neg(p \vee q) \vee p$$

Per sapere qual è il suo valore di verità in corrispondenza rispettivamente dei valori F e V delle sue lettere p e q , inseriamo

$$f(\text{false}, \text{true})$$

e semplifichiamo (espressioni **#6** e **#7** di **FIGURA 1**); per conoscere il valore di verità della medesima formula in corrispondenza dei valori V e F rispettivamente, inseriamo $f(\text{true}, \text{false})$ e semplifichiamo (espressioni **#8** e **#9** di **FIGURA 1**).

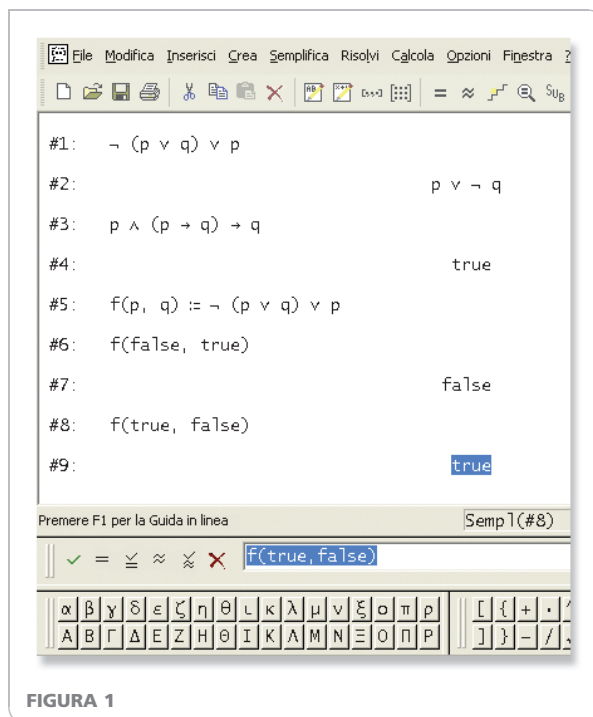


FIGURA 1

Se dobbiamo lavorare con diverse formule, o con formule molto complesse, può essere conveniente assegnare loro un nome: dovremo fare attenzione a non usare, per i nomi delle formule, le lettere enunciative che vi compaiono. Ad esempio vogliamo semplificare la formula enunciativa

$$(p \vee \bar{q}) \wedge [p \vee \overline{(q \vee r)}] \wedge [(p \vee q) \wedge (p \vee \bar{r})]$$

1

Cominciamo con l'inserire, una per volta, le tre «sottoformule» che la compongono e che chiameremo a , b , c ; scriviamo nella casella d'inserimento

$$a := p \vee \neg q$$

$$b := p \vee \neg (q \vee r)$$

$$c := (p \vee q) \wedge (p \vee \neg r)$$

e premiamo *Invio* dopo ciascuna di esse. Inseriamo quindi la formula $a \wedge b \wedge \neg c$ e semplifichiamola. Otteniamo la formula $\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$, logicamente equivalente alla **1** ma molto più semplice (**FIGURA 2**).

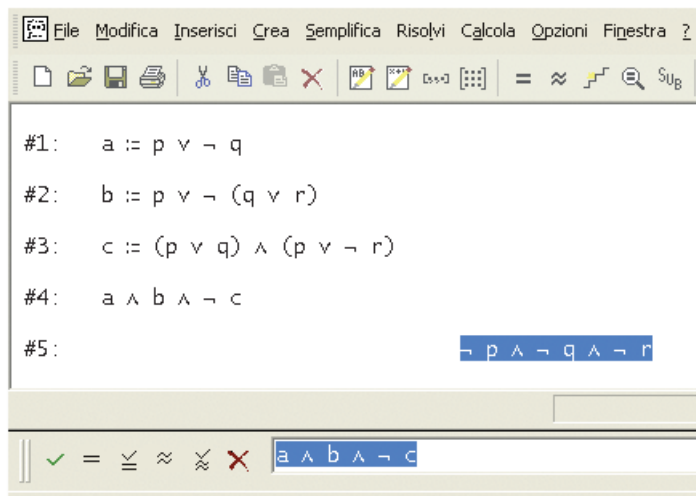


FIGURA 2